

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Фізико-математичний факультет
Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей**

«На правах рукопису»
УДК 336.7

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Олег КЛЕСОВ
«__» _____ 20__ р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-професійною програмою «Страхова та фінансова математика»

зі спеціальності 111 «Математика»

**на тему: «Математична модель оптимізації кредитного портфеля банку з
урахуванням ризику його ліквідності»**

Виконала:
студентка II курсу, групи ОМ-31мп
Манюк Зінаїда Олександрівна

Науковий керівник:
кандидат технічних наук, доцент
Іваненко Тетяна Вікторівна

Рецензент:
завідувач кафедри теоретичної
прикладної механіки механіко-математичного
факультету КНУ ім. Тараса Шевченка,
доктор фізико-математичних наук,
професор
Жук Ярослав Олександрович

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних посилань.
Студентка _____

Київ – 2024 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Фізико-математичний факультет
Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 111 «Математика»

Освітньо-професійна програма «Страхова та фінансова математика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Олег, КЛЕСОВ

«__» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Манюк Зінаїді Олександрівні

1. Тема дисертації «Математична модель оптимізації кредитного портфеля банку з урахуванням ризику його ліквідності», науковий керівник дисертації Іваненко Тетяна Вікторівна, кандидат технічних наук, доцент, затверджені наказом по університету від «6» листопада 2024 р. № 4981-с
2. Термін подання студентом дисертації 14.12.2024 р.
3. Об'єкт дослідження: кредитний портфель комерційного банку
4. Вихідні дані: кредитні програми комерційного банку, фінансовий звіт комерційного банку за 2023 р.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
 - 1) зібрати дані кредитних програм комерційного банку;
 - 2) на основі зібраних даних побудувати математичну модель оптимального кредитного портфеля для трьох типів кредиторів;
 - 3) зібрати дані активів та пасивів з фінансового звіту комерційного банку;
 - 4) на основі зібраних даних побудувати математичну модель мінімізації ризику ліквідності комерційного банку.

6. Дата видачі завдання 04.09.2024 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Підбір літературних джерел та огляд літератури	до 30.09.2024	Виконано
2	Написання 1 розділу.	до 15.10.2024	Виконано
3	Збір та систематизація даних для написання 2 та 3 розділів	до 31.10.2024	Виконано
4	Написання 2 розділу	до 14.11.2024	Виконано
5	Написання 3 розділу	до 28.11.2024	Виконано
6	Оформлення магістерської дисертації та підготовка до захисту.	до 14.12.2024	Виконано

Студент

Зінаїда МАНЮК

Науковий керівник

Тетяна ІВАНЕНКО

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація містить 33 сторінки, 10 першоджерел та 15 слайдів презентації.

Об'єктом магістерської дисертації є кредитний портфель.

Мета магістерської дисертації: розробка математичних моделей для управління кредитним портфелем комерційного банку, а також розробка математичної моделі мінімізації ризику ліквідності комерційного банку, які забезпечують досягнення фінансової стабільності та підвищення ефективності банківських операцій.

У роботі було розглянуто математичну модель оптимального кредитного портфеля для трьох типів кредиторів, а також розглянуто математичну модель мінімізації ризику ліквідності комерційного банку з урахуванням штрафних коефіцієнтів.

Ключові слова: оптимальний план, цільова функція, комерційний банк, банківський ризик, активні і пасивні операції, кредитний портфель, ліквідність, ризик ліквідності, матриця штрафних коефіцієнтів.

ABSTRACT

The master's thesis contains 33 pages, 10 primary sources and 15 presentation slides.

The object of the master's thesis is the loan portfolio.

The purpose of the master's thesis: development of mathematical models for managing the credit portfolio of a commercial bank, as well as development of a mathematical model for minimizing the liquidity risk of a commercial bank, which ensure the achievement of financial stability and increase the efficiency of banking operations.

The work considered the mathematical model of the optimal loan portfolio for three types of creditors, and also considered the mathematical model for minimizing the liquidity risk of a commercial bank taking into account penalty coefficients.

Keywords: optimal plan, objective function, commercial bank, banking risk, active and passive operations, loan portfolio, liquidity, liquidity risk, penalty coefficient matrix.

ЗМІСТ

Вступ.....	7
1. Теоретичні відомості.....	8
1.1. Постановка задач лінійного програмування та методи їх розв'язання.....	8
1.2. Теоретичні основи банківської діяльності.....	13
2. Математична модель оптимального кредитного портфеля.....	17
3. Математична модель мінімізації ризику ліквідності Комерційного банку.....	25
Висновки.....	32
Список використаних джерел.....	33

ВСТУП

Банківська діяльність відіграє ключову роль у функціонуванні сучасної економіки, забезпечуючи фінансування та підтримку різних секторів економіки. Одним із важливих аспектів ефективної роботи банків є управління кредитним портфелем, адже саме кредити є основним джерелом доходів банку. Проте надання кредитів супроводжується значними ризиками, серед яких одним із найважливіших є ризик ліквідності, який може призвести до ситуації, коли банк не в змозі вчасно виконати свої фінансові зобов'язання через дефіцит ліквідних активів.

Актуальність роботи полягає в необхідності створення математичних моделей, які дозволять ефективно керувати кредитним портфелем, забезпечуючи баланс між ризиками та прибутковістю.

Мета дослідження полягає у розробці математичних моделей для управління кредитним портфелем комерційного банку, а також у розробці математичної моделі мінімізації ризику ліквідності комерційного банку, які забезпечують досягнення фінансової стабільності та підвищення ефективності банківських операцій.

Результати роботи можуть бути використані банками для підвищення ефективності управління кредитними портфелями, мінімізації ризиків і забезпечення фінансової стабільності.

1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1.1. Постановка задач лінійного програмування та методи їх розв'язання

Лінійне програмування (ЛП) — це розділ математичного програмування, що займається розв'язанням задач, у яких цільова функція і обмеження є лійними. Основна мета — максимізувати або мінімізувати цільову функцію за певними обмеженнями.

Задача лінійного програмування (ЗЛП) — це задача, в якій необхідно знайти найбільше або найменше значення лінійної цільової функції, що описується таким чином: [6]

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n,$$

де x_1, x_2, \dots, x_n — змінні, що мають задовільняти систему лінійних обмежень; c_1, c_2, \dots, c_n - це вагові коефіцієнти, що визначають внесок кожної змінної x_1, x_2, \dots, x_n у значення цільової функції z . Ці коефіцієнти впливають на оптимізацію цільової функції: при задачі на максимум вони показують, наскільки кожна змінна збільшує z , а при задачі на мінімум — наскільки зменшує.

Змінні x_1, x_2, \dots, x_n мають задовольняти систему лінійних обмежень, які записують у формі нерівностей або рівностей:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

або

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

де a_{in} - це коефіцієнти при змінних в системі обмежень, які показують внесок змінної x_n в обмеження i -го рівняння або нерівності; а b_i — це постійні величини, що задають праву частину кожного обмеження.

Характерною рисою задач лінійного програмування є лінійність як цільової функції, так і обмежень стосовно незалежних змінних. З огляду на це, задачі лінійного програмування спираються на припущення про пропорційність і адитивність, які стосуються цільової функції та обмежень. [6]

Пропорційність свідчить про те, що витрати ресурсів і їхній внесок у цільову функцію прямо залежать від обсягу виробництва. Адитивність, у свою чергу, означає, що загальні витрати ресурсів є сумою витрат на різні види діяльності.

Також змінні задачі мають бути невід'ємними:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Це припущення є логічним для більшості реальних виробничих систем, де жоден вид діяльності не може мати від'ємний показник.

Допустимий план ЗЛП — це вектор змінних $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = x^*$ який задовольняє всі обмеження задачі.

Оптимальний план — це допустимий план, в якому цільова функція досягає свого максимального або мінімального значення. Задача лінійного програмування, яка має хоча б один оптимальний план, вважається розв'язуваною.

Розв'язання задачі лінійного програмування полягає у визначенні одного або кількох оптимальних планів, обчисленні оптимального значення цільової функції або встановленні того, що задача не має розв'язків.

Методи розв'язання задач ЛП: [5]

- 1) Графічний метод використовується для задач з двома змінними, що дозволяє побудувати геометричне уявлення про область допустимих рішень та знайти оптимальне рішення.

- 2) Симплекс-метод є одним з основних методів для розв'язання задач з великою кількістю змінних. Він полягає в пошуку оптимального рішення шляхом переходу від однієї вершини області допустимих рішень до іншої.
- 3) Метод штучного базису застосовується для знаходження початкового базисного рішення, коли очевидного початкового плану не існує. Цей метод допомагає сформуванню базису, який далі використовується у симплекс-методі для пошуку оптимального рішення.

Далі розглянемо детальніше окремий випадок ЗЛП, а саме транспортну задачу. Це окремий випадок задачі лінійного програмування, яка використовується для оптимізації розподілу ресурсів між постачальниками та споживачами при мінімальних витратах.

Нехай деякий однорідний продукт, зосереджений у m постачальників A_1, A_2, \dots, A_m в кількості a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) одиниць відповідно, необхідно перевезти n споживачам B_1, B_2, \dots, B_n в кількості b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) одиниць кожному. Відома вартість перевезення одиниці продукції від i -го постачальника до j -го споживача c_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) грошових одиниць. Подамо умову у вигляді таблиці 1: [6]

		Споживачі				Запаси
		B_1	B_2	...	B_n	
Постачальники	A_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	a_1
	A_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	a_2
	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots
	A_m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	a_m
Потреби		b_1	b_2	...	b_n	

Таблиця 1. Транспортна таблиця перевезень

Або в спрощеному вигляді, як матрицю планування:

c_{11}	c_{12}	\dots	c_{1n}	a_1
c_{21}	c_{22}	\dots	c_{2n}	a_2
\vdots	\vdots	\dots	\vdots	\vdots
c_{m1}	c_{m2}	\dots	c_{mn}	a_m
b_1	b_2	\dots	b_n	

Якщо сумарні запаси дорівнюють сумарним потребам $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ то таку задачу називають закритою транспортною задачею.

Необхідно скласти план перевезень, що дозволяє вивезти всі вантажі і повністю задовольнити всіх споживачів, за умови його мінімальної сумарної вартості.

Для побудови математичної моделі цієї задачі введемо змінні x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$), які означають кількість одиниць вантажу, що перевозиться від i -го постачальника до j -го споживача. Тоді

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \\ x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1, \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = a_2, \\ \dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m, \\ x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = b_2, \\ \dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = b_n, \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \end{array} \right.$$

є класичною закритою транспортною задачею. [6]

Методи розв'язання транспортної задачі: [5]

- 1) Метод північнозахідного кута (діагональний метод). Застосовується для побудови початкового допустимого плану, починаючи з заповнення лівої верхньої клітинки таблиці A_1B_1 де записується мінімальне значення між двома числами a_1 і b_1 . Потім, рухаючись по рядку або стовпцю, заповнюють наступні клітинки таблиці, і так далі, поки не досягнуть останньої правої клітинки таблиці A_mB_n .
- 2) Метод найменшої вартості. Правила побудови початкового опорного плану транспортної задачі методом найменшої вартості відрізняються від правил діагонального методу лише послідовністю вибору клітинки для заповнення. За методом найменшої вартості перше значення записується в клітинку з найменшою ціною перевезення одиниці вантажу між постачальником та споживачем. Якщо таких клітинок кілька, вибирається та, для якої можливий обсяг перевезення є найбільшим.
- 3) Метод потенціалів. Для перевірки оптимальності початкового плану використовуються потенціали. Кожному постачальнику A_i присвоюється потенціал u_i , а кожному споживачу B_j присвоюється потенціал v_j . Потенціали для кожної клітинки таблиці транспортної задачі визначаються через рівняння $u_i + v_j = c_{ij}$, яке записується для кожної заповненої клітинки. Для перевірки оптимальності використовується умова $u_i + v_j \leq c_{ij}$, яка перевіряється для незаповнених клітинок таблиці. Якщо хоча б одна з небазисних клітинок не задовольняє цю умову (тобто $u_i + v_j > c_{ij}$) поточний план не є оптимальним і потрібно перейти до наступного варіанту опорного плану.

1.2. Теоретичні основи банківської діяльності

Банківська система України складається з двох рівнів: [4]

- Перший рівень – центральний банк держави. В Україні це Національний банк України (НБУ).
- Другий рівень – система комерційних банків.

Згідно із Законом «Про Національний банк України», основною функцією НБУ є забезпечення стабільності національної грошової одиниці - гривні. Це, насамперед, означає забезпечення цінової стабільності та відсутність різких змін у валютному курсі. Центральний банк не має на меті отримання прибутку; його пріоритетом є забезпечення стабільного функціонування фінансового ринку та сприяння економічному зростанню. [7]

Комерційний банк – це юридична особа, яка на підставі банківської ліцензії має виключне право надавати банківські послуги для клієнтів. [7] Важливо зазначити, що комерційні банки спеціалізуються на обслуговуванні фізичних та юридичних осіб, пропонуючи різні фінансові продукти, такі як депозити, кредити та інші фінансові послуги.

Однією з ключових складових діяльності комерційного банку є банківські операції. Банківські операції - це рух грошей на банківських рахунках, який здійснюється згідно з розпорядженнями клієнтів або в результаті дій, які в рамках закону призвели до зміни права власності на активи. [7]

Існують такі види банківських операцій: пасивні, активні, банківські послуги та власні операції банків. Основні з них – пасивні і активні.

1. Пасивні операції – це операції, які спрямовані на залучення (аккумуляцію) коштів. Банки отримують ресурси для подальшого їх використання в активних операціях. Метою є залучення коштів для фінансування активних операцій. Пасивні операції фактично забезпечують банк ресурсами.

Пасивні операції включають:

- Депозити: залучення коштів від фізичних і юридичних осіб на строкові або вкладні (депозитні) рахунки.
 - Випуск цінних паперів: банк може емітувати облігації чи інші інструменти для залучення капіталу.
 - Отримання кредитів: від інших банків або центрального банку для збільшення ліквідності.
2. Активні операції – це процес розміщення залучених коштів, а також власного капіталу банку, для отримання прибутку. Метою є збільшення прибутковості за рахунок розміщення залучених коштів.

До активних операцій належать:

- Кредитування: надання кредитів фізичним особам, підприємствам, іншим банкам.
- Інвестиції: вкладення коштів у цінні папери, нерухомість або інші активи.
- Операції на валютних ринках: купівля-продаж іноземної валюти для отримання прибутку.

Основними напрямками використання коштів комерційного банку є формування інвестиційного і кредитного портфелів. Кредитний портфель складається з усіх видів кредитів, де банк виступає в ролі кредитора. Інвестиційний портфель, у свою чергу, включає в себе вкладення в цінні папери на тривалий термін, а також участь у статутних фондах підприємств. [4]

Кредитний портфель є найбільшим за обсягом та доходами серед усіх активів банку, становлячи близько 50% від загальної суми активів і забезпечуючи приблизно 2/3 його доходів. Проте, оскільки кредити є не тільки найбільш прибутковими, але й найризикованішими активами, важливо враховувати ризики, пов'язані з їх наданням. Одним із таких ризиків є банківський ризик. [4]

Банківський ризик — це ймовірність того, що фактичні фінансові потоки банку не відповідатимуть очікуваним показникам за обсягом, часом та розподілом. Цей ризик може виникати через свідомі або несвідомі дії учасників

економічних відносин і здатен впливати на фінансовий стан банку, його стабільність і перспективи зростання. Інакше кажучи, це можливість того, що банк може зазнати втрат або зменшення прибутків через неочікувані ситуації чи управлінські помилки, пов'язані з прийняттям фінансових рішень. [2,7]

Щоб краще зрозуміти різноманіття ризиків, що можуть вплинути на діяльність банку, розглянемо їх класифікацію за групами, класами та конкретними категоріями, наведену в таблиці 2: [2]

Група ризику	Клас ризику	Категорія ризику
Зовнішні ризики	Ризики операційного середовища	<ul style="list-style-type: none"> • Ризики економічної нестабільності • Ризики пов'язані з конкуренцією • Ризики спричинені природними катастрофами • Ризики пов'язані з політичною ситуацією • Ризики пов'язані з правовими змінами
Внутрішні ризики	Ризики управління	<ul style="list-style-type: none"> • Ризики правопорушень та шахрайства • Ризики неорганізованості в діяльності компанії • Ризики неефективності прийняття рішень керівництвом • Ризики недостатньої ефективності системи мотивації персоналу
	Ризик організації банківських операцій	<ul style="list-style-type: none"> • Ризики пов'язані технічними несправностями • Ризик пов'язані з неправильною стратегією розвитку • Ризики неефективних операційних витрат • Ризики пов'язані з інноваціями та новими продуктами
	Фінансові ризики	<ul style="list-style-type: none"> • Валютний ризик • Інвестиційний ризик • Процентний ризик • Кредитний ризик • Ризик неплатоспроможності • Ризик ліквідності

Таблиця 2. Класифікація ризиків банківської діяльності

Розглянемо більш детально фінансові ризики до яких відноситься:

- 1) Валютний ризик - ризик втрат через коливання обмінних курсів валют.
- 2) Інвестиційний ризик - ризик втрат, пов'язаних з інвестиційними операціями банку.
- 3) Процентний ризик - ризик, пов'язаний зі змінами процентних ставок на фінансовому ринку, що може вплинути на доходи банку.
- 4) Кредитний ризик - це ризик того, що позичальник не виконає своїх фінансових зобов'язань перед банком або виконає їх невчасно, що призведе до збитків для банку.
- 5) Ризик неплатоспроможності - ризик того, що банк не зможе виконати свої фінансові зобов'язання перед кредиторами через загальне погіршення фінансового стану.
- 6) Ризик ліквідності - ризик того, що банк не зможе виконати свої короткострокові зобов'язання через недостатню кількість ліквідних активів. Як приклад, банк не має достатньо ліквідних коштів, щоб задовольнити вимоги клієнтів на зняття депозитів.

Таким чином, розглянувши основи банківської діяльності, ми можемо перейти до побудови математичної моделі оптимального кредитного портфеля, та математичної моделі мінімізації ризику ліквідності

2 Математична модель оптимального кредитного портфеля

Розрахуємо оптимальну структуру кредитного портфеля для «Приватбанку». [1]

Вид кредиту	Річна ефективна кредитна ставка %
Кредити приватним особам	
1. Кредит «Оплата частинами» від 300 грн. до 300 тис. грн.	0,24
2. Кредит «Миттєва розстрочка» від 300 грн. до 300 тис. грн.	52,53
3. Кредит готівкою до 300 000 грн.	36,38
4. Кредит для карти «Універсальна Gold» на суму 200 тис. грн.	49,59
5. Кредит на авто з пробігом ціною 200 000 грн.	38,55
6. Кредит на нові авто ціною в 2 млн.	34,25
7. Кредит «єОселя» (іпотечне кредитування).	10,15
8. Кредит «Джерела Енергії» (державна фінансова підтримка для придбання альтернативних джерел енергії).	22,43
Кредити для бізнесу	
9. Онлайн кредит для бізнесу	27,11
10. Кредит для енергонезалежності	14,63
11. Бізнес-овердрафт автоматичний (період користування 1-30 днів)	21,94
12. Бізнес-овердрафт бланковий (період користування 1-30 днів)	19,56
13. Фінансовий лізинг	21,02
14. Кредити для ОСББ і ЖБК	18,65
15. Кредит на придбання основних засобів	21,02
16. Кредит для агробізнесу	18,07
17. Кредитна лінія для мікробізнесу	18,07
18. Кредит «Підприємницький»	26,2
19. Кредит під депозит	21,34

Таблиця 3. Види кредитів, які надає «Приватбанк» своїм клієнтам [8,9]

Дані для розрахунку наведені в таблиці 3. Як бачимо, «Приватбанк», пропонує 19 видів кредитів, які відрізняються за термінами, за характером цільового використання, за позичальниками та за граничними сумами. Тому в побудові нашої задачі зміними моделі будуть x_j , ($j = 1, \dots, 19$) – обсяги коштів, які банк може надати в кредит кожного виду. Для розрахунку також треба дані

про витрати банку, які оприлюднені у звіті про фінансові результати за 2023 рік:
[10]

- процентні витрати – 6 616 тис. грн.
- комісійні витрати –17 150 тис. грн.
- адміністративні та інші операційні витрати –10 946 тис. грн.
- відрахування до резерву під знецінення кредитів - 4 588 тис. грн.

Отже, за підсумками 2023 року $C = 6\,616 + 17\,150 + 10\,946 + 4\,588 = 39\,300$ тис. грн.

Також, загальний обсяг кредитного портфеля не перевищує величини ресурсної бази банку. Згідно з даними балансу, сума зобов'язань і власного капіталу банку становить 680 008 тис. грн

Розглянемо три варіанти оптимізаційної моделі, для різних типів кредиторів (ризик-схильного, ризик-несхильного, та поміркованого кредитора) кожен із різним набором часток ризику d , h та g . Де:

- d - мінімальна частка кожного кредиту в портфелі. Для ризик-схильного кредитора це мінімальне значення ($2\% \leq d \leq 4\%$), щоб дозволити більшу кількість кредитів з високим ризиком. Для ризик-несхильного кредитора d – вище ($5\% \leq d \leq 8\%$), щоб забезпечити більшу стабільність кредитного портфеля. Відповідно поміркований кредитор буде вибирати середнє значення ($3\% \leq d \leq 6\%$).
- h - максимальна частка кредитів з підвищеним ризиком. Ризик-схильний кредитор має вищу частку, тому що він готовий приймати більше ризику ($50\% \leq h \leq 70\%$). Ризик-несхильний кредитор обирає меншу частку високоризикових кредитів для зниження ризиків ($20\% \leq h \leq 40\%$). Відповідно поміркований кредитор буде шукати баланс ($35\% \leq h \leq 55\%$).
- g - максимальна частка низькоефективних кредитів. Ризик-схильний кредитор вибирає вищу частку g , щоб включити більше низькоефективних

кредитів для потенційно більшого доходу ($30\% \leq g \leq 45\%$). Ризик-несхильний кредитор вибирає нижчу частку g , щоб уникнути надмірних втрат і забезпечити стабільність портфеля ($15\% \leq g \leq 30\%$). Відповідно поміркований кредитор також буде шукати баланс ($25\% \leq g \leq 35\%$).

1. Ризик-схильний кредитор — готовий приймати більший ризик, тому дозволяється більше кредитів з підвищеним ризиком та низькоефективних кредитів. Оберемо для цього кредитора такі частки: $d = 3\%$, $h = 70\%$, $g = 40\%$.

До кредитів із підвищеним ризиком віднесемо кредити з високими ставками, без забезпечення (бланкові), без визначеного цільового використання (готівкою, овердрафт), а також довгострокові кредити через складність прогнозування фінансової спроможності позичальника: кредит «Митева розстрочка», кредит готівкою, кредит для карти «Універсальна Gold», кредит на авто з пробігом, кредит на нові авто, онлайн кредит для бізнесу, кредит овердрафт бланковий та овердрафт автоматичний, кредит «Підприємницький».

До низькоефективних кредитів віднесемо кредити з низькими ставками: кредит «Оплата частинами», кредит «єОселя», кредит для енергонезалежності, фінансовий лізинг, кредити для ОСББ і ЖБК, кредит на придбання основних засобів, кредит для агробізнесу, кредитна лінія для мікробізнесу.

На основі всього масиву даних складаємо таку оптимізаційну модель, для цього кредитора:

$$Z = 0,024 x_1 + 0,5253 x_2 + 0,3638 x_3 + 0,4959 x_4 + 0,3855 x_5 + 0,3425 x_6 + \\ + 0,1015 x_7 + 0,2243 x_8 + 0,2711 x_9 + 0,1463 x_{10} + 0,2194 x_{11} + 0,1956 x_{12} + \\ + 0,2102 x_{13} + 0,1856 x_{14} + 0,2102 x_{15} + 0,1807 x_{16} + 0,1807 x_{17} + 0,2602 x_{18} + \\ + 0,2134 x_{19} - 39\,300\,000 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq d(x_1 + \dots + x_{19}) \\ \dots \\ x_{19} \geq d(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_9 + x_{11} + x_{12} + x_{18} \leq h(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_1 + x_7 + x_{10} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} \leq g(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_1 + \dots + x_{19} \leq 680\,008\,000 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 19 \end{array} \right.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Коефіцієнти ЦФ:	Змінні (у тис. грн.):	У %:			Обмеження:		
2	0,0240	x1 =	20 400 240,0000	3%		x1, ..., x19	≥	20 400 240,0000
3	0,5253	x2 =	312 803 680,0000	46%		476 005 600,0000	≤	476 005 600,0000
4	0,3638	x3 =	20 400 240,0000	3%		163 201 920,0000	≤	340 004 000,0000
5	0,4940	x4 =	20 400 240,0000	3%		680 008 000,0000	≤	680 008 000,0000
6	0,3855	x5 =	20 400 240,0000	3%				
7	0,3425	x6 =	20 400 240,0000	3%				
8	0,1015	x7 =	20 400 240,0000	3%				
9	0,2243	x8 =	20 400 240,0000	3%				
10	0,2711	x9 =	20 400 240,0000	3%		Z (дохід) =		
11	0,1463	x10 =	20 400 240,0000	3%		250 235 463,9120		
12	0,2194	x11 =	20 400 240,0000	3%				
13	0,1956	x12 =	20 400 240,0000	3%				
14	0,2102	x13 =	20 400 240,0000	3%		Прибуток=		
15	0,1865	x14 =	20 400 240,0000	3%		210 935 463,9120		
16	0,2102	x15 =	20 400 240,0000	3%				
17	0,1807	x16 =	20 400 240,0000	3%				
18	0,1807	x17 =	20 400 240,0000	3%				
19	0,2620	x18 =	20 400 240,0000	3%				
20	0,2134	x19 =	20 400 240,0000	3%		сума кред. портф.:		
21						680 008 000,0000		
22	Витрати:	39 300 000,0000	680 008 000,0000					

Рис. 1. Результати розрахунку оптимальної структури кредитного портфеля банку для ризик-схильного кредитора

Розв'язуємо цю задачу за допомогою Excel, а саме «Пошук розв'язку» і отримуємо результат рис.1. Як бачимо, прибуток складає 210 935 436, 91 грн. Також, з таблиці можна зробити висновок, щодо формування оптимальної структури кредитного портфеля, що в даному випадку значну частку 46% мають становити кредити «Миттєва розстрочка». Цей вид кредиту є найприбутковішим для банку. Решта кредитів є не дуже привабливими для банку, адже їхня частка становить лише 3%.

2. Ризик-несхильний кредитор – орієнтується на мінімізацію ризику, тому обмежує обсяги високоризикових кредитів. Він зосереджується на стабільних та менш ризикованих видах кредитування. Оберемо для цього кредитора такі частки: $d = 5\%$, $h = 40\%$, $g = 30\%$.

До кредитів з підвищеним ризиком віднесемо кредити, які мають високі ставки, необмежене або цільове використання або можливий довгостроковий характер: кредит «Митєва розстрочка», кредит для карти «Універсальна Gold», кредит на авто з пробігом, кредит на нові авто.

До низькоефективних кредитів віднесемо кредити, що мають низькі ставки: кредит «Оплата частинами», кредит «Оселя», кредит для енергонезалежності, кредит для агробізнесу, кредитна лінія для мікробізнесу.

На основі всього масиву даних складаємо таку оптимізаційну модель, для цього кредитора:

$$Z = 0,024 x_1 + 0,5253 x_2 + 0,3638 x_3 + 0,4959 x_4 + 0,3855 x_5 + 0,3425 x_6 + \\ + 0,1015 x_7 + 0,2243 x_8 + 0,2711 x_9 + 0,1463 x_{10} + 0,2194 x_{11} + 0,1956 x_{12} + \\ + 0,2102 x_{13} + 0,1856 x_{14} + 0,2102 x_{15} + 0,1807 x_{16} + 0,1807 x_{17} + 0,2602 x_{18} + \\ + 0,2134 x_{19} - 39\,300\,000 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq d(x_1 + \dots + x_{19}) \\ \dots \\ x_{19} \geq d(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \leq h(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_1 + x_7 + x_{10} + x_{16} + x_{17} \leq g(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_1 + \dots + x_{19} \leq 680\,008\,000 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 19 \end{array} \right.$$

Розв'язуємо цю задачу за допомогою Excel, а саме «Пошук розв'язку» та отримуємо результат рис.2. Як бачимо, прибуток складає 139 620 304, 92 грн. Також, з таблиці бачимо, що значну частку 10% мають становити кредити «Митєва розстрочка». Цей вид кредиту є найприбутковішим для банку. Частка решти кредитів становить 5%, що є менш привабливим для банку.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Коефіцієнти ЦФ:		Змінні (у тис. грн.):	У %:			Обмеження:	
2	0,0240	x1 =	34 000 400,0000	5%				
3	0,5253	x2 =	68 000 800,0000	10%		x1, ..., x19	≥	34 000 400,0000
4	0,3638	x3 =	34 000 400,0000	5%		170 002 000,0000	≤	272 003 200,0000
5	0,4940	x4 =	34 000 400,0000	5%		170 002 000,0000	≤	204 002 400,0000
6	0,3855	x5 =	34 000 400,0000	5%		680 008 000,0000	≤	680 008 000,0000
7	0,3425	x6 =	34 000 400,0000	5%				
8	0,1015	x7 =	34 000 400,0000	5%				
9	0,2243	x8 =	34 000 400,0000	5%				
10	0,2711	x9 =	34 000 400,0000	5%		Z (дохід) =		
11	0,1463	x10 =	34 000 400,0000	5%		178 920 304,9200		
12	0,2194	x11 =	34 000 400,0000	5%				
13	0,1956	x12 =	34 000 400,0000	5%				
14	0,2102	x13 =	34 000 400,0000	5%		Прибуток=		
15	0,1865	x14 =	34 000 400,0000	5%		139 620 304,9200		
16	0,2102	x15 =	34 000 400,0000	5%				
17	0,1807	x16 =	34 000 400,0000	5%				
18	0,1807	x17 =	34 000 400,0000	5%				
19	0,2620	x18 =	34 000 400,0000	5%				
20	0,2134	x19 =	34 000 400,0000	5%		сума кред. портф.:		
21						680 008 000,0000		
22	Витрати:	39 300 000,0000	680 008 000,0000					

Рис. 2. Результати розрахунку оптимальної структури кредитного портфеля банку для ризик-несхильного кредитора

3. Поміркований кредитор — шукає баланс між ризиком і доходом, тому максимальні частки ризикових і низькоефективних кредитів є середніми. Тому поміркований кредитор вибере середню кількість високоризикованих і низькоефективних кредитів. Оберемо для цього кредитора такі частки: $d = 4\%$, $h = 50\%$, $g = 35\%$.

До кредитів з підвищеним ризиком віднесемо кредити, які мають високі ставки, необмежене або цільове використання або можливий довгостроковий характер: кредит «Митева розстрочка», кредит готівкою, кредит для карти «Універсальна Gold», кредит на авто з пробігом, кредит на нові авто, кредит «Підприємницький»,

До низькоефективних кредитів віднесемо кредити з низькими ставками: кредит «Оплата частинами», кредит «єОселя», кредит для енергонезалежності, кредити для ОСББ і ЖБК, кредит для агробізнесу, кредитна лінія для мікробізнесу.

Для цього кредитора складемо таку оптимізаційну модель:

$$Z = 0,024 x_1 + 0,5253 x_2 + 0,3638 x_3 + 0,4959 x_4 + 0,3855 x_5 + 0,3425 x_6 + \\ + 0,1015 x_7 + 0,2243 x_8 + 0,2711 x_9 + 0,1463 x_{10} + 0,2194 x_{11} + 0,1956 x_{12} + \\ + 0,2102 x_{13} + 0,1856 x_{14} + 0,2102 x_{15} + 0,1807 x_{16} + 0,1807 x_{17} + 0,2602 x_{18} + \\ + 0,2134 x_{19} - 39\,300\,000 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq d(x_1 + \dots + x_{19}) \\ \dots \\ x_{19} \geq d(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_{18} \leq h(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_1 + x_7 + x_{10} + x_{14} + x_{16} + x_{17} \leq g(x_1 + \dots + x_{19}) \\ x_1 + \dots + x_{19} \leq 680\,008\,000 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 19 \end{array} \right.$$

Розв'язуємо цю задачу за допомогою Excel, а саме «Пошук розв'язку» та отримуємо результат рис.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Коефіцієнти ЦФ:	Змінні (у тис. грн.)	У %:				Обмеження:	
2	0,0240	x1 =	27 200 320,0000	4%				
3	0,5253	x2 =	190 402 240,0000	28%		x1, ..., x19	≥	27 200 320,0000
4	0,3638	x3 =	27 200 320,0000	4%		326 403 840,0000	≤	340 004 000,0000
5	0,4940	x4 =	27 200 320,0000	4%		163 201 920,0000	≤	238 002 800,0000
6	0,3855	x5 =	27 200 320,0000	4%		680 008 000,0000	≤	680 008 000,0000
7	0,3425	x6 =	27 200 320,0000	4%				
8	0,1015	x7 =	27 200 320,0000	4%				
9	0,2243	x8 =	27 200 320,0000	4%				
10	0,2711	x9 =	27 200 320,0000	4%		Z (дохід) =		
11	0,1463	x10 =	27 200 320,0000	4%		214 577 884,4160		
12	0,2194	x11 =	27 200 320,0000	4%				
13	0,1956	x12 =	27 200 320,0000	4%				
14	0,2102	x13 =	27 200 320,0000	4%				
15	0,1865	x14 =	27 200 320,0000	4%		Прибуток=		
16	0,2102	x15 =	27 200 320,0000	4%		175 277 884,4160		
17	0,1807	x16 =	27 200 320,0000	4%				
18	0,1807	x17 =	27 200 320,0000	4%				
19	0,2620	x18 =	27 200 320,0000	4%				
20	0,2134	x19 =	27 200 320,0000	4%		сума кред. портф.:		
21						680 008 000,0000		
22	Витрати:	39 300 000,0000	680 008 000,0000					

Рис. 3. Результати розрахунку оптимальної структури кредитного портфеля банку для поміркованого кредитора

Прибуток складає 175 277 884, 42 грн. З таблиці бачимо, що у даному випадку значну частку 28% мають становити також кредити «Миттєва розстрочка». Цей вид кредиту є найприбутковішим для банку. Інші кредити є не дуже привабливими для банку, бо їхня частка становить 4%

На основі отриманих результатів для трьох типів кредиторів можна зробити такі висновки. Ризик-схильний кредитор досягає найбільшого прибутку завдяки значній частці високоризикових кредитів, що приносить високі доходи, але й збільшує ризики. Ризик-несхильний кредитор обмежує частку високоризикових кредитів, що дозволяє знижувати ризики, проте це призводить до зменшення прибутку. Поміркований кредитор шукає оптимальний баланс між високими ризиками та стабільним доходом, що дає середній результат за рівнем прибутковості та ризику.

Також слід зазначити, що у всіх випадках найприбутковішим є кредит "Миттєва розстрочка" завдяки високим відсотковим ставкам та популярності серед споживачів. Незалежно від стратегії, цей кредит займає значну частину в оптимальній структурі кредитного портфеля, забезпечуючи стабільний дохід і компенсуючи потенційні ризики.

3 Математична модель мінімізації ризику ліквідності Комерційного банку

Розглянемо задачу оптимального розподілу ресурсів банку між активними операціями, щоб одночасно мінімізувати ризик ліквідності та витрати на залучення коштів. Для цього використаємо дані з фінансової звітності «Приватбанку», які наведені у таблиці 4. [3,9,10]

Пасиви				Активи		
Позна-чення	Вид пасиву	Вартість %	Сума. тис. грн.	Позна-чення	Вид активу	Сума тис. грн.
a_1	Статутний капітал	15,11	206 060	b_1	Грошові кошти та їх еквіваленти	152 282
a_2	Кошти банків на коррахунках	3,58	2 439	b_2	Основні засоби	5 127
a_3	Кошти на поточних рахунках юр. осіб	2,21	61 427	b_3	Цінні папери на продаж, до 6 міс.	18 032
a_4	Кошти на поточних рахунках фіз. осіб	1,23	71 854	b_4	Цінні папери на продаж, від 6 міс. до 1 року	32 476
a_5	Строкові депозити юр. осіб до 6 міс.	15,07	46 256	b_5	Цінні папери до погашення, понад 1 рік	28 100
a_6	Строкові депозити юр. осіб від 6 міс. до 1 року	16,28	49 968	b_6	Міжбанківські кредити, надані на строк до 6 міс.	24 274
a_7	Строкові депозити юр. осіб понад 1 рік	17,12	51 599	b_7	Міжбанківські кредити, надані на строк від 6 міс. до 1 року	21 906
a_8	Строкові депозити фіз. осіб до 6 міс.	14,28	54 625	b_8	Кредити юр. особам до 6 міс	52 336
a_9	Строкові депозити фіз. осіб від 6 міс. до 1 року	16,53	57 975	b_9	Кредити юр. особам від 6 міс. до 1 року	59 137

a_{10}	Строкові депозити фіз. осіб понад 1 рік	17,91	60 220	b_{10}	Кредити юр. особам понад 1 рік	63 587
a_{11}	Боргові цінні папери, емітовані банком на строк до 1 року	14,62	1 899	b_{11}	Кредити фіз. особам до 6 міс	64 471
a_{12}	Боргові цінні папери, емітовані банком на строк понад 1 рік	15,34	2 898	b_{12}	Кредити фіз. особам від 6 міс. до 1 року	68 288
a_{13}	Рефінансування НБУ на строк до 1 року	20,5	3 857	b_{13}	Кредити фіз. особам понад 1 рік	69 862
a_{14}	Міжбанківські кредити, отримані на строк до 1 року	12,73	8 931	b_{14}	Інші поточні активи	20 130
Усього пасивів			680 008	Усього активів		680 008

Таблиця 4. Активи і пасиви банку

Побудуємо математичну модель транспортної задачі для розв'язання поставленої задачі. В нашому випадку пасиви банку виконують роль «постачальників», активи банку виконують роль «споживачів», а «вартість перевезення» відображає вартість ресурсу з урахуванням його ліквідності. Припустимо, що банк має m джерел надходження коштів та n напрямків їх використання. Цільова функція Z полягає в мінімізації загальних витрат банку, що виражаються рівнянням:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

де c_{ij} – вартість i -го ресурсу, який банк спрямовує на j -ту активну операцію; x_{ij} – обсяг коштів з i -го ресурсу, вкладеного у j -ту операцію.

Якщо розрив ліквідності дорівнює нулю ($GL = 0$), то обмеження задачі виглядають таким чином:

1. Всі ресурси повинні бути використані: $\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m;$
2. Ліквідність не повинна бути дефіцитною: $\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n;$
3. Всі змінні не можуть бути від'ємними: $x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n.$

Так як, пасиви та активи банку є однаковими коштами, тобто дорівнюють один одному, то для нашої транспортної задачі дотримується баланс:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Далі, згрупуємо наші активи і пасиви за чотирма категоріями для забезпечення ліквідності банку:

- 1) L_1 (найбільш ліквідні) – поточні. До L_1 віднесемо: $a_2, a_3, a_4, b_1, b_{14}.$
- 2) L_2 (ліквідні) - терміном до 6 місяців. До L_2 віднесемо: $a_5, a_8, b_3, b_6, b_8, b_{11}.$
- 3) L_3 (помірно ліквідні) - терміном від 6 місяців до 1 року. До L_3 віднесемо: $a_6, a_9, a_{11}, a_{13}, a_{14}, b_4, b_7, b_9, b_{12}.$
- 4) L_4 (низько ліквідні) - терміном понад 1 рік. До L_4 віднесемо: $a_1, a_7, a_{10}, a_{12}, b_2, b_5, b_{10}, b_{11}.$

Запровадимо також систему «штрафів», яка зображена на таблиці 5, для випадків, коли ліквідність активів не збігається з ліквідністю джерел їхнього фінансування.

Якщо пасиви належать до групи L_1 (найбільш ліквідні), вони мають бути забезпечені активами з такою ж ліквідністю (група L_1). У цьому випадку штрафний коефіцієнт дорівнює 1, що означає відсутність додаткових витрат.

Якщо ліквідність активів нижча за ліквідність пасивів, зростає ризик для банку. Пасиви з високою ліквідністю (наприклад, поточні депозити) потребують

швидкого повернення, а низьколіквідні активи (наприклад, довгострокові кредити) не здатні забезпечити це вчасно. У таких випадках банк змушений компенсувати нестачу ліквідності через додаткові витрати (наприклад, залучення ресурсів на міжбанківському ринку), що відображено у штрафних коефіцієнтах більших за одиницю. Тобто, якщо ліквідність активу належить до L_4 , а ліквідність пасиву — до L_1 , коефіцієнт штрафу становить 2. Це показує найвищий ризик і додаткові витрати, оскільки банк повинен швидко знайти ресурси, що відповідають короткотерміновим зобов'язанням.

Якщо ліквідність активу перевищує ліквідність пасиву, банк зазнає менших витрат. Ліквідність активу достатня для виконання зобов'язань за пасивами, і в банку навіть з'являється певний запас ліквідності. Якщо актив належить до L_1 , а пасив — до L_4 , коефіцієнт штрафу становить 0,1, що вказує на мінімальні витрати.

Пасиви	Активи			
	L_1	L_2	L_3	L_4
L_1	1	1,3	1,6	2
L_2	0,7	1	1,3	1,6
L_3	0,4	0,7	1	1,3
L_4	0,1	0,4	0,7	1

Таблиця 5 Матриця штрафних коефіцієнтів за невідповідність ліквідності між пасивами та активами

Тобто, введення штрафних коефіцієнтів за невідповідність ліквідності змушує банк раціональніше підходити до управління активами та пасивами, що знижує ризик ліквідних криз та сприяє підвищенню ефективності роботи

Далі ми використаємо Excel та запишемо там відповідно штрафні коефіцієнти для кожного виду активу та пасиву рис. 4 використовуючи попередньо таблицю 5.

			B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
	вартість, %		152282	5127	18032	32476	28100	24274	21906	52336	59137	63587	64471	68288	69862	20130
A1	0,1511	206060	0,10	1,00	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	1,00	0,10
A2	0,0358	2439	1,00	2,00	1,30	1,60	2,00	1,30	1,60	1,30	1,60	2,00	1,30	1,60	2,00	1,00
A3	0,0221	61427	1,00	2,00	1,30	1,60	2,00	1,30	1,60	1,30	1,60	2,00	1,30	1,60	2,00	1,00
A4	0,0123	71854	1,00	2,00	1,30	1,60	2,00	1,30	1,60	1,30	1,60	2,00	1,30	1,60	2,00	1,00
A5	0,1507	46256	0,70	1,60	1,00	1,30	1,60	1,00	1,30	1,00	1,30	1,60	1,00	1,30	1,60	0,70
A6	0,1628	49968	0,40	1,30	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	1,30	0,40
A7	0,1712	51599	0,10	1,00	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	1,00	0,10
A8	0,1428	54625	0,70	1,60	1,00	1,30	1,60	1,00	1,30	1,00	1,30	1,60	1,00	1,30	1,60	0,70
A9	0,1653	57975	0,40	1,30	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	1,30	0,40
A10	0,1791	60220	0,10	1,00	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	1,00	0,10
A11	0,1462	1899	0,40	1,30	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	1,30	0,40
A12	0,1534	2898	0,10	1,00	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	0,40	0,70	1,00	0,40	0,70	1,00	0,10
A13	0,2050	3857	0,40	1,30	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	1,30	0,40
A14	0,1273	8931	0,40	1,30	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	0,70	1,00	1,30	0,70	1,00	1,30	0,40

Рис. 4. Штрафні коефіцієнти для кожного виду активу та пасиву

Потім, розраховуємо вартість ресурсів для фінансування активних операцій з урахуванням ліквідності пасивів і активів рис.5. Якщо ліквідність пасивів не відповідає ліквідності активів, до вартості пасивів застосовуються штрафні коефіцієнти. Це коригує витрати на фінансування, відображаючи додаткові ризики через низьку ліквідність. В результаті, ми отримуємо точнішу вартість ресурсів для кожної операції з урахуванням ліквідності.

			B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
	вартість, %		152282	5127	18032	32476	28100	24274	21906	52336	59137	63587	64471	68288	69862	20130
A1	0,1511	206060	0,0151	0,1511	0,0604	0,1058	0,1511	0,0604	0,1058	0,0604	0,1058	0,1511	0,0604	0,1058	0,1511	0,0151
A2	0,0358	2439	0,0358	0,0716	0,0465	0,0573	0,0716	0,0465	0,0573	0,0465	0,0573	0,0716	0,0465	0,0573	0,0716	0,0358
A3	0,0221	61427	0,0221	0,0442	0,0287	0,0354	0,0442	0,0287	0,0354	0,0287	0,0354	0,0442	0,0287	0,0354	0,0442	0,0221
A4	0,0123	71854	0,0123	0,0246	0,0160	0,0197	0,0246	0,0160	0,0197	0,0160	0,0197	0,0246	0,0160	0,0197	0,0246	0,0123
A5	0,1507	46256	0,1055	0,2411	0,1507	0,1959	0,2411	0,1507	0,1959	0,1507	0,1959	0,2411	0,1507	0,1959	0,2411	0,1055
A6	0,1628	49968	0,0651	0,2116	0,1140	0,1628	0,2116	0,1140	0,1628	0,1140	0,1628	0,2116	0,1140	0,1628	0,2116	0,0651
A7	0,1712	51599	0,0171	0,1712	0,0685	0,1198	0,1712	0,0685	0,1198	0,0685	0,1198	0,1712	0,0685	0,1198	0,1712	0,0171
A8	0,1428	54625	0,1000	0,2285	0,1428	0,1856	0,2285	0,1428	0,1856	0,1428	0,1856	0,2285	0,1428	0,1856	0,2285	0,1000
A9	0,1653	57975	0,0661	0,2149	0,1157	0,1653	0,2149	0,1157	0,1653	0,1157	0,1653	0,2149	0,1157	0,1653	0,2149	0,0661
A10	0,1791	60220	0,0179	0,1791	0,0716	0,1254	0,1791	0,0716	0,1254	0,0716	0,1254	0,1791	0,0716	0,1254	0,1791	0,0179
A11	0,1462	1899	0,0585	0,1901	0,1023	0,1462	0,1901	0,1023	0,1462	0,1023	0,1462	0,1901	0,1023	0,1462	0,1901	0,0585
A12	0,1534	2898	0,0153	0,1534	0,0614	0,1074	0,1534	0,0614	0,1074	0,0614	0,1074	0,1534	0,0614	0,1074	0,1534	0,0153
A13	0,2050	3857	0,0820	0,2665	0,1435	0,2050	0,2665	0,1435	0,2050	0,1435	0,2050	0,2665	0,1435	0,2050	0,2665	0,0820
A14	0,1273	8931	0,0509	0,1655	0,0891	0,1273	0,1655	0,0891	0,1273	0,0891	0,1273	0,1655	0,0891	0,1273	0,1655	0,0509

Рис. 5. Вартість ресурсів з урахуванням ліквідності

Розв'яжемо задачу за допомогою «Пошук розв'язку» та отримаємо результати:

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14		Обмеж.:
A1	0	0	18032	0	0	0	0	22505	59137	0	64471	41915	0	0	206060	206060
A2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2439	0	0	0	0	2439	2439
A3	0	0	0	0	8463	0	0	0	0	0	0	0	52964	0	61427	61427
A4	0	0	0	0	19637	0	0	0	0	52217	0	0	0	0	71854	71854
A5	0	0	0	0	0	0	19883	0	0	0	0	26373	0	0	46256	46256
A6	0	0	0	0	0	24274	0	25694	0	0	0	0	0	0	49968	49968
A7	31469	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20130	51599	51599
A8	0	5127	0	30577	0	0	2023	0	0	0	0	0	16898	0	54625	54625
A9	56736	0	0	0	0	0	0	1239	0	0	0	0	0	0	57975	57975
A10	60220	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60220	60220
A11	0	0	0	1899	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1899	1899
A12	0	0	0	0	0	0	0	2898	0	0	0	0	0	0	2898	2898
A13	3857	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3857	3857
A14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8931	0	0	0	0	8931	8931
	152282	5127	18032	32476	28100	24274	21906	52336	59137	63587	64471	68288	69862	20130		
Обмеж.	152282	5127	18032	32476	28100	24274	21906	52336	59137	63587	64471	68288	69862	20130		

Z= 55639,15 | загальна вартість: 85975,47

Рис. 6. Обсяги ресурсів, спрямованих на фінансування активних операцій

За цього розподілу ресурсів між активами банку загальна сума витрат складає $Z = 55\,639,15$ тис грн. з урахуванням штрафних коефіцієнтів. Однак фактична загальна величина витрат становить $Z = 85\,975,47$ тис. грн. і не залежить від того, як здійснюється розподіл ресурсів між активами. Це означає, що ризик ліквідності було зменшено на 35,3%, що сприяє підвищенню стабільності банківської діяльності.

Запровадження штрафних коефіцієнтів сприяє зменшенню ризику ліквідності, забезпечуючи краще узгодження між ліквідністю активів і пасивів. Хоча ці коефіцієнти оптимізують розподіл ресурсів та підвищують стабільність фінансування активних операцій, загальна вартість ресурсів залишається незмінною. Таким чином, використання штрафних коефіцієнтів дозволяє мінімізувати ризики, не впливаючи на сукупні витрати банку.

З таблиці, яка у нас вийшла (зображена на рис. 6) роглянемо результати на прикладі (b_8, L_2) де b_8 - кредити юридичним особам до 6 місяців. Як бачимо:

- 49 % цих кредитів, має бути забезпечено за рахунок (a_6, L_3) де a_6 - строкові депозити юридичних осіб до 6 місяців;
- 43% має бути забезпечено за рахунок (a_1, L_4) де a_1 - статутний капітал;
- 6% має бути забезпечено за рахунок (a_{12}, L_4) де a_{12} - боргові цінні папери, емітовані банком на строк понад 1 рік;
- 2% має бути забезпечено за рахунок (a_9, L_3) де a_9 - строкові депозити фізичних осіб від 6 місяців до 1 року;

Ступінь ліквідності пасивів перевищує ліквідність активів, які вони покривають. Це сприяє зменшенню ризику ліквідності. Регулювання оптимального розподілу ресурсів можливе шляхом коригування штрафних коефіцієнтів, що залежить від уподобань та рівня схильності до ризику особи, що приймає рішення. Таким чином, наведений варіант розподілу ресурсів є лише одним із можливих і може змінюватися залежно від застосованих параметрів.

ВИСНОВКИ

У першому розділі було розглянуто основи лінійного програмування, методи розв'язання задач, зокрема транспортну задачу, а також основи банківської діяльності.

У другому розділі було розглянуто математичну модель оптимального кредитного портфеля, яка враховує дохідність кредитів і дозволяє визначити оптимальну структуру портфеля залежно від типу кредитора. Для ризик-схильного кредитора максимізується прибуток за рахунок більшої частки високоризикових кредитів, тоді як ризик-несхильний кредитор обирає стабільні кредити, знижуючи не тільки ризики, але й прибутковість. Поміркований кредитор балансує між ризиком і прибутком. У всіх випадках найприбутковішим видом кредитів є "Миттєва розстрочка", що зумовлено високими ставками та популярністю серед клієнтів.

У третьому розділі було розглянуто математичну модель мінімізації ризику ліквідності з урахуванням штрафних коефіцієнтів на основі транспортної задачі. Вона враховує ліквідність активів і пасивів банку, а також запроваджує штрафні коефіцієнти для компенсації витрат, що виникають у разі невідповідності між ліквідністю активів і пасивів. Використання цих коефіцієнтів дозволило оптимізувати розподіл ресурсів.

Результати дослідження демонструють, що запропоновані математичні моделі є ефективними інструментами для підвищення прибутковості банку та мінімізації ризиків. Оптимізація кредитного портфеля сприяє раціональному управлінню фінансовими ресурсами, а впровадження штрафних коефіцієнтів у моделі мінімізації ризику ліквідності забезпечує відповідність між активами і пасивами банку. Це підвищує стабільність і надійність банківської діяльності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Грушко В., Іваненко Т. Оптимізація структури кредитного портфеля комерційного банку // Вісник Національного банку України. – 2014. – № 2. – С. 28–32.
2. Єпіфанов А. О., Васильєва Т. А., Козьменко С. М. Управління ризиками базових банківських операцій / за ред. А. О. Єпіфанова, Т. А. Васильєвої. – Суми: ДВНЗ «УАБС НБУ», 2012. – 283 с.
3. Іващук О. Т. (ред.) Економіко-математичне моделювання: навчальний посібник. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
4. Іваненко Т. В. Математична модель мінімізації ризику ліквідності комерційного банку // Журнал фінансової аналітики. – 2022. – № 3. – С. 535–542.
5. Іваненко Т. В. Основи фінансової математики: підручник для студентів спеціальності 111 «Математика», спеціалізації «Страхова та фінансова математика». – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 267 с.
6. Крошко Н. В. Лекції з дисципліни «Дослідження операцій та сучасні методи обчислень» / Н. В. Крошко. – Київ: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей, 2022.
7. Національний банк України. Постанова від 28 серпня 2001 р. № 368 «Про затвердження Інструкції про порядок регулювання діяльності банків в Україні» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0841-01>.
8. Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://bank.gov.ua>.
9. ПриватБанк. Види кредитів [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://privatbank.ua/kredity>.
10. ПриватБанк. Фінансовий звіт за 2023 рік [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://privatbank.ua/about/finansovaja-otchetnost>.