

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Фізико-математичний факультет

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

«На правах рукопису»

УДК 519.21

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

Олег КЛЕСОВ

« ___ » _____ 20__ р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

**за освітньо-науковою програмою «Страхова та фінансова
математика»**

зі спеціальності 111 «Математика»

**на тему: «Аналіз впливу екстремальних ситуацій на успішність та
особистісні почуття здобувачів освіти різних рівнів акредитації»**

Виконав:

студент VI курсу, групи ОМ-21мн

Гаврилов Денис Геннадійович _____

Керівник:

Старший викладач кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей

Кандидат фізико-математичних наук

Мулик Олена Василівна

Рецензент:

Посада, науковий ступінь, вчене звання,

Прізвище, ім'я, по батькові _____

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних
посилань.

Студент _____

Київ – 2024 року

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Фізико-математичний факультет

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 111 «Математика»

Освітньо-наукова програма «Страхова та фінансова математика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Олег КЛЕСОВ

«08» лютого 2024 р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Гаврилова Дениса Геннадійовича

1. Тема дисертації «Аналіз впливу екстремальних ситуацій на успішність та особистісні почуття здобувачів освіти різних рівнів акредитації», науковий керівник дисертації Мулик Олена Василівна, кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей, затверджені наказом по університету від «01» квітня 2024р. №1523-с
2. Термін подання студентом дисертації: «14» червня 2024 року.
3. Об'єкт дослідження: освітній процес в умовах пандемії Covid-19 та військового стану
4. Предмет дослідження: вплив пандемії Covid-19 та військового стану на успішність та особистісні почуття здобувачів освіти.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити
 - 1) Збір даних щодо успішності та особистісних почуттів здобувачів освіти
 - 2) Ознайомлення з літературою про методи обробки педагогічної інформації та математичні методи у психології
 - 3) Побудова математичних моделей, які описують рівень успішності та психологічного стану здобувачів освіти,

- 4) Аналіз отриманих результатів
6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу
7. Орієнтовний перелік публікацій: Тези доповідей на Міжнародній науковій конференції із сучасних тенденцій наукових досліджень (м. Рига, Латвійська Республіка), 30-31 травня 2024р.
8. Дата видачі завдання 05.02.2024

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Збір даних щодо успішності, проведення опитувань за допомогою Google forms	06.02.2024 – 29.02.2024	Виконано
2	Опрацювання літератури з тематики магістерської дисертації	01.03.2024 – 15.03.2024	Виконано
3	Ознайомлення з методами обробки педагогічної інформації	16.03.2024 – 01.04.2024	Виконано
4	Вивчення математичних методів у психології	02.04.2024 – 20.04.2024	Виконано
5	Побудова математичних моделей, розробка алгоритмів для аналізу даних	20.04.2024 – 11.05.2024	Виконано
6	Аналіз результатів та висновків	12.05.2024 – 22.05.2024	Виконано
7	Оформлення магістерської дисертації	23.05.2024 – 13.06.2024	Виконано

Студент

Денис ГАВРИЛОВ

Науковий керівник

Олена МУЛИК

Реферат

Магістерська дисертація: 69 сторінок, 22 слайдів для проектора, 19 першоджерел.

Пандемія Covid-19 та військовий стан мають значний вплив на суспільство, зокрема на освітній процес. Пандемія спричинила масовий перехід на дистанційне навчання, що виявило нові виклики для студентів та викладачів. Військовий стан, блекаути, вимушений виїзд дітей за кордон та інші пов'язані з цим кризи створюють додаткові стресові фактори, такі як небезпека для життя, вимушене переселення та порушення нормального навчального процесу. В результаті цих кризових ситуацій спостерігається погіршення академічних результатів та психологічного стану здобувачів освіти.

Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених окремим аспектам впливу Covid-19 та військового стану, комплексний аналіз їх одночасного впливу на студентів різних рівнів акредитації є недостатньо вивченим. Це дослідження має на меті заповнити цю прогалину та надати цінні дані для розробки ефективних заходів підтримки.

Мета та завдання роботи:

Метою роботи є визначення та аналіз впливу пандемії Covid-19 та військового стану на успішність та особистісні почуття здобувачів освіти різних рівнів акредитації, а також розробка рекомендацій для покращення їх адаптації в умовах кризи. Завданнями дослідження є:

- 1) Вивчення існуючих теоретичних підходів до аналізу впливу пандемії та військового стану на освітній процес.
- 2) Розробка методики оцінювання впливу пандемії Covid-19 та військового стану на успішність та особистісні почуття студентів.
- 3) Проведення емпіричних досліджень серед здобувачів освіти різних рівнів акредитації.

4) Аналіз отриманих даних та формулювання висновків щодо впливу пандемії та військового стану.

Об'єкт дослідження: освітній процес в умовах пандемії Covid-19 та військового стану.

Предмет дослідження: вплив пандемії Covid-19 та військового стану на успішність та особистісні почуття здобувачів освіти.

Методи дослідження: анкетування, статистичний аналіз даних, кореляційний аналіз, математичні методи в психології, аналіз наукової літератури.

Публікації: Тези доповідей на Міжнародній науковій конференції із сучасних тенденцій наукових досліджень (м. Рига, Латвійська Республіка), 30-31 травня 2024р.

Ключові слова: статистика, математична модель, психологічний стан здобувачів освіти, аналіз, регресія, гіпотеза, вибірка, критерій, порівняння

Abstract

Master's Thesis contains 69 pages, 22 slides of presentation, 19 primary sources.

The Covid-19 pandemic and martial law have significantly impacted society, particularly the educational process. The pandemic has led to a widespread shift to distance learning, revealing new challenges for students and educators. Martial law, blackouts, the forced evacuation of children abroad, and other related crises add additional stress factors such as life-threatening situations, forced relocation, and disruption of the normal educational process. As a result of these crisis situations, there has been a deterioration in the academic performance and psychological state of students.

Despite the significant amount of research dedicated to individual aspects of the impact of Covid-19 and martial law, a comprehensive analysis of their simultaneous impact on students of different accreditation levels remains insufficiently studied. This study aims to fill this gap and provide valuable data for the development of effective support measures.

The purpose and tasks of the work: The objective of this work is to determine and analyze the impact of the Covid-19 pandemic and martial law on the performance and personal feelings of students at different levels of accreditation, as well as to develop recommendations for improving their adaptation in crisis conditions. The tasks of the study are:

1. To study existing theoretical approaches to analyzing the impact of the pandemic and martial law on the educational process.
2. To develop a methodology for assessing the impact of the Covid-19 pandemic and martial law on the performance and personal feelings of students.
3. To conduct empirical research among students of different accreditation levels.

4. To analyze the obtained data and formulate conclusions regarding the impact of the pandemic and martial law.

Research object: The educational process under the conditions of the Covid-19 pandemic and martial law.

Subject of the Study: The impact of the Covid-19 pandemic and martial law on the performance and personal feelings of students.

The subject of research: Surveys, statistical data analysis, correlation analysis, mathematical methods in psychology, literature review.

Publications: Abstracts of reports at the International Scientific Conference on Modern Trends in Scientific Research (Riga, Republic of Latvia), May 30-31, 2024.

Keywords: statistics, mathematical model, psychological state of students, analysis, regression, hypothesis, sampling, criterion, comparison.

Зміст

Перелік умовних позначень та термінів	8
Вступ	11
1. Побудова і аналіз математичних моделей.....	13
1.1. Множинна лінійна регресія.....	13
1.2. Схема побудови і аналіз математичних моделей	14
1.3. Оцінка якості й адекватності моделі регресії.....	16
1.4. Відбір незалежних ознак	18
1.5. Загальна сума квадратів. Регресія суми квадратів. Похибка суми квадратів	19
1.6. Логістична регресія.....	21
1.7. Метод максимальної правдоподібності (ММП)	24
2. Статистичний аналіз та методи обробки даних у освітніх дослідженнях	26
2.1. Перевірка статистичних гіпотез	26
2.2. Непараметричні методи статистичного порівняння вибірок	28
2.3. Критерії розпізнавання зсувів - критерій Т-Вілкоксона (зв'язані вибірки).....	29
2.6. Методи обробки педагогічної інформації за допомогою критерію φ – кутового перетворення Фішера.....	31
2.7. Точний критерій Фішера	34
2.8. Логістична модель регресії	36
3. Аналіз особистісних почуттів здобувачів освіти.....	44
3.1. Аналіз за критерієм Т-Вілкоксона.....	44
3.2. Діаграми BOX & Whisker.....	46
3.3. Рангова кореляція Спірмена	46
3.4. Логістична регресія.....	48
4. Аналіз успішності здобувачів освіти	50
4.1. Аналіз за φ – критерієм кутового перетворення Фішера. Точний критерій Фішера.	50
Висновки	54
Список використаних джерел.....	56

Перелік умовних позначень та термінів

Кореляція (кореляційним зв'язком) між випадковими величинами (ознаками) – наявність статистичного або ймовірнісного зв'язку між ними. При цьому закономірна зміна певних ознак призводить до закономірної зміни середніх значень інших, пов'язаних з ними ознак.

Кореляційний аналіз – сукупність методів виявлення кореляційного зв'язку. Тому його можна застосовувати для формалізованого подання моделей зв'язків між окремими компонентами системи або між окремими процесами, що відбуваються в ній. Наявність кореляційного зв'язку не означає існування причинно-наслідкового зв'язку між досліджуваними ознаками. Вона може бути зумовлена тим, що обидві ознаки мають причинно-наслідковий зв'язок з певним іншим фактором.

Коефіцієнт кореляції Пірсона – це міра статистичної зв'язаності між двома змінними. Він вимірює ступінь лінійного відношення між змінними, тобто наскільки сильно змінна змінюється відповідно до змін у іншій змінній. Коефіцієнт кореляції Пірсона показує напрямок (позитивний або негативний) та силу цього відношення, і його значення лежить в діапазоні від -1 до 1. Цей коефіцієнт розраховують за формулою:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Коефіцієнт Пірсона можна виразити також через дисперсії σ_x і σ_y , друга з яких характеризує розкид емпіричних точок стосовно рівняння лінійної регресії $y = b + kx$, де b та k – коефіцієнти, визначені за методом найменших квадратів:

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_{\Delta y}}{\sigma_y}\right)^2}}$$

За умови достатньо великого обсягу спостережень ($N \geq 30$) стандартне відхилення коефіцієнта кореляції Пірсона можна визначити за формулою:

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{N}$$

Коваріація – змішаний момент другого порядку. Її розраховують за формулою:

$$\begin{aligned} cov\ sample(X, Y) &= \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1}, \\ cov\ sample(X, Y) &= \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n}, \end{aligned}$$

Коваріація вибірки із самою собою є дисперсією.

Загальна сума квадратів (SST) – статистична міра, якп використовується для опису суми квадратів відхилень окремих значень від їх середнього значення. Можна визначити за формулою:

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

де y_i – залежна змінна (результат), \bar{y} – середнє значення результату, n – кількість спостережень.

Сума квадратів регресії (SSR) – статистична міра, яка кількісно визначає мінливість залежної змінної, яка пояснюється регресійною

моделлю. Вимірює, наскільки регресійна модель відповідає даним, фіксуючи відхилення прогнозованих значень від загального середнього значення залежної змінної.

SSR обчислюється шляхом підсумовування квадратів різниць між кожним прогнозованим значенням залежної змінної з регресійної моделі та загальним середнім значенням залежної змінної.

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})^2,$$

де \tilde{y}_i – передбачена залежна змінна, обчислена за регресійною моделлю (за регресійною формулою), \bar{y} – середнє значення результату, n – кількість спостережень.

Помилка суми квадратів (SSE) – статистична міра, яка кількісно визначає мінливість залежної змінної, яка не пояснюється регресійною моделлю. Вимірює невідповідність між спостережуваними значеннями залежної змінної та прогнозованими значеннями з регресійної моделі.

SSE обчислюється шляхом підсумовування квадратів різниць між кожним спостережуваним значенням залежної змінної та відповідним прогнозованим значенням з регресійної моделі:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2,$$

де y_i – залежна (результат), \tilde{y}_i – передбачена залежна змінна, обчислена за регресійною моделлю (за регресійною формулою), n – кількість спостережень.

Вступ

Останні п'ять років українська молодь зіткнулася з особливими випробуваннями, починаючи з пандемії Covid-19, яка тривала три роки. Перехід на дистанційне навчання спричинив відсутність безпосереднього контакту з викладачами, проблеми з доступом до навчальних матеріалів і загальне відчуття ізоляції та стресу.

Після пандемії Україна зіткнулася з ще більшими випробуваннями через військовий стан, який триває вже третій рік. Повномасштабне вторгнення вплинуло на всі сфери життя, включаючи освіту. Багато студентів були змушені евакуюватися або залишити свої домівки, що вплинуло на їхню здатність зосередитися на навчанні. Психологічний стрес через небезпеку для життя, невизначеність майбутнього та втрати близьких також негативно вплинули на навчальні досягнення.

За цей час двічі проводилася вступна кампанія до вищих навчальних закладів, і результати національного мультипредметного тесту (НМТ) знизилися. У 2022 році середній бал з математики був 148,1, а з української мови — 154,5. У 2023 році ці показники знизилися до 129 і 148 балів відповідно. Це зниження пояснюється евакуацією, новими умовами навчання та психологічним стресом.

Моніторинг та аналіз екстремальних ситуацій з успішністю студентів стає надзвичайно важливим. Результати таких досліджень можуть стати основою для розробки програм підтримки молоді. Україна багата талановитою молоддю, і її потрібно підтримувати, адже від їхньої усвідомленості залежить майбутнє країни. Студенти — майбутні лідери, науковці та професіонали, які формуватимуть розвиток держави. Важливо забезпечити їм умови для навчання та розвитку, навіть у складних умовах.

Останні роки стали свідками значних змін у сфері освіти, спричинених пандемією та воєнним станом. Освітні установи стали аренами боротьби за нормальний хід життя та навчання молоді. Необхідність адаптації до нових реалій вимагає впровадження інноваційних методик навчання та надання психологічної підтримки.

Це дослідження націлене на глибше розуміння впливу пандемії та воєнного стану на молодь. Аналізуючи дані з різних сфер освіти та психологічного стану студентів, можна розробити стратегії для мінімізації негативних наслідків криз. Врахування потреб молоді дозволить створити середовище, що сприятиме збереженню інтелектуального потенціалу нації. Підтримка студентів має стратегічне значення для соціальної стабільності та національної безпеки. Сучасна молодь, отримуючи якісну освіту та психологічну підтримку, стає ключовим ресурсом для майбутнього країни.

Робота складається з 4 частин:

У першій частині розглядається загальна побудова і аналіз математичних моделей, які потрібні для нашого дослідження.

У другій частині розглядається статистичний аналіз та методи обробки даних у освітніх дослідженнях.

Третя частина – практична. На основі раніше описаних методів, проводиться аналіз та дослідження особистісних почуттів здобувачів освіти в екстремальних ситуаціях.

У четвертій частині використовується методи на практиці для аналізу успішності здобувачів освіти в екстремальних ситуаціях.

1. Побудова і аналіз математичних моделей

1.1. Множинна лінійна регресія

У медичних дослідженнях часто виникають задачі аналізу впливу кількох факторних (вхідних) змінних X_1, X_2, \dots, X_m на результуючу (вихідну) змінну Y . при цьому слід зауважити, як правило, факторні змінні, що характеризують об'єкт медичного дослідження пов'язані між собою, тому дослідник повинен оцінювати вплив i -ої факторної ознаки на результуючу змінну при урахуванні (on adjustment) впливу на y всіх інших $m - 1$ факторних ознак. змінна y називається залежною (вихідною) змінною, а змінні X_1, X_2, \dots, X_m – незалежні змінні, або предиктори.

Практичні рекомендації звернімо увагу, що, хоча змінні X_i і називаються незалежними, це не потрібно інтерпретувати як незалежність одної факторної змінної X_i від іншої X_j , а розуміти як виявлення незалежного (стандартизованого за іншими змінними) впливу факторної змінної X_i на вихідну змінну Y . Для побудови і аналізу математичних моделей використовують методи багатофакторного регресійного аналізу. У випадку, коли функція регресії являється лінійною, залежність y від X_1, X_2, \dots, X_m шукають у вигляді рівняння:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n$$

Змінна y називається вихідною змінною, а змінні X_j – вхідними змінними ($j = 1, 2, \dots, m$), b_0 – вільний член регресії (значення вихідної змінної y коли всі X_j дорівнюють 0), b_1, b_2, \dots, b_m – коефіцієнти регресії при відповідному предикторі. Коефіцієнт b_j дорівнює величині, на яку змінюється результуюча змінна y при зміні X_j на 1 одиницю. При

проведенні багатофакторного регресійного аналізу дослідником можуть бути поставлені задачі:

- побудова математичної моделі (формули), за якою, знаючи значення факторних змінних, може бути обчислене значення результуючої змінної y ;

визначення факторних ознак, які значимо впливають на зміну результуючої ознаки;

оцінка величини незалежного впливу факторної ознаки на зміну результуючої ознаки (при урахуванні впливу інших факторів).

1.2. Схема побудови і аналіз математичних моделей

Побудови множинної лінійної моделі регресії, що може бути застосований при виконанні таких умов:

1) між факторними змінними X_1, X_2, \dots, X_m і результуючою змінною y існує лінійна залежність,

2) спостереження у вибірці незалежні (для кожного об'єкту не більше одного набору змінних),

3) кожному значенню з набору величин X_1, X_2, \dots, X_m відповідає набір значень вихідної величини Y , що підпорядковується нормальному закону розподілу і дисперсії цих розподілів однакові,

4) змінні X_1, X_2, \dots, X_m вимірюються без похибки. звернімо увагу, що серед умов немає умови нормального закону розподілу для факторних змінних, більше того, множинна лінійна модель регресії може включати в себе в якості факторних і номінальні (при відповідному кодуванні) ознаки.

Нехай ми маємо на меті побудувати лінійну багатофакторну модель регресії залежності результуючої кількісної змінної y від факторних змінних X_1, X_2, \dots, X_m . Нехай при цьому справедливі наведені у попередньому розділі про парну регресію допущення про можливість

проведення такого аналізу. Нехай у нас є вибірка з N об'єктів (пацієнтів), і для кожного із об'єктів проведено вимірювання значення факторних X_1, X_2, \dots, X_m і результуючої Y ознак. Будемо вважати, що на генеральній сукупності залежність результуючої ознаки від предикторів описується формулою:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_n x_{mi} + res_i$$

де y_i – значення результуючої ознаки для i -го ($i = 1, 2, \dots, n$) об'єкту, x_{ji} – значення j -ої ($j = 1, 2, \dots, m$) факторної ознаки для i -го об'єкту $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ – точні значення коефіцієнтів моделі на генеральній сукупності. Тоді

$$Y_i^T = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_n x_{mi}$$

Y_i^T – теоретичне, прогнозоване значення вихідної змінної для i -го об'єкту, res_i – залишок (похибка прогнозування, різниця між вимірним та теоретичним значенням вихідної змінної для i -го об'єкту $res_i = y_i - Y_i^T$).

Для проведення розрахунку значень β_j на множині даних, що є оцінкою точних значень β_j для генеральної сукупності (підгонки коефіцієнтів регресії на навчальній множині), як правило, використовується метод найменших квадратів (мнк). Суть методу полягає в підборі таких коефіцієнтів $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$, що мінімізують суму квадратів залишків $SSres$:

$$SSres = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N res_i^2 \rightarrow min$$

Математично це зводиться до розв'язання системи $m + 1$ лінійних рівнянь з $m + 1$ невідомими. Явні формули для розрахунку коефіцієнтів b_j

були наведені в попередній лекції і наводити тут не має сенсу, зважаючи на їх складність для розуміння і відсутність біологічної інтерпретації, тим більше, що в різних статистичних пакетах можуть бути реалізовані різні методи розрахунку.

Вигляд функції регресії є невідомим, тому знаходять регресію у вигляді $f_i(k, b)$, тобто узагальнюють рівняння $Y_x = b - kx_i$ на залежність у від факторів X_1, X_2, \dots, X_m і шукають коефіцієнти рівняння $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ по аналогічній схемі:

$$\left\{ \begin{array}{l} nb_0 + \sum_{j=1}^m b_j \sum_{i=1}^n x_{ji} = \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i x_{1i}) \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i x_{2i}) \\ \dots \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{mi} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{mi}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i x_{mi}) \end{array} \right.$$

У результаті проведених розрахунків отримаємо точкову оцінку β - коефіцієнтів моделі (b_j), також може бути розрахована стандартна похибка оцінки (m_{b_j}) або 95% цих оцінок.

1.3. Оцінка якості й адекватності моделі регресії

Для оцінки якості побудованої моделі в пакеті **DATA ANALYSIS** може бути розраховано коефіцієнт множинної кореляції R (розраховується

як коефіцієнт парної кореляції між експериментальними Y та теоретичними значеннями вихідної Y_i^T змінної). Для оцінки узгодженості побудованої моделі з експериментальними даними розраховується корегований коефіцієнт детермінації $R^2 - adjusted$, що представляє собою долю дисперсії вихідної змінної, що знайшла пояснення в рамках моделі та корегується таким чином, щоб можна було співставляти моделі з різною кількістю факторних змінних.

Якщо значення $R^2 - adjusted$ статистично значимо не відрізняється від нуля ($p > 0.05$), то математична модель, в цілому, не адекватна експериментальним даним і про лінійну залежність від вибраного набору факторних ознак не може йти мова, лінійної залежності Y від X_1, X_2, \dots, X_m не виявлено. Якщо $R^2 - adjusted$ статистично значимо ($p < 0.05$) відрізняється від нуля, то модель, в цілому, адекватна експериментальним даним, і є лінійна залежність Y від X_1, X_2, \dots, X_m . Як і при інтерпретації звичайного парного коефіцієнта кореляції Пірсона, чим більшим є значення $R^2 - adjusted$, тим в більшій мірі модель узгоджена з експериментальними даними (найкраща модель має $R^2 - adjusted$ – що відповідає 100% узгодженості).

Часто для оцінки якості моделі використовується також значення F -статистики **ANOVA** (підпорядковується розподілу Фішера). Статистично значима ($p < 0.05$) відмінність F від одиниці свідчить про те, що не всі β -коефіцієнти моделі дорівнюють 0, існує, лінійна залежність між вихідною змінною Y , та, у крайньому разі, одною факторною ознакою.

Для перевірки відмінності від 0 для кожного j -го коефіцієнту моделі $-\beta_j$ використовується значення t -статистики, що підпорядковується розподілу Стьюдента. Статистика розраховується для кожної незалежної змінної множинної лінійної моделі і відповідає на питання, чи впливає j -а

факторна ознака (з урахуванням стандартизації за всіма іншими фактора на вихідну змінну).

Для оцінки ступеню впливу для кожної j -ої факторної змінної може бути розрахований частковий коефіцієнт кореляції R_{part} , що оцінює вплив j -ої факторної ознаки (з урахуванням стандартизації за всіма іншими факторами) на вихідну змінну.

Для оцінки адекватності множинної лінійної моделі регресії експериментальним даним може бути проведений аналіз залишків (res), для чого будують графік залежності res_i від y_i^T (де $i = (\overline{1, n})$ – i -ий об'єкт у вибірці), та для кожної j -ої факторної ознаки графік залежності res_i від x_{ji} (де $i = (\overline{1, n})$ – i -ий об'єкт у вибірці, $j = (\overline{1, m})$ – j -а факторна змінна). У випадку відсутності тенденцій до збільшення (зменшення) значення залишків на цих графіках робиться висновок про адекватність лінійної моделі.

1.4. Відбір незалежних ознак

Відповідно до принципу «бритви Оккама», який для нашого випадку можна записати, що «... з набору наявних еквівалентних моделей будь-якого явища слід вибрати найпростішу ...», у дослідника при побудові множинних моделей регресії часто виникає задача відбору мінімального набору факторних ознак, які якісно прогнозують результуючу змінну.

При цьому слід зазначити, що із самого методу побудови множинних моделей регресії випливає, що чим більше підгоночних параметрів (змінних) включено у модель, тим точніше буде відбуватися прогнозування. Таким чином, при виборі найпростішої моделі потрібно знайти компроміс між мінімізацією кількості факторних ознак і якістю прогнозування.

Існує багато методів відбору набору ознак для побудови моделі, це метод покрокового включення/виключення змінних (**STEPWISE METHOD**):

- 1) побудова моделі,
- 2) включення змінної в модель при виконанні умов включення,
- 3) перевірка нової моделі, виключення змінних із моделі при виконанні умов виключення,
- 4) перехід до кроку 2) для наступної змінної.

Основний фактор виключення змінних полягає в порівнянні значення p -value $p < 0,05$, аналізу значень t -Statistics, F -статистики Фішера з критичними значеннями.

1.5. Загальна сума квадратів. Регресія суми квадратів. Похибка суми квадратів

У статистиці концепція «суми квадратів» (SS) відіграє вирішальну роль у різних аналізах, зокрема в регресійному аналізі. Три ключові компоненти суми квадратів: загальна сума квадратів (SST), регресія суми квадратів (SSR) і похибка суми квадратів (SSE). Кожен із цих показників фіксує різні аспекти мінливості даних і є важливим для оцінки продуктивності та значущості регресійних моделей.

Встановимо їхній зв'язок:

1. Загальна сума квадратів (SST)

Визначення: Загальна сума квадратів (SST) кількісно визначає загальну варіабельність залежної змінної (змінної відповіді) без урахування будь-яких пояснювальних змінних (незалежних змінних). Він вимірює, наскільки спостережувані значення залежної змінної відхиляються від свого середнього значення.

Формула: SST обчислюється шляхом підсумовування квадратів різниць між кожним спостережуваним значенням залежної змінної та загальним середнім значенням залежної змінної.

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

де y_i – залежна змінна (результат), \bar{y} – середнє значення результату, n – кількість спостережень.

2. Сума квадратів регресії (SSR)

Визначення: регресія суми квадратів (SSR) кількісно визначає мінливість залежної змінної, яка пояснюється регресійною моделлю. Вимірює, наскільки регресійна модель відповідає даним, фіксуючи відхилення прогнозованих значень від загального середнього значення залежної змінної.

Формула: SSR обчислюється шляхом підсумовування квадратів різниць між кожним прогнозованим значенням залежної змінної з регресійної моделі та загальним середнім значенням залежної змінної.

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})^2,$$

де \tilde{y}_i – передбачена залежна змінна, обчислена за регресійною моделлю (за регресійною формулою), \bar{y} – середнє значення результату, n – кількість спостережень.

Кореляційне відношення: $\eta = \sqrt{\frac{SSR}{SST}}$ визначається як корінь квадратний частки загальної дисперсії, що визначається впливом зовнішніх факторів, що розглядаються в межах даної моделі. Величина $R^2 = \frac{SSR}{SST}$, називається коефіцієнтом детермінації.

3. Помилка суми квадратів (SSE)

Помилка суми квадратів (SSE) – статистична міра, яка кількісно визначає мінливість залежної змінної, яка не пояснюється регресійною моделлю. Вимірює невідповідність між спостережуваними значеннями залежної змінної та прогнозованими значеннями з регресійної моделі.

SSE обчислюється шляхом підсумовування квадратів різниць між кожним спостережуваним значенням залежної змінної та відповідним прогнозованим значенням з регресійної моделі:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2,$$

де y_i - залежна (результат), \tilde{y}_i - передбачена залежна змінна, обчислена за регресійною моделлю (за регресійною формулою), n – кількість спостережень.

Зв'язок між SST , SSR і SSE можна виразити таким чином:

$$SST = SSR + SSE$$

Іншими словами, загальну мінливість залежної змінної (SST) можна розкласти на два компоненти: мінливість, пояснену регресійною моделлю (SSR), і нез'ясовану мінливість або помилку (SSE).

Похибка суми квадратів (SSE) також відома як залишкова сума квадратів (SSR), але важливо зазначити, що SSR зазвичай використовується для позначення суми квадратів через регресію. Однак не існує універсального стандарту для скорочень цих термінів, тому важливо дотримуватися стандартних позначень, щоб уникнути плутанини.

1.6. Логістична регресія

Логістична регресія - це статистичний метод, призначений для прогнозування ймовірності виникнення події. Вона використовується тоді,

коли залежна змінна є бінарною, тобто має два можливих значення. Головна мета логістичної регресії - знайти залежність між незалежними змінними і ймовірністю виникнення певного результату.

Одним із ключових аспектів логістичної регресії є використання логістичної функції, яка перетворює вихідні значення на діапазон від 0 до 1, що можна інтерпретувати як ймовірність. Ця функція допомагає визначити ймовірність настання події в залежності від значень незалежних змінних.

Логістична функція, часто називана сигмоїдною функцією, є ключовою частиною логістичної регресії, що використовується для моделювання ймовірностей. Вона відображає відношення між вхідними значеннями і ймовірністю виходу. Формула логістичної функції виглядає наступним чином:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}},$$

де e – основа натурального логарифма, x – вхідне значення.

Ця функція має форму S - подібної кривої, яка плавно зростає від 0 до 1 що відповідає ймовірностям відсутності до наявності події. Це дозволяє моделі логістичної регресії передбачати ймовірності настання певних подій на основі вхідних даних. Підходяща форма цієї функції допомагає моделі адаптуватися до різних типів даних та забезпечує гладке перетворення вхідних значень у ймовірності.

У логістичній регресії формула ймовірності настання події представляє собою математичне вираження, яке дозволяє моделі прогнозувати ймовірність того, що досліджувана подія станеться. Ця формула використовується для обчислення ймовірності, що залежить від значень незалежних змінних. У загальному вигляді формула ймовірності виглядає наступним чином:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n)'}}$$

де $P(Y = 1)$ – ймовірність настання події (наприклад, успіх або позитивний результат);

β_0 – вільний член регресії;

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – коефіцієнти регресії, що відображають вплив незалежних змінних X_1, X_2, \dots, X_n на ймовірність події;

X_1, X_2, \dots, X_n – значення незалежних змінних.

Оскільки, дихотомічна результуюча змінна розглядається як ймовірність випадку чи не- випадку (0 -1) то для побудови рівняння регресії вводиться характеристика самої дихотомічної змінної –

ЛОГИТ (logit) – логарифм відношення шансів:

$$L = \ln\left(\frac{P}{1-P}\right) \text{ чи } \log\left(\frac{p}{1+p}\right)$$

При побудові логістичної моделі регресії дослідником можуть бути поставлені задачі:

- створення математичної моделі (формули) за якою, знаючи значення факторних змінних, може бути прогнозоване значення результуючої змінної Y^* – ймовірність випадку;

- визначення факторних ознак, які значимо впливають на ризик випадку;

- оцінка сили впливу факторної ознаки на ризик випадку (при урахуванні впливу інших факторів).

Логарифм відношення шансів logit: $\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right)$

Y – розглядається як частка (відсоток, ймовірність), що має певну властивість, а $1 - Y$ не має властивості, відповідно.

- $\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right)$ розподілений симетрично відносно 0
- бути дуже великим, чи дуже малим – беруть логарифм. При $P = 0$ чи $P = 1$ значення $\text{logit}: \ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right)$ не визначено;
- при $p \rightarrow 0, \text{logit} \rightarrow -\infty$, а $p \rightarrow 1, \text{logit} \rightarrow +\infty$.
- На інтервалі від $P = 0,25$ до $P = 0,75$ графік logit близький до лінійного.
- ODDS – це значення 0 чи 1, тобто шанс, тоді ймовірність визначають, як відношення шансів $1-0$, тобто $P = \frac{\text{ODDS}}{1 + \text{ODDS}}$.

Якщо $Y^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m$, тоді приймаємо

$$P(Y = 1) = p = \frac{1}{1 + e^{-Y}}$$

$$1 - p = 1 - \frac{1}{1 + e^{-Y}} \Rightarrow \frac{p}{1 - p} = \frac{1}{\frac{e^{-Y}}{1 + e^{-1}}} = e^Y$$

Маємо загальну форму рівняння логістичної регресії:

$$\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right) = \ln\left(\frac{p(Y=1)}{p(Y=0)}\right) = Y^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m,$$

що фіксує лінійну залежність логарифму відношення шансів (logit) від незалежних кількісних та фіктивних змінних X_1, X_2, \dots, X_m .

1.7. Метод максимальної правдоподібності (ММП)

Основу метода складає функція правдоподібності $L(x; \theta)$, яка виражає ймовірність спільної появи результатів вибірки x_1, x_2, \dots, x_n :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \varphi(x_1; \theta)\varphi(x_2; \theta) \cdots \varphi(x_n; \theta)$$

Згідно з ММП за оцінку невідомого параметра θ приймається таке значення $\hat{\theta}$, яке максимізує функцію $L(x; \theta)$.

ПРИКЛАД: Визначити точкові оцінки ВВ X , що має нормальний розподіл, за методом МП.

РОЗВ'ЯЗАННЯ: Щільність нормального розподілу $f(x; \mu; \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ має два параметри μ та σ^2 :

$$\begin{aligned} L(x; \mu; \sigma^2) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \ln L &= -\frac{n}{2}(\ln\sigma^2 + \ln(2\pi)) - \frac{1}{(2\sigma^2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 - \frac{n}{2\sigma^2} = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Отримаємо результат, аналогічний до попереднього:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = 0 &\Rightarrow \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow \hat{\mu} = \bar{X} \\ \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 - n &= 0 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \Rightarrow \sigma^2 = Sd^2 \end{aligned}$$

2. Статистичний аналіз та методи обробки даних у освітніх дослідженнях

2.1. Перевірка статистичних гіпотез

Статистичною гіпотезою називається будь-яке припущення щодо виду або параметрів невідомого закону розподілу. У конкретній ситуації статистичну гіпотезу формулюють як припущення на певному рівні статистичної значущості про властивості генеральної сукупності за оцінками вибірки.

Існує велика кількість різноманітних методів перевірки статистичних гіпотез. Для вдалого вибору методу вирішення певного конкретного завдання необхідно виходити з відповідей на такі питання:

- якою є мета перевірки гіпотези;
- у яких шкалах виміряні аналізовані дані;
- чи є аналізовані вибірки незалежними або спряженими (пов'язаними);
- скільки вибірок необхідно порівняти.

Гіпотезу, що перевіряють, називають *основною* (або *нульовою*) гіпотезою (H_0), це твердження щодо відсутності ефекту (відмінності, зв'язку ..., тощо). Гіпотезу, що суперечить нульовій, називають *альтернативною* (конкуруючою) *гіпотезою* (H_1), це є твердження щодо наявності ефекту (існування відмінності, зв'язку ..., тощо), яка приймається у випадку відхилення нульової гіпотези.

H_0 відкидається у тому випадку, коли ймовірність того, що вона правильна, виявляється нижчим за деякий рівень, що називається рівнем значущості α . При аналізі гіпотез можливі помилки двох видів:

- H_0 відкидається, коли вона правильна – це помилка першого роду; *рівень значущості α* є ймовірністю такої помилки;
- H_0 приймається, коли правильна H_1 – це помилка другого роду.

Знижуючи рівень значущості ми зменшуємо ймовірність помилки першого роду, але при цьому зростає ймовірність помилки другого роду. Тому вводиться поняття потужності критерію, яка є ймовірністю відхилення H_0

Для перевірки гіпотези весь вибірковий простір поділяють на дві області, що не перетинаються: *критичну* (w) та *область прийняття* ($W - w$). *Критичною областю* називають сукупність значень критерію, за яких нульову гіпотезу слід відхилити. *Областю прийняття гіпотези* (областю допустимих значень) називають сукупність значень критерію, за яких нульову гіпотезу приймають. *Перевірка гіпотези передбачає розрахунок значення критерію і перевірку його потрапляння до області прийняття гіпотези.*

Вирізняють двобічні й однобічні (лівобічні, правобічні) критичні області (рис. 3 і рис. 4). Їх використання залежить від вибору конкуруючої гіпотези. При *спрямованих гіпотезах* використовується однобічний критерій. При неспрямованих – двобічний, він строгіший, оскільки перевіряє відмінності в обидві сторони і при певному рівні значущості α критичні зони удвоє менші.

Якщо розподіл імовірності спостережень, що відповідає нульовій гіпотезі H_0 , є відомим, то критичну область визначають так, щоб при виконанні H_0 ймовірність її відхилення була рівною заздалегідь заданій малій величині (рівню значущості, зазвичай 0,1%, 1%, 5%) α :

$$P(x \in w | H_0) = \alpha,$$

Критичне значення ймовірності називають критичним рівнем значущості (α), відповідну до α імовірність p називають *досягнутим рівнем значущості* (*p-value*).

Загальна методика отримання висновків при перевірці гіпотез:

1. Формулюються (висовуються) основна та альтернативна гіпотези і задають рівень значущості (0,01; 0,05 або 0,1).
2. Обчислюється за відповідними формулами розрахункове значення критерію $K_{\text{емпір}}$.
3. У відповідності до заданого рівня значущості за таблицями чи з використанням програмного забезпечення шукається критичне значення критерію $K_{\text{крит}}$.
4. Якщо $|K_{\text{емпір}}| > K_{\text{крит}}$, то основна гіпотеза відхиляється, при цьому слід пам'ятати, що ймовірність похибки дорівнює α .
5. Якщо $|K_{\text{емпір}}| < K_{\text{крит}}$, то немає підстав відхилити основну гіпотезу.

2.2. Непараметричні методи статистичного порівняння вибірок

При порівнянні якісної змінної у двох групах можна розглянути дві основні задачі:

- 1) порівняння двох незалежних сукупностей,
- 2) порівняння двох пов'язаних сукупностей.

При порівнянні двох незалежних сукупностей є дві різні групи об'єктів (пацієнтів), що характеризуються якісною змінною, яка може мати тільки одне із двох значень (так/ні).

При порівнянні двох пов'язаних сукупностей є два результати вимірювання для групи об'єктів (пацієнтів), пов'язаних між собою. Вимірювані показники характеризуються частотою прояву якісної ознаки (наприклад, результати визначення «так/ні» у тих самих пацієнтів наявності деякого захворювання за допомогою двох різних методів).

2.3. Критерії розпізнавання зсувів - критерій T-Вілкоксона (зв'язані вибірки)

Критерій T-Вілкоксона використовують для порівняння показників, *виміряних у двох різних умовах на одній і тій же вибірці досліджуваних*. Він дозволяє встановити не лише спрямованість змін, але й їхню виразність, тобто довести, що зсув показників у одному напрямку є більш інтенсивним, ніж у іншому. Критерій T-Вілкоксона є непараметричним, тобто для його застосування знімається вимога нормальності розподілу і вимога рівності дисперсій. В цьому плані критерій менш вимогливий, ніж його параметричний аналог – критерій *t*-Ст'юдента для залежних вибірок. Водночас T-Вілкоксона менш чутливий, ніж *t*-критерій.

Метод полягає в тому, що зміни за абсолютними значеннями між вимірами в тому чи іншому напрямку можуть бути впорядкованими. Якщо зсуви в позитивний чи негативний бік відбуваються випадково, то суми рангів абсолютних значень будуть приблизно рівні. Якщо інтенсивність зсуву в одному з напрямків переважає, то сума рангів абсолютних значень у протилежний бік буде значно меншою, ніж це могло бути у разі випадкових змін. Доцільно застосовувати цей критерій, коли величина зсувів варіює в достатньо широкому діапазоні.

Обмеження до застосування та особливості критерію:

1. Вибірка має бути зв'язаною.
2. Дані повинні бути виміряні не нижче порядкової шкали та варіювати в достатньо широкому діапазоні.
3. Мінімальний обсяг вибірки дорівнює 5 досліджуваним.
4. Нульові зсуви (різниця значень дорівнює 0) з розгляду вилучаються. Водночас обсяг вибірки *n* зменшується на кількість нульових зсувів. Для розрахунку критерію T-Вілкоксона не потрібні спеціальні

формули, достатньо підрахувати суми рангів для позитивних і негативних величин різниці. За емпіричне значення приймається менша сума рангів:

$$T_{\text{емпір.}} = \min(R_1; R_2),$$

де R_1 – сума рангів для позитивних величин різниці; R_2 – сума рангів для негативних величин різниці. Якщо емпіричне значення $T_{\text{емпір.}}$ дорівнює або менше критичного значення для заданого α -рівня, то H_0 відхиляється і формулюється висновок, що відмінності між вибірками статистично значущі.

Для оцінки розміру стандартизованого ефекту після використання критерію T -Вілкоксона рекомендується використати формулу:

$$r_{\text{eff}} = \frac{4 \left| T - \frac{R_1 + R_2}{2} \right|}{n(n + 1)},$$

де R_1 – сума рангів для позитивних величин різниці; R_2 – сума рангів для негативних величин різниці; T – менша сума рангів (R_1 або R_2); n – обсяг досліджуваних (обсяг вибірки зменшився на кількість нульових зсувів). Розмір ефекту для даного критерію найбільш часто оцінюється через Z -показник. Стандартизована статистика тесту ділиться на квадратний корінь розміру вибірки:

$$r_{\text{eff}} = \frac{Z}{\sqrt{n}}, Z = \frac{\min(R_1; R_2) - \frac{n(n + 1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n + 1)(2n + 1)}{24}}},$$

де Z – стандартизована статистика критерію T - Вілкоксона; n – загальний обсяг досліджуваних в обох вибірках. Дейв Керби запропонував ще один варіант розрахунку розміру стандартизованого ефекту:

$$r_{\text{eff}} = \frac{W}{\sum R'}$$

де W – сума рангів з врахуванням знаку величин різниці; $\sum R$ – сума рангів абсолютних величин різниці. Інтерпретація рівня розміру ефекту запропонованих r -індексів (згідно Дж. Коена):

2.6. Методи обробки педагогічної інформації за допомогою критерію φ – кутового перетворення Фішера

φ - критерій кутового перетворення Фішера (далі φ - критерій), належить до багатофункціональних критеріїв, тобто застосовних до різноманітних даних, вибірок і задач. При малих обсягах вибірок нормальне наближення дає занадто неточні результати, тому Р. Фішер запропонував використовувати допоміжну величину φ , пов'язану з p (часткою), яка має розподіл, близький до нормального. φ - критерій «призначений для зіставлення двох вибірок за частотою зустрічання цікавого для дослідника ефекту».

До переваг φ - критерію можна віднести:

- застосування для залежних (показники однієї групи випробовуваних, виміряні в різних умовах) і незалежних вибірок (вимірювання в двох різних групах випробовуваних);
- відсутність верхньої межі – вибірки можуть бути якою завгодно великими;
- наявність у вибірках хоча б 5 спостережень;
- можливі випадки розмірів вибірок: $n_1 = 2, n_2 \geq 30$; або $n_1 = 3, n_2 \geq 7$; або $n_1 = 4, n_2 \geq 5$, де n_1 – кількість спостережень у першій вибірці, n_2 – у другій.

Особливою вимогою до φ - критерію є те, що жодна з порівнюваних часток не повинна бути рівною нулю.

Алгоритм розрахунку критерію φ - кутового перетворення Фішера

Алгоритм розрахунку φ - критерію для статистичного аналізу результатів педагогічного експерименту складається з наступних етапів:

1. Визначення відсоткової частки випробовуваних, які досягли і не досягли певного «ефекту» в кожній групі. «Ефектом» може бути:
 - задане значення якісної ознаки (наприклад, стать, згода з якимось твердженням, володіння якоюсь властивістю тощо);
 - заданий рівень кількісної ознаки (наприклад, оцінка вище певної кількості балів, розв'язання задачі менш ніж за 30 сек. тощо);
 - задане співвідношення значень (наприклад, більш частий вибір альтернатив А і Б порівняно з В і Г, переважне проявлення крайніх значень ознаки як найвищих, так і найнижчих, переважання позитивних зрушень над негативними тощо).

2. Формулювання гіпотез:

H_0 : на рівні значущості α можна стверджувати, що частка осіб, у яких проявився досліджуваний «ефект» в одній групі, не більше, ніж в іншій;

H_1 : на рівні значущості α частка осіб, у яких проявився досліджуваний «ефект» в одній групі, більше, ніж в іншій.

У математичній статистиці прийнято задавати рівень значущості (ймовірність помилки) $\alpha = 0,05$, $\alpha = 0,01$ і $\alpha = 0,001$, що відповідає достовірності результатів у 95%, 99% і 99,9% .

3. Побудова таблиці частот за двома значеннями ознаки «є ефект» і «немає ефекту» для груп випробовуваних.
4. Обчислення, відповідних відсоткових часток «ефекту» в кожній з груп, здійснюється за формулою:

$$\varphi_i(P_i) = 2 \cdot \arcsin \sqrt{P_i},$$

де P_i – відсоткова частка «ефекту» в кожній групі, i – номер вибірки.

Завдяки φ - перетворенню отримуємо розподіл, близький до нормального при будь-якому P_i .

Значення φ_i можна знайти за довідковими таблицями.

5. Значення $\varphi_{\text{емп}}$ знаходимо за формулою:

$$\varphi_{\text{емп}} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

де φ_1 – кут, що відповідає більшій відсотковій частці, φ_2 – кут, що відповідає меншій відсотковій частці, n_1 – кількість спостережень у першій вибірці, n_2 – кількість спостережень у другій вибірці.

Чим більше значення $\varphi_{\text{емп}}$, тим більша ймовірність того, що відмінності достовірні.

6. Визначення рівня значущості, який відповідає розрахованому $\varphi_{\text{емп}}$ за статистичними таблицями.

7. Визначення критичного значення $\varphi_{\text{крит}}$ для рівнів значущості $\alpha = 0,05$ та $\alpha = 0,01$ за формулою:

$$\varphi_{\text{крит}} = \begin{cases} 1,64 & \text{при } p \leq 0,05, \\ 2,31 & \text{при } p \leq 0,01. \end{cases}$$

8. Формулювання висновків:

- Якщо $\varphi_{\text{емп}} < \varphi_{\text{крит}}$, то на рівні значущості α приймається гіпотеза H_0 про статистичну незначимість відмінностей у досліджуваних групах, тобто частки випробовуваних, які досягли «ефекту», тобто у обох вибірках статистично не різняться.

- Якщо $\varphi_{\text{емп}} > \varphi_{\text{крит}}$, то на рівні значущості α відхиляється гіпотеза H_0 і приймається гіпотеза H_1 про те, що частка випробовуваних, які досягли «ефекту», у експериментальній групі статистично достовірно більшою

2.7. Точний критерій Фішера

Ймовірнісний тест Фішера (за Рональдом Ейлмером Фішером, 1934) є тестом незалежності між двома дихотомічними категоріальними змінними. Він надає альтернативу статистиці χ^2 для оцінки різниці між двома незалежними пропорціями, коли числа малі, але не може бути застосований до таблиці непередбачуваності, більшої за двовимірну.

Тест перевіряє всі можливі таблиці 2×2 , які можна побудувати з тими самими граничними підсумками (тобто числа в клітинках різні, але підсумки рядків і стовпців однакові), що й вихідна таблиця, але які є такими ж або більш екстремальними в їх відхиленні від нульової гіпотези. Розраховується ймовірність отримання кожної з цих таблиць, з якої виводиться складене значення ймовірності p . Цю ймовірність зазвичай подвоюють, щоб отримати двостороннє значення p .

Таким чином, замість того, щоб посилатися на розраховану статистику на розподіл вибірки, тест обчислює точну ймовірність. Обчислення громіздкі, і їх не роблять вручну. Дійсно, навіть комп'ютерне програмне забезпечення не виконає цей тест, якщо N занадто велике, скажімо, більше 300.

Можна зауважити, що для великих вибірок критерій χ^2 , скоригований критерій χ^2 з поправкою Йейтса та точний критерій Фішера дають дуже подібні результати, але для менших вибірок критерій Фішера та поправка Йейтса дають більш консервативні результати, ніж звичайний

критерій χ^2 ; тобто значення p є вищими, і ми з меншою ймовірністю прийдемо до висновку, що існує значна різниця між групами.

Принцип точного критерію Фішера тепер можна розширити з таблиці випадковостей 2×2 до загального випадку таблиці $m \times n$, а деякі статистичні пакети забезпечують обчислення для більш загального випадку. Як один із прикладів розширення Фрімена–Галтона (за Фріменом і Халтоном, 1951) до точного критерію Фішера дозволяє розрахувати точне значення P із таблиць 2×3 , 3×3 і 2×4 .

$$CA = C_{a+b}^a = \frac{(a+b)!}{a!b!}, CC = C_{c+d}^c = \frac{(c+d)!}{c!d!}, CN = C_N^{a+c}$$

$$p - value = \frac{C_{a+b}^a \cdot C_{c+d}^c}{C_N^{a+c}}$$

Бінарні змінні зазвичай представлені як підрахунки або частоти. Для аналізу такі дані зручно оформляти в таблиці спряженості. Умовно такі таблиці позначаються як таблиці $r \times c$, де r означає кількість рядків, а c — кількість стовпців. Розподіл ймовірностей хі-квадрат (χ^2) особливо корисний при аналізі бінарних змінних. Ряд тестів дає тестову статистику, яка відповідає, принаймні приблизно, розподілу χ^2 і тому їх називають тестами χ^2 . Приклади включають критерій χ^2 – Пірсона (або просто тест χ^2), критерій χ^2 МакНемара, тест Мантеля–Гензеля χ^2 та інші. Критерій χ^2 – Пірсона є найбільш часто використовуваним тестом для оцінки різниці в розподілі категоріальної змінної між двома або більше незалежними групами. Якщо групи впорядковані певним чином, слід використовувати критерій χ^2 для визначення тенденції. Точний імовірнісний тест Фішера — це тест незалежності між двома дихотомічними категоріальними змінними. Він забезпечує кращу альтернативу статистиці χ^2 для оцінки різниці між двома незалежними

пропорціями, коли числа малі, але не може бути застосований до таблиці непередбачуваності, більшої за двовимірну.

Тест МакНемара χ^2 оцінює різницю між парними пропорціями. Він використовується, коли частоти в таблиці 2×2 представляють парні зразки або спостереження. Тест Кокрена Q є узагальненням тесту МакНемара, який порівнює більше ніж дві пов'язані пропорції. Значення P з тесту χ^2 або його аналогів не вказує на силу різниці чи асоціації між залученими категоріальними змінними. Цю інформацію можна отримати зі статистики відносного ризику або співвідношення шансів, яка є мірою дихотомічної асоціації, отриманої з таблиць 2×2 .

2.8. Логістична модель регресії

Нехай ми маємо на меті побудувати мультиплікативну модель (логістичну модель регресії) залежності шансів результуючої бінарної змінної Y від факторних змінних X_1, X_2, \dots, X_m .

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m$$

Побудова й аналіз моделі (як і у випадку лінійної моделі регресії) проводиться за алгоритмом:

- розрахунок коефіцієнтів $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ логістичної моделі регресії на навчальній множині,
- оцінка якості й адекватності моделі регресії загалом,
- оцінка впливу для кожної окремої факторної ознаки,
- підтвердження практичного використання математичної моделі на контрольній множині.

Розрахунок коефіцієнтів логістичної моделі регресії

Нехай у нас є вибірка з N пацієнтів, і для кожного із них проведено вимірювання значення факторних X_1, X_2, \dots, X_m ознак і відоме значення бінарної вихідної ознаки Y (діагноз). Будемо вважати, що на генеральній сукупності залежність результуючої ознаки від предикторів є багатofакторною логістичною моделлю регресії. Тоді для розрахунку значень b_i на навчальній множині, як правило, використовується метод найбільшої правдоподібності (ММП). Формули для розрахунку коефіцієнтів b_j наводити тут не будемо. У результаті проведених розрахунків отримаємо точкову оцінку β -коефіцієнтів моделі (b_j) і стандартну похибку оцінки (m_j).

Оцінка якості й адекватності моделі

Для оцінки якості побудованої моделі в пакеті EZR може бути розраховано значення критерію χ^2 -квадрат:

$$\chi^2 = -2 \ln \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

де L_0 – функція правдоподібності для прогнозування вихідної змінної Y без урахування факторних ознак, L – функція правдоподібності для прогнозування вихідної змінної Y з урахуванням факторних ознак. Якщо включення факторних ознак не змінює значення функції правдоподібності (χ^2 -квадрат статистично значимо не відрізняється від 0, $p > 0.05$), то можна говорити про незалежність вихідної змінної від факторних змінних. Чим більше відмінність L_0 та L (чим більше значення χ^2 -квадрат моделі), тим більший вплив факторних ознак на зміну результуючої ознаки.

Для перевірки відмінності від 0 для кожного j -го коефіцієнту моделі $-\beta_j$ використовується розраховується значення статистики Вальда, яка відповідає на питання, чи впливає j -а факторна ознака (з урахуванням стандартизації за всіма іншими факторами) на вихідну змінну. Для оцінки ступеню впливу для кожної j -ої факторної змінної в логістичній моделі регресії розраховується показник відношення шансів (ВШ), що оцінює вплив j -ої факторної ознаки (з урахуванням стандартизації за всіма іншими факторами) на вихідну змінну. Значення показника j -ої факторної ознаки $\text{ВШ} > 1$ ($b_j > 0$ при $p < 0.05$) указує на зростання шансів випадку при зростанні цієї ознаки, якщо ж $\text{ВШ} < 1$ ($b_j < 0$ при $p < 0.05$), це свідчить про зниження шансів випадку при зростанні цієї ознаки. Якщо ж значення показника ВШ j -ої факторної ознаки статистично значимо не відрізняється від 1, то зміна цієї ознаки не пов'язана зі зміною ризику випадку.

Для оцінки якості прогнозування в математичній моделі (для оцінки діагностичного тесту) використовуються показники: чутливість (*Sensitivity*) моделі, специфічність (*Specificity*) моделі, прогностичність позитивного результату (*Positive predictive value*), прогностичність негативного результату (*Negative predictive value*).

Для розуміння цих показників розглянемо чотирипільну таблицю спряженості, що побудована на основі результатів класифікації в математичній моделі (або деякого тесту).

Визначимо поняття **TP**, **FP**, **FN**, **TN**.

TP (True Positive) – кількість правильно класифікованих випадків (як правило, негативних для пацієнта наслідків, як то, є захворювання, є рецидив, не досягнуто вилікування, тощо);

TN (True Negative) – кількість правильно класифікованих не випадків (як правило, позитивних для пацієнта наслідків, як то, немає захворювання, немає рецидиву, досягнуто вилікування, тощо);

FN (False Negative) – хибно негативні приклади, кількість неправильно класифікованих випадків (похибка першого роду), коли випадок хибно не прогнозується;

FP (False Positive) – хибно позитивні приклади, кількість неправильно класифікованих не випадків (похибка другого роду), коли хибно прогнозується випадок.

Чутливістю моделі (тесту)(SENS) називається доля пацієнтів, у яких фактично був випадок і модель для них дала правильний прогноз (доля хворих, для яких модель дала правильний прогноз):

$$SENS = \frac{TP}{TP + FN} \times 100\%$$

Специфічністю моделі (тесту)(SPEC) називається доля пацієнтів, у яких фактично був не випадок і модель для них дала правильний прогноз (доля не хворих, для яких модель дала правильний прогноз):

$$SPEC = \frac{TN}{TN + FP} \times 100\%$$

Прогностичністю позитивного результату (PPV) моделі (тесту) називається доля пацієнтів, для яких було дано позитивний прогноз (є випадок) і у них фактично був випадок (доля правильних прогнозів, для яких модель прогнозує наявність захворювання). Якщо Рис. 6. відповідає розповсюдженості (*PREV*) випадку, то *PPV* розраховується за формулою:

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP} \times 100\%$$

В іншому випадку, для розрахування *PPV* на практиці, потрібно враховувати розповсюдженість:

$$PPV = \frac{SENS \times PREV}{SENS \times PREV + (1 - SPEC) \times (1 - PREV)} \times 100\%$$

Прогностичністю негативного результату (*NPV*) моделі (тесту) називається доля пацієнтів, для яких було дано негативний прогноз (немає випадку) і у них фактично був не випадок (доля вірних прогнозів, для яких модель прогнозувала відсутність захворювання). Якщо Рис. 6. відповідає розповсюдженості (Prevalence) випадку то *NPV* розраховується за формулою:

$$NPV = \frac{TN}{TN + FN} \times 100\%$$

В іншому випадку, для розрахування *NPV* на практиці, потрібно враховувати розповсюдженість:

$$NPV = \frac{SPEC \times (1 - PREV)}{(1 - SENC) \times PREV + SPEC \times (1 - PREV)} \times 100\%$$

Ці чотири показники дають оцінку прогностичним якостям моделі, зрозуміло, що якісна модель повинна давати вірний прогноз і для «хворих» (мати високу, близьку до 100%, *Sensitivity*) і для здорових (мати високу, близьку до 100%, *Specificity*). Крім того, для практичного застосування моделі важливим є те, що, якщо модель дала позитивний прогноз, то

пацієнт з високою імовірністю буде дійсно «хворим» (високе, близьке до 100% значення PPV), якщо ж модель дала негативний прогноз, то пацієнт з високою імовірністю буде дійсно «здоровим» (високе, близьке до 100% значення NPV)

У той же час, слід зазначити, що три із цих величин є незалежними оцінками, тобто, у загальному випадку:

$$PPV \neq SENS$$

$$NPV \neq SPEC$$

Оцінка якості моделі. Побудова та аналіз кривих операційних характеристик

Для оцінки якості логістичної моделі регресії (або деякого тесту) часто використовується метод побудови та аналізу кривої операційних характеристик моделі (*Receiver Operating Characteristic – ROC curve analysis*).

Нехай побудовано модель прогнозування деякого захворювання, або запропоновано виставляти діагноз за результатом деякого тесту. Тоді для кожного із пацієнтів, якому виставляється діагноз, ставиться у відповідність деяке число (результат). При цьому, якщо це число менше або дорівнює деякому граничному значенню ($Z_{гр}$) – виставляється діагноз «здоровий», якщо ж це число більше $Z_{гр}$ – виставляється діагноз «хворий».

Прогностичні характеристики моделі залежать від цього граничного значення, наприклад, якщо ми візьмемо дуже низьке значення $Z_{гр}$, то всім пацієнтам буде виставлено діагноз «хворий» ($SENS = 100\%$ але $SPEC = 0\%$). Якщо ж взяти велике значення $Z_{гр}$, то всім пацієнтам буде виставлено

діагноз «здоровий» ($SENS = 0\%$ але $SPEC = 100\%$). При зміні значення $Z_{гр}$, $SENS$ і $SPEC$ тесту будуть змінюватись. Криву залежності чутливості моделі від її специфічності при переборі всіх значень $Z_{гр}$ називають кривою операційних характеристик моделі ($ROC - curve$). На рисунку 7 представлено ROC -криву для деякої моделі. Якість побудованої моделі може бути оцінена за площею під $ROC -$ кривою (AUC , заштрихована область на рисунку), чим більше значення AUC , тим кращі прогностичні характеристики моделі (для ідеальної моделі $SENS = 100\%$ і $SPEC = 100\%$ площа під $ROC -$ кривою, $AUC = 1$). Модель буде адекватною експериментальним даним якщо AUC статистично значимо ($p < 0.05$) перевищує 0.5 ($ROC -$ крива не співпадає з діагональною лінією). Якщо ж AUC не відрізняється від 0.5, то модель прогнозує не краще ніж при випадковому виборі прогнозу (за частотою випадків), модель не адекватна експериментальним даним.

Для відбору мінімальної кількості ознак, що забезпечують якісні прогностичні характеристики логістичної моделі регресії в пакеті EZR може бути використаний метод покрокового включення/виключення факторних змінних (*stepwise method*).

Для упередження перенавчання моделі після її побудови (підгонки коефіцієнтів моделі) її тестують на даних, що не були використані при побудові моделі (контрольній множині) і якщо отримують ту ж якість прогнозування, що і на навчальній множині даних, то можна говорити про відсутність підгонки і про можливість використання результатів прогнозування на практиці. Слід зауважити, що коли мова йде про логістичні моделі регресії, то питання практичного використання моделі (для прогнозування діагнозу, тощо) часто не являється актуальним тому,

що ці моделі найчастіше використовують для вибору факторних ознак, що пов'язані з результуючою змінною, для оцінки сили незалежного впливу цих ознак (при урахуванні інших факторів) на результат, а не для прогнозування результату на практиці.

3. Аналіз особистісних почуттів здобувачів освіти

ЗАДАЧА 1. Дослідити результати опитування студентів різних курсів НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського» щодо особистісних почуттів здобувачів освіти відносно військового стану, їх спроможності успішно продовжувати навчання.

3.1. Аналіз за критерієм *T*-Вілкоксона

Було проведено анонімне опитування у два етапи: у травні 2023 року для студентів 1-3 курсів і повторно – в лютому 2024 році для тих самих студентів. Студентам були запропоновані запитання (Google forms) про рівень стресу в якому вони знаходились і знаходяться починаючи з 24.02.2024 р. Також, запитання стосувались їх емоційного, фізичного та морального стану, відношення до навчання, майбутніх намірів працювати в Україні (5 можливих варіантів відповідей).

Для дослідження зв'язаних вибірок був застосований непараметричний критерій *T*-Вілкоксона. Оскільки вибірки виявились нерівними, було вирішено перевіряти критерій *T*-Вілкоксона не тільки для елементів по кожному із запитань, але й для вибірових середніх, що утворили вибірку середніх з $n=13$.

1. Встановлюємо рівень ймовірності помилки першого роду і формулюємо нульову та альтернативну гіпотези: $\alpha = 0,1$;
2. H_0 : у студентів з травня 2023 р. по лютий 2024 не відбулось змін у сприйнятті війни, як стресового фактору;
 H_1 : у студентів з травня 2023 р. по лютий 2024 відбулись зміни у сприйнятті війни, як стресового фактору.
3. Обчислюємо різницю між індивідуальними значеннями першого та другого вимірювання («до – після»).

4. Рангуємо абсолютні величини різниці за порядком зростання функцією EXCEL RANK.AVG(;;1). Якщо є декілька однакових числових значень, то використовується правило зв'язаних рангів. Для перевірки правильності ранжування можна використовувати той факт, що

$$\sum R = \frac{n(n+1)}{2} = 91, \quad n = 13$$

Враховуємо, що обсяг вибірки зменшився на кількість нульових зсувів.

5. Підраховуємо суми рангів окремо для позитивних та негативних величин різниці:

$$R_{Positive} = 20, R_{Negative} = 71$$

6. За емпіричне значення критерію $T_{емпір.} = \min(R_1; R_2) = 20$ приймається менша сума:

$$T_{емпір.} = 20$$

За таблицею критичних значень критерію T -Вілкоксона для ненаправлених альтернатив при $n = 13$ та заданого $\alpha = 0,1$ знаходимо $T_{крит.} = 21$ (двобічна критична область), тобто $T_{емпір.} < T_{крит.}$ гіпотеза H_0 відхиляється на рівні значущості $\alpha = 0,1$.

Визначаємо розмір ефекту r_{eff} :

$$Z = \frac{\min(R_1; R_2) - \frac{13(13+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{20 - \frac{13 \cdot 14}{4}}{\sqrt{\frac{13(13+1)(26+1)}{24}}} \approx -1,78,$$

$$r_{eff} = \frac{Z}{\sqrt{n}} = -\frac{1,78}{\sqrt{13}} = 0,49.$$

Представлені дані дають підстави відхилити нульову гіпотезу T -критерієм Вілкоксона і прийняти гіпотезу H_1 ($T_{\text{емпір.}} = 20$). Тобто існує статистично значущі відмінності у наведених результатах тестування. При цьому значення ($r_{\text{eff}} = 0,49$) є розмір ефекту вище середнього, але його значення свідчить про доцільність збільшення статистичної потужності тесту.

3.2. Діаграми BOX & Whisker

Було проведено анонімне опитування студентів коледжу Білоцерківського інституту економіки та управління з аналогічними запитаннями (Google forms). Оскільки тестування проводилось в 2024 році – наводимо тільки діаграми BOX & Whisker. З діаграм видно, що різниця в особистнісних почуттях здобувачів освіти різних рівнів акредитації не є екстремально великою:

3.3. Рангова кореляція Спірмена

Проведено анонімне опитування студентів I курсу НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського». Студенти відповіли на 10 запитань (можливі варіанти відповідей від 1 до 10), що дало визначити коефіцієнти рангової кореляції Спірмена. Розрахунки проводились MS EXCEL. Обчислена кореляційна матриця $R_{ij}, i, j = \overline{1,10}$ (Рис. 11), виявлено кореляційні зв'язки різної сили (від'ємний коефіцієнт $R_{10,4} = -0,25$, показує зворотню залежність і малої сили, також $R_{9,7} = 0,94$, що є показником великої сили (майже лінійна залежність)). Загалом, що природньо, чим вище рівень стресу від початку війни та інформації про стан справ на фронті, тим складніше студентам навчатись. Також існує зв'язок між бажанням продовжувати навчання в Україні і стресу від звуків тривоги ракетної небезпеки, які лунають під час

занять ($R_{8,6} = 0,92$). Природньо, ці фактори пов'язані з успішністю в навчанні.

Отримані коефіцієнти рангової кореляції Спірмена, явно демонструють, що стрес дійсно знижує моральний настрій та доволі сильно впливає на можливість добре засвоювати знання і знижує бажання щодо подальшої фахової роботи в Україні.

ЗАДАЧА 2. Дослідити які саме фактори можуть повпливати на вибір студентів про подальше навчання і фахову роботу в Україні.

3.4. Логістична регресія

Вивчалися результати анонімного опитування у травні 2023 року для студентів 1-3 курсів. Поставлено задачу виявлення факторних ознак(з 11 можливих), що впливають на можливий вибір студентів продовжувати навчання і фахову роботу в Україні. «Результат» – змінна Y :

$Y = 0$ – студент більш ймовірно вибере подальше навчання чи фахову роботу за межами України,

$Y = 1$ – студент більш ймовірно залишиться вчитись чи працювати в Україні) для вибірки із 153 студентів.

Задачу розв'язували за допомогою побудови та аналізу багатофакторної логістичної моделі регресії

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m$$

Використовуємо метод моделі покрокового виключення змінних порівнянням p -value (вибір найбільшого і виключення відповідної змінної) (*Stepwise selection based on p – value*). Також звертаємо увагу на оцінку значимості відмінності коефіцієнтів моделі від 0 (за критерієм Вальда).

Для знаходження коефіцієнтів логістичної моделі регресії використаємо *Метод Максимальної Правдоподібності*.

Основу метода складає функція правдоподібності $L(x; \theta)$, яка виражає ймовірність спільної появи результатів вибірки x_1, x_2, \dots, x_n :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \varphi(x_1; \theta) \varphi(x_2; \theta) \dots \varphi(x_n; \theta)$$

Згідно з ММП за оцінку невідомого параметра θ приймається таке значення $\hat{\theta}$, яке максимізує функцію $L(x; \theta)$.

Результатом розрахунку коефіцієнтів, показників p – *value* і оцінки якості кінцевої моделі AUC , є прогнозування імовірності вибору подальшого навчання чи фахової роботи за межами України p – *Pred*, побудованої на трьох значимих факторних змінних: X_1 – «зміна планів щодо навчання в Україні у зв'язку з оголошенням військового стану», X_2 – «відчуття проблем у переживанні позитивних емоцій у зв'язку з оголошенням військового стану», X_3 – «моральний стан щодо навчання під час військового стану» (Рис. 13).

Аналіз ROC-кривої кінцевої двохфакторної моделі прогнозування імовірності вибору подальшого навчання чи фахової роботи за межами України свідчить про наявність його зв'язку з факторними ознаками X_1, X_2, X_3 . $AUC = 0,81$ (95% ВІ) статистично значимо ($p < 0.05$), більше 0.5.

Отримана математична модель прогнозування може бути виражена формулою:

$$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

Після розрахунку коефіцієнтів у MS EXCEL формула має такий вигляд:

$$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = -4,88 - 0,327X_1 + 0,361X_2 + 1,396X_3$$

Примітка*: відмінність параметра моделі від 0 статистично значима.

4. Аналіз успішності здобувачів освіти

ЗАДАЧА 3. Дослідити результати успішності студентів різних років Білоцерківського фахового коледжу Університету «Україна» за 2019 – 2023 рік відносно військового стану та пандемії COVID-19. Порівняти рівень успішності з точки зору кількості студентів, що здавали іспити на оцінки «А», «В», «С» протягом літньої та зимової сесії.

4.1. Аналіз за φ – критерієм кутового перетворення Фішера. Точний критерій Фішера.

Були зібрані дані щодо результатів літньої та зимової сесій 2019-2023 років студентів Білоцерківського фахового коледжу Університету «Україна».

Для дослідження результатів було використано непараметричний φ –критерій кутового перетворення Фішера.

Зауважимо, що для застосування φ –критерію виконується умова, що в кожній вибірці має бути не менше 5 спостережень.

«Ефектом» є отримання оцінки «А», «В» чи «С» здобувачами освіти.

1. Визначаємо відсоткову частку.

2. Формулюємо гіпотези:

H_0 : частка студентів що здали іспити на оцінки «А», «В» чи «С» протягом зимової сесії не більша ніж частка студентів що здали іспити на оцінки «А», «В» чи «С» протягом літньої сесії.

H_1 : частка студентів що здали іспити на оцінки «А», «В» чи «С» протягом зимової сесії більша ніж частка студентів що здали іспити на оцінки «А», «В» чи «С» протягом літньої сесії.

3. Будуємо таблиці частот за двома значеннями ознаки «є ефект» і «немає ефекту» для груп випробовуваних

4. Обчислюємо відповідні відсоткові частки «ефекту» в кожній груп за формулою:

$$\varphi_i(P_i) = 2 \cdot \arcsin \sqrt{P_i},$$

де P_i – відсоткова частка «ефекту» в кожній групі, i – номер вибірки.

Завдяки φ -перетворенню отримуємо розподіл, близький до нормального при будь-якому P_i .

Користуючись таблицею величин кута φ (в радіанах) для різних відсоткових часток (за Урбахом В.Ю, 1964р.) знаходимо значення φ_i

5. Знаходимо емпіричне значення $\varphi_{\text{емп}}$ за формулою:

$$\varphi_{\text{емп}} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

де φ_1 – кут, що відповідає більшій відсотковій частці, φ_2 – кут, що відповідає меншій відсотковій частці, n_1 – кількість спостережень у першій вибірці, n_2 – кількість спостережень у другій вибірці.

6. Знаходимо рівень значущості $\alpha = 0,05$ за таблицею рівнів статистичної значущості різних значень критерію φ -Фішера (за Гублером Є. В., 1978р.).

7. Визначаємо критичне значення $\varphi_{\text{крит}}$ за формулою:

$$\varphi_{\text{крит}} = \begin{cases} 1,64 & \text{при } p \leq 0,05, \\ 2,31 & \text{при } p \leq 0,01. \end{cases}$$

8. Опрацювавши дані та, порівнявши значення $\varphi_{\text{крит}}$ та $\varphi_{\text{емп}}$ за 2019-2023рр., формулюємо висновок:

На основі отриманих результатів можемо казати, що за

- 2019-2020, 2020-2021, 2022-2023 роки $\varphi_{\text{емп}} < \varphi_{\text{крит}}$, то на рівні значущості $\alpha = 0,05$ приймається гіпотеза H_0 про статистичну незначимість відмінностей у досліджуваних групах, тобто частки випробовуваних, які досягли «ефекту», тобто у обох вибірках статистично не різняться.

Це свідчить про те, що вплив екстремальних ситуацій мав несуттєвий вплив на порівняння успішності між зимовою та літньою сесією.

- 2021-2022 роки $\varphi_{\text{емп}} > \varphi_{\text{крит}}$, то на рівні значущості $\alpha = 0,05$ відхиляється гіпотеза H_0 і приймається гіпотеза H_1 про те, що частка випробовуваних, які досягли «ефекту», у експериментальній групі статистично достовірно більшою.

Цей результат показує, що в даний період вплив екстремальних ситуацій мав суттєвий вплив на порівняння успішності між зимовою та літньою сесією.

Отримані критерієм кутового перетворення Фішера результати корелюють з результатами отриманими точним ймовірнісним тестом Фішера на рівні значущості $\alpha = 0,05$. Тести були проведені для додаткової впевненості у достовірності впливу Covid-19 та початку повномасштабної війни з РФ.

Загалом, можемо зробити висновок, що причиною погіршення результатів успішності у 2022-2023 навчальному році міг послугувати оголошення військового стану в Україні, що сталось після зимової сесії 2022 року, який значно вплинув на психологічний стан студентів та їхню здатність зосередитися на навчанні. Війна спричинила підвищення рівня стресу і тривожності серед студентів, оскільки вони опинилися в умовах невизначеності та постійної небезпеки. Це, в свою чергу, негативно

вплинуло на їхню здатність ефективно підготуватися до літньої сесії та успішно скласти іспити.

Додатково, військовий стан привів до труднощів в організації навчального процесу. Часто порушувалися звичні умови навчання, зокрема через можливі евакуації, перебої в роботі навчальних закладів та зміни у розкладі занять. Можливі проблеми з доступом до навчальних матеріалів також зіграли свою роль, оскільки студенти не завжди мали можливість своєчасно отримувати необхідну інформацію для підготовки до іспитів.

Усі ці фактори разом зумовили погіршення академічних результатів студентів під час літньої сесії, що відобразилося у статистично значущій різниці у частці студентів, які здали іспити на оцінки «А», «В» чи «С», порівняно з зимовою сесією.

Висновки

Загальний аналіз дослідження дозволяє зробити кілька важливих висновків щодо психологічного стану студентів та їхньої навчальної успішності в умовах екстремальних ситуацій.

Кореляційна матриця за Спірменом показала, що виявлено кореляційні зв'язки різної сили (від'ємний коефіцієнт $R_{10,4} = -0,25$, показує зворотню залежність і малої сили, також $R_{9,7} = 0,94$, що є показником великої сили (майже лінійна залежність)). Також існує зв'язок між бажанням продовжувати навчання в Україні і стресу від звуків тривоги ракетної небезпеки, які лунають під час занять ($R_{8,6} = 0,92$).

Отримані результати аналізу за φ –критерієм кутового перетворення Фішера показали, що починаючи з 2020 року навчальний процес зазнав певних змін, що відобразилось, як зниження частки студентів, що прагнуть навчатись на «відмінно» та «добре». Особливе зниження успішності фіксувалось після початку війни, що є природньо.

Точний тест Фішера показав, що за весь, розглянутий нами, час, окрім зимової сесії 2021-2022 н.р., наші розрахунки достовірні на рівні значущості $\alpha = 0,05$. Послугувати неточності могли не повністю достовірні дані, так як після початку пандемії Covid – 19 викладачі відносились до здобувачів освіти більш лояльно.

При побудові 11-ти факторної моделі логістичної регресії було виділено три факторні ознаки, найбільш впливові на можливий вибір студентів в подальшому залишатись на навчання та фахову роботу в Україні. Це їх вибір професії, на який вторгнення суттєво не вплинуло; проблеми у переживанні позитивних емоцій (неможливість відчувати радість або любов); моральний настрій щодо навчання під час військового стану.

Крім того, обставини, такі як відключення електроенергії, створюють загрозливі умови для навчального процесу в Україні. Надалі аналіз даних є необхідним для виявлення додаткових факторів, що впливають на психологічний стан та успішність студентів.

Список використаних джерел

1. Посібник з біостатистики. Аналіз результатів медичних досліджень у пакеті EZR (R-statistics) / В. Г. Гур'янов, Ю. Є. Лях, В. Д. Парій, О. В. Короткий, О. В. Чалий, К. О. Чалий, Я. В. Цехмістер : Навчальний посібник. – К. : Вістка, 2018. – 208 с. ISBN 978-617-7157-67-9
2. Козирева О.В. К59 Статистика: навчальний посібник / О.В. Козирева, В.О. Федорова. – Х.: Видавництво Іванченка І.С., 2021. – 187 с. ISBN 978-617-7879-91-5.
3. Боснюк В. Ф. Математичні методи в психології: курс лекцій. Мультимедійне навчальне видання – Х.: НУЦЗУ, 2020. – 141 с.
4. Гланц С. Медико-биологическая статистика / Гланц С.; пер. с англ. под ред. Н. Е. Бузикашвили и Д. В. Самойлова. – М. : Практика, 1998. – 459 с. : ил.
5. Руденко В.М. Математична статистика: Навчальний посібник/ Руденко В.М. -Київ : Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.
6. Козирева О.В. К59 Статистика: навчальний посібник / О.В. Козирева, В.О. Федорова. – Х.: Видавництво Іванченка І.С., 2021. – 187 с. ISBN 978-617-7879-91-5.
7. Данілов В.Я. Статистична обробка даних: навчальний посібник /КНУ ім. Тараса Шевченка, Київ.: 2019. – 156 с.
8. Авраменко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посібник / В. І. Авраменко, І. К. Карімов. — 2-ге вид., перероб. і доп. — Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2013. — 245 с. ISBN 978-966-175-089-9
9. Гланц С. Медико-биологическая статистика / Гланц С.; пер. с англ. под ред. Н. Е. Бузикашвили и Д. В. Самойлова. – М. : Практика, 1998. – 459 с. : ил.

10. Свердан П. Л. Вища математика. Аналіз інформації у фармації та медицині: Підручник/ Свердан П. Л. – Львів : Світ, 1998. – 332 с.
11. Рарок О. В. Статистика. Конспект лекцій : навчальний посібник / Укл. Рарок О. В. – Кам'янець-Подільський : ФОП Сисин І. Я., 2017. – 202 с. ISBN 978-617-7052-71-4.
12. Моклячук М.П. Лекції з теорії ймовірностей Л та математичної статистики/ КНУ ім. Тараса Шевченка, Київ.: 2021. – 177 с.
13. Кудзіновська І. П., Трофименко В. І. Особливості викладання математичних дисциплін у закладах вищої освіти в умовах воєнного стану. Інтернаука. Сер. : педагогічні науки. URL:
14. <https://www.inter-nauka.com/uploads/public/16606360462734.pdf>.
15. Програма великої трансформації «Освіта 4.0: український світанок».
URL:<https://mon.gov.ua/storage/app/media/news/2022/12/10/Osvita-4.0.ukrayinskyu.svitanok.pdf>
16. Про затвердження плану дій органів виконавчої влади з відновлення деокупованих територій
17. територіальних громад: розпорядження Кабінету Міністрів України від 30.12.2022 № 1219-р. URL:
<https://www.kmu.gov.ua/npas>
18. McDonald, J.H. Handbook of Biological Statistics (3rd ed.). Sparky House Publishing, Baltimore, Maryland, 2014. 305 p.
19. Nikolaev E., Riy G., Shemelinets I. Higher education in Ukraine: changes due to the war: analytical report. Borys Grinchenko Kyiv University. 2023.84 p. <https://osvitanalityka.kubg.edu.ua/wp-content/uploads/2023/04/HigherEd-in-Times-of-War-EN.pdf>