

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**фізико-математичний факультет**

**кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей**

«На правах рукопису»  
УДК 368, 519.2

До захисту допущено:  
Завідувач кафедри  
Олег КЛЕСОВ

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 р.

**Магістерська дисертація**

**на здобуття ступеня магістра**

**за освітньо-науковою програмою «Страхова та фінансова  
математика»**

**зі спеціальності 111 «Математика»**

**на тему: «Оцінювання резервів IBNR у медичному страхуванні»**

Виконала:

студентка II курсу магістратури, групи ОМ-31мп  
Ульріх Олена Анатоліївна \_\_\_\_\_

Керівник:

доктор фізико-математичних наук, доцент  
Василик Ольга Іванівна \_\_\_\_\_

Рецензент:

кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики  
та актуарної математики  
Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка  
Яневич Тетяна Олександрівна \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій магістерській  
дисертації немає запозичень з праць  
інших авторів без відповідних  
посилань  
Студентка \_\_\_\_\_

Київ – 2024

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

**фізико-математичний факультет**

**кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей**

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 111 «Математика»

Освітньо-наукова програма «Страхова та фінансова математика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 р.

**ЗАВДАННЯ**

**на магістерську дисертацію студенту**

**Ульріх Олени Анатоліївни**

1. Тема дисертації: «Оцінювання резервів IBNR у медичному страхуванні», науковий керівник дисертації Василик Ольга Іванівна, доктор фізико-математичних наук, професор, затверджені наказом по університету від «06» листопада 2024 р. №4981-с
2. Термін подання студенткою дисертації: 14 грудня 2024 року.
3. Об'єкт дослідження: резерв збитків, які виникли, але не заявлені (IBNR).
4. Предмет дослідження: оцінювання IBNR в медичному страхуванні, визначення особливостей застосовуваних параметрів та припущень.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
  - 1) ознайомлення з літературою про методики розрахунку IBNR;
  - 2) вивчення особливостей медичного страхування;
  - 3) оцінювання IBNR аналізованими методами;
  - 4) аналіз та порівняння отриманих результатів.
6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу 15 слайдів.
7. Дата видачі завдання 04.09.2024 року.

### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1.	Ознайомлення з літературою	04.09.2024 – 08.10.2024	виконано
2.	Ознайомлення з існуючими методами оцінки IBNR	08.10.2024 – 20.10.2024	виконано
3.	Вивчення та оформлення матеріалу про основні актуарні методи оцінки IBNR	20.10.2024– 01.11.2024	виконано
4.	Ознайомлення з особливостями існуючих методів у медичному страхуванні	01.11.2024 – 10.11.2024	виконано
5.	Вивчення необхідного теоретичного матеріалу та обрання методів для застосування на практиці	10. 11.2024– 19.11.2024	виконано
6.	Оцінювання IBNR обраними методами	19.11.2024 – 28.11.2024	виконано
7.	Аналіз результатів та висновки	28.11.2024 – 04.12.2024	виконано
8.	Оформлення дипломної роботи	04.12.2024 – 13.12.2024	виконано

Студентка

Олена УЛЬРІХ

Науковий керівник дисертації

Ольга ВАСИЛИК

## РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: 54 сторінки, 15 слайдів для проєктора, 10 першоджерел.

Медичне страхування є добровільним видом страхування, об'єктом якого є життя, здоров'я, працездатність Застрахованої особи, зазначеної у Договорі страхування. Однією з головних складових стабільної роботи компанії є формування відповідних технічних резервів, включаючи резерв збитків, які виникли, але не заявлені (IBNR). Отримання найкращої оцінки резерву збитків, які виникли, але не заявлені, допомагає Компанії не акумулювати зайві грошові кошти у резервах, а використовувати їх на свої потреби. Це особливо важливо в нестабільні періоди, такі як кризові чи воєнні часи. Водночас це допоможе не допустити недорезервування, що при повідомленні Компанії про страхові випадки створить необхідність понаднормового використання коштів. При регулярному недорезервуванні виникають питання щодо чесності та законності роботи Компанії відповідно до діючого законодавства.

Мета та завдання роботи: застосування знань з теорії ймовірностей, математичної статистики, актуарної та фінансової математики, математичних аспектів страхування для дослідження методів оцінки IBNR у медичному страхуванні;

застосування актуарних методів оцінки IBNR на реальних даних у медичному страхуванні.

Самостійною частиною роботи є використання актуарних методів оцінки IBNR на реальних даних, порівняння результатів та пошук методу, що забезпечує найкращу оцінку для аналізованих даних.

Об'єкт дослідження: резерв збитків, які виникли, але не заявлені (IBNR).

Предмет дослідження: оцінювання IBNR в медичному страхуванні, визначення його особливостей, а також застосовуваних параметрів та припущень.

Ключові слова: резерв збитків, які виникли, але не заявлені, IBNR, актуарні методи, медичне страхування, ланцюговий метод, Метод Борнхюттера – Фергюсона, Метод Кейп-Код, Мюнхенський ланцюговий метод.

## ABSTRACT

Master's Thesis: 54 pages, 15 slides for the projector, 10 primary sources.

Medical insurance is a voluntary type of insurance, the object of which is the life, health, and working capacity of the insured person specified in the Insurance Contract. One of the main components of the stable operation of a company is the formation of appropriate technical reserves, including the reserve of incurred but not reported (IBNR) losses. Obtaining the best estimate of the IBNR reserve helps the Company avoid accumulating excess funds in reserves and use them for its needs. This is especially important during the unstable periods, such as crises or wartime. At the same time, it helps to avoid under-reserving, which, when the Company is notified of insurance claims, creates the need for excessive use of funds. Regular under-reserving raises questions about the honesty and legality of the Company's operations according to current legislation.

Purpose and objectives of the work: application of knowledge from the probability theory, mathematical statistics, actuarial and financial mathematics, and mathematical aspects of insurance to study methods of IBNR estimation in medical insurance;

application of actuarial methods for IBNR estimation on the real data in medical insurance.

An independent part of the work is the use of actuarial methods for IBNR estimation on real data, comparison of results, and finding the method that provides the best estimate for the analyzed data.

Object of research: reserve of incurred but not reported losses (IBNR).

Subject of research: IBNR estimation in medical insurance, determining its features, as well as the parameters and assumptions used.

Keywords: IBNR reserve, actuarial methods, medical insurance, chain-ladder method, Bornhuetter-Ferguson method, Cape Cod method, Munich chain-ladder method.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ.....	7
ВСТУП .....	8
1. ОПИС АКТУАРНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ РЕЗЕРВУ ЗБИТКІВ, ЯКІ ВИНИКЛИ, АЛЕ НЕ ЗАЯВЛЕНІ .....	9
1.1 Ланцюговий метод .....	10
1.2 Метод Борнхюттера – Фергюсона.....	13
1.3 Метод Кейп-Код.....	16
1.4 Мюнхенський ланцюговий метод .....	19
1.5 Лінійна комбінація актуарних методів .....	22
2. ПОРІВНЯННЯ АКТУАРНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ РЕЗЕРВУ ЗБИТКІВ, ЯКІ ВИНИКЛИ, АЛЕ НЕ ЗАЯВЛЕНІ, ДЛЯ МЕДИЧНОГО СТРАХУВАННЯ.....	23
2.1. Особливості параметрів при розрахунку збитків, які виникли, але не заявлені, для медичного страхування .....	23
2.2. Порівняння актуарних методів у міжнародній практиці .....	25
3. АНАЛІЗ ПОТОЧНОЇ ПРОБЛЕМИ .....	27
4. ОЦІНЮВАННЯ РЕЗЕРВУ ЗБИТКІВ, ЯКІ ВИНИКЛИ, АЛЕ НЕ ЗАЯВЛЕНІ, У МЕДИЧНОМУ СТРАХУВАННІ .....	31
4.1. Ланцюговий метод .....	32
4.2. Метод Борнхюттера – Фергюсона.....	39
4.3. Метод Кейп-Код .....	42
4.4. Мюнхенський ланцюговий метод .....	44
5. ПОРІВНЯННЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ.....	48
ВИСНОВКИ.....	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	54

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

Асистуюча компанія – суб'єкт господарювання, що діє на підставі договору зі страховиком і надає допомогу (асистуючі послуги) застрахованим особам або іншим особам, визначеним договором страхування, на умовах, передбачених таким договором страхування

Договір страхування (або Договір) – Договір медичного страхування, укладений Страховиком та Страхувальником відповідно до певних Умов;

Медична допомога (МД) – це:

- медична допомога/послуга – діяльність професійно підготовлених медичних працівників, спрямована на діагностику та лікування у зв'язку з хворобами, травмами, отруєннями і патологічними станами, а також у зв'язку з вагітністю та пологамі. Є результатом професійної діяльності медичних працівників, яка має вартісну оцінку і спрямована на задоволення потреб Застрахованої особи для охорони її здоров'я поза межами бюджетного фінансування;

- медичне обслуговування – діяльність суб'єктів господарювання у сфері охорони здоров'я, що не обов'язково обмежується медичною допомогою / послугою, але безпосередньо пов'язана з її наданням.

Страхова виплата – грошові кошти, що виплачуються Страховиком у разі настання страхового випадку відповідно до умов договору страхування;

Страхова премія – плата у грошовій формі за страхування, яку Страхувальник зобов'язаний сплатити Страховику згідно з Договором страхування;

Страхова сума – грошова сума, в межах якої Страховик відповідно до умов страхування зобов'язаний провести виплату при настанні страхового випадку. В межах страхової суми можуть бути встановлені обсяги зобов'язань (ліміти зобов'язань) Страховика за окремим страховим випадком, опцією в межах страхового випадку або по групі страхових випадків.

Страхове покриття - сукупність строкових, територіальних та вартісних складових страхового захисту, що надається відповідно до Договору страхування;

Страховий випадок – подія, передбачена Договором страхування, ризик виникнення якої застрахований, з настанням якої виникає обов'язок Страховика здійснити страхову виплату Страхувальнику або іншій особі, визначеній у Договорі страхування;

## ВСТУП

Медичне страхування є добровільним видом страхування, об'єктом якого є життя, здоров'я, працездатність Застрахованої особи, зазначеної у Договорі страхування. Однією з головних складових стабільної роботи компанії є формування відповідних технічних резервів, включаючи резерв збитків, які виникли, але не заявлені (IBNR). Розрахунок максимально наближеного до реального резерву збитків, які виникли, але не заявлені, допомагає Компанії не акумулювати зайві грошові кошти у резервах, а використовувати їх на свої потреби. Це особливо важливо в нестабільні періоди, такі як кризові чи воєнні часи. Водночас це допоможе уникнути недостатності резервів, що при повідомленні Компанії про страхові випадки створить необхідність понаднормового використання коштів. При виникненні таких ситуацій регулярно з'являються питання щодо прозорості та законності роботи Компанії відповідно до діючого законодавства.

В першому розділі дисертаційної роботи розглянуто основні детерміністичні актуарні методи розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, враховуючи законодавчі норми України.

У другому розділі розглядаються особливості медичного страхування в Україні, до яких відносяться незначна сезонність, низька ймовірність викидів, вплив COVID-19 та війни. Останні декілька років для медичного страхування змінилися тенденції ринку та призвели до незвичної динаміки в цих роках. Також в розділі наведено огляд міжнародної літератури про використання різних актуарних методів та доречність їх використання в різних випадках.

У третьому розділі дисертації наведено реальний приклад даних, на яких актуарій має здійснювати оцінку резервів, та їх особливості. Описуються проблеми щодо існуючих даних, а також те, що до моменту оцінки резервів актуарію можуть бути не повідомлені важливі зміни, які можуть вплинути на оцінку. До однієї з основних проблем відносимо нестабільність даних, їх «швидке» врегулювання та отримання майже всіх даних через асистуючу компанію, саме це відрізняє оцінку резерву IBNR у медичному страхуванні від інших видів страхування.

У четвертому розділі здійснено оцінку IBNR за даними з попереднього розділу наступними методами: ланцюговий метод, метод Борнхюттера – Фергюсона, метод Кейп-Код, Мюнхенський ланцюговий метод.

П'ятий розділ дисертаційної роботи присвячений порівнянню отриманих результатів та аналізу методів на їх прийнятність до наших даних.



## **1. ОПИС АКТУАРНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ РЕЗЕРВУ ЗБИТКІВ, ЯКІ ВИНИКЛИ, АЛЕ НЕ ЗАЯВЛЕНІ**

Ринок страхування регулюється Національним банком України та відповідно до Положення про порядок формування страховиками технічних резервів, затвердженого постановою Правління Національного банку України від 29 грудня 2023 року № 203 (далі - Положення НБУ), розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, може здійснюватися методом (комбінацією методів), який не суперечить принципам, встановленим МСФЗ 17 для визначення зобов'язання за страховими вимогами.

Резерв збитків, які виникли, але не заявлені, є оцінкою обсягу зобов'язань Компанії для здійснення страхових виплат за незаявленими вимогами, на звітну дату.

Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені (Incurred but not reported (IBNR)), здійснюється із застосуванням актуарних методів для аналізу розвитку збитків у страхуванні або методом фіксованого відсотка.

До актуарних методів належать:

- ланцюговий метод (Chain Ladder, CL);
- метод Борнхюттера – Фергюсона (Bornhuetter-Ferguson, BF);
- метод Кейп-Код (Cape Code, CC, SB);
- Мюнхенський ланцюговий метод (Munich Chain Ladder, MCL);
- модифікація вищезазначених актуарних методів;
- лінійна комбінація вищезазначених актуарних методів.

Під час вибору методу розрахунку збитків, які виникли, але не заявлені, повинна враховуватись відповідність даних страховика припущенням та вимогам, які застосовуються до відповідного методу в актуарній математиці та в міжнародних стандартах з актуарних розрахунків, а також результати перевірки на застосовність методу, включаючи результати перевірки на достатність резервів збитків, точність, волатильність результатів розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, зміни (зовнішні та внутрішні) протягом періоду, за який розглядаються дані, що впливають на розвиток збитків. [2].

Розрахунок резерву має здійснюватися на даних певного виду/класу страхування, тобто окремо для медичного страхування за його історичними даними та з урахуванням поточних тенденцій.

Далі детальніше розглянемо актуарні методи розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені.

## 1.1 Ланцюговий метод

Застраховані особи, які звертаються за медичною допомогою, умови надання якої відповідають укладеним договорам страхування, несуть витрати (претензії), які можуть бути відшкодовані страховою компанією.

Після того, як претензія виникла, вона подається асистуючій компанії чи страховій компанії, яка надає медичне покриття для заявника. Дата, на яку претензія повідомляється страховій компанії, називається датою повідомлення, а дата, на яку страхова компанія сплачує претензію, називається датою виплати.

Дата, на яку було встановлено зобов'язання сплатити за претензією, тобто дата, коли було надано послуги в результаті настання страхового випадку, є датою настання збитку. Для страховика суми витрат, які відшкодовуються за претензіями, є збитками.

Дата виплати настає після дати повідомлення і, звичайно, не може настати раніше за дату настання збитку. У даній дисертації не розглядаються питання передплаченої медичної допомоги або капітації, що містять інші особливості.

Варто згадати звітну дату – дата, на яку формуються резерви та складається звітність. Зазвичай ними є останній день кварталу та року, враховуючи форми подання звітності України. Також для своїх цілей страховики можуть мати щомісячне звітування та щомісячно формувати резерви.

Затримка (лаг, lag) - це міра різниці між місяцем виникнення і місяцем виплати. Наприклад, претензія, що виникла у липні 2005 року і виплачена у липні 2005 року, визначається як виплачена при лагу 0. Претензія, що виникла у липні 2005 року і виплачена у серпні 2005 року, має лаг 1.

Суми збитку, що виникли у певному періоді, моделюються за допомогою процесу, званого розвитком. Одним з поширених методів моделювання процесу розвитку є ланцюговий метод (Chain Ladder). Цей метод застосовується шляхом оцінки коефіцієнтів виплат у послідовні місяці (фактори розвитку) або відсотків остаточних витрат, виплачених до певної дати (коефіцієнти розвитку).

**Наведемо формули для розрахунку ланцюговим методом з базисом даних за сплаченими / нарахованими на звітну дату збитками (страховими виплатами) відповідно до Положення НБУ [2]:**

1. Дані за сплаченими / нарахованими на звітну дату збитками (страховими виплатами) групуються за періодами настання цих збитків (відповідно до дати настання страхового випадку) та наростаючим

підсумком за періодами сплати (розвитку) / нарахування [далі – період сплати (розвитку)] збитків (відповідно до дати фактичної сплати / нарахування збитків страховиком) згідно з таблицею 1 (трикутник сплачених / нарахованих збитків).

Таблиця 1.1. Трикутник сплачених / нарахованих збитків

№ з/п	Період настання збитків (a)	Період сплати (розвитку) збитків (d)				
		1	2	...	(N – 1)	N
1	2	3	4	5	6	7
1	1	$pC_1(1)$	$pC_1(2)$	...	$pC_1(N - 1)$	$pC_1(N)$
2	2	$pC_2(1)$	$pC_2(2)$	...	$pC_2(N - 1)$	
3	3	$pC_3(1)$	$pC_3(2)$	...		
4	...	...	...	...		
5	(N – 2)	$pC_{N-2}(1)$	$pC_{N-2}(2)$			
6	(N – 1)	$pC_{N-1}(1)$	$pC_{N-1}(2)$			
7	N	$pC_N(1)$				

де  $pC_a(d)$  – збитки, сплачені / нараховані на кінець d-го періоду сплати (розвитку) збитків за страховими випадками, які настали в a-му періоді настання збитків;

N – кількість періодів, за які розглядаються дані про збитки.

2. Таблиця 1. використовується, якщо достатньо наявної інформації, щоб стверджувати, що дані про сплату (розвиток) збитків є повними. У разі наявності неповних даних потрібно оцінити загальну величину збитків за першим роком їх настання [ $LU_{(a=1)}$ ]. Для цього може бути використана інформація за минулі періоди, яка не увійшла до таблиці 1.1.

Отже, наступна таблиця матиме такий вигляд:

Таблиця 1.2

№ з/п	Період настання збитків (a)	Період сплати (розвитку) збитків (d)					
		1	2	...	(N – 1)	N	N + 1
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	$pC_1(1)$	$pC_1(2)$	...	$pC_1(N - 1)$	$pC_1(N)$	$LU_{(a=1)}$
2	2	$pC_2(1)$	$pC_2(2)$	...	$pC_2(N - 1)$		
3	3	$pC_3(1)$	$pC_3(2)$	...			
4	...	...	...	...			
5	(N – 2)	$pC_{N-2}(1)$	$pC_{N-2}(2)$				
6	(N – 1)	$pC_{N-1}(1)$	$pC_{N-1}(2)$				
7	N	$pC_N(1)$					

3. Трикутник із коефіцієнтами зв'язку формується на основі даних таблиці 1.1 або 1.2, що розраховуються за такою формулою:

$$r_a(d) = \begin{cases} \frac{pC_a(d+1)}{pC_a(d)}, & \text{якщо } pC_a(d) \neq 0 \\ 1, & \text{якщо } pC_a(d) = 0 \text{ та / або } pC_a(d+1) = 0 \end{cases},$$

4. де  $r_a(d)$  – коефіцієнт зв'язку  $a$ -го періоду настання збитків для  $d$ -го та  $d+1$ -го періоду розвитку (сплати) збитків. Водночас:

$$r_1(N) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } LU_{(a=1)} = 0 \\ \frac{LU_{(a=1)}}{pC_1(N)}, & \text{якщо } LU_{(a=1)} \neq 0 \end{cases}.$$

5. Під час використання ланцюгового методу для визначення факторів розвитку збитків  $[f^*(d)]$  для  $d$ -го періоду сплати (розвитку) збитків, потрібних для розрахунку резерву, використовується середнє зважене значення коефіцієнтів зв'язку  $[r_a(d)]$ , де вагами є сплачені / нараховані збитки  $[(pC_a(d))]$ :

$$f^*(d) = \prod_{k=d}^N \frac{\sum_{i=1}^{N-k} [r_i(k) \cdot pC_i(k)]}{\sum_{i=1}^{N-k} pC_i(k)},$$

де  $\sum_{i=1}^{N-k} [r_i(k) \cdot pC_i(k)] / \sum_{i=1}^{N-k} pC_i(k) = 1$ , якщо  $\sum_{i=1}^{N-k} pC_i(k) = 0$ .

6. Наступним етапом є розрахунок загальної величини збитків ( $LU_a$ ) для кожного періоду настання збитків  $a$  з використанням відповідних факторів розвитку збитків за такою формулою:

7.

$$LU_a = f^*(N - a + 1) \cdot pC_a(N - a + 1),$$

де  $pC_a(N - a + 1)$  – елементи основної діагоналі таблиці 1.1 або 1.2;

$f^*(a)$  – фактор розвитку збитків, для  $d = N - a + 1$  періоду сплати (розвитку) збитків.

8. Сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR^{CL}_a$ ), для кожного періоду настання збитків  $a$  розраховується за такою формулою та не може бути меншою за 0:

$$IBNR^{CL}_a = LU_a - pC_a(N - a + 1) - RBNS_a,$$

де  $RBNS_a$  – резерв заявлених, але не виплачених збитків, що настали в  $a$ -му періоді настання збитків.

9. Загальна сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR_{CL}^*$ ), розраховується шляхом підсумування отриманих значень резерву збитків, які виникли, але не заявлені,  $IBNR_a^{CL}$  за кожним періодом настання збитків  $a$  за такою формулою:

$$IBNR_{CL}^* = \sum_{a=1}^N IBNR_a^{CL}.$$

До особливостей ланцюгового методу відносять:

- Метод, як правило, є кумулятивним; отже, якщо місяць виникнення  $a$  має вдвічі більше збитків, ніж місяць виникнення  $b$ , то шаблон виплат за збитками місяця  $a$  матиме вдвічі більше значення при визначенні коефіцієнтів розвитку, ніж шаблон виплат за збитками місяця  $b$ .
- У методі коефіцієнта розвитку збитки визначаються шляхом ділення виплачених на сьогоднішній день збитків на коефіцієнти розвитку. Якщо швидкість виплат зростає,  $IBNR$  буде зростати, навіть якщо виплати та  $RBNS$  не збільшилися.
- Метод використовує підхід ланцюгової драбини для моделювання процесу розвитку збитків. Оскільки не визначено основного ймовірнісного розподілу, метод не легко піддається виведенню статистичних мір, таких як довірчі інтервали.
- Для розрахунку довірчих інтервалів для оцінок  $IBNR$  потрібно визначити основний ймовірнісний розподіл для збитків або факторів, які розраховуються ланцюговим методом.
- Інша характеристика методу коефіцієнта розвитку полягає в тому, що значна частина варіації в оцінці  $IBNR$  зазвичай зосереджена в найближчих лагових місяцях. Таким чином, проблема полягає у використанні відомих характеристик методу коефіцієнта розвитку в поєднанні з іншими техніками для розробки довірчих інтервалів. [7]

## 1.2 Метод Борнхюттера – Фергюсона

Метод Борнхюттера-Фергюсона також є одним з найчастіше використовуваних актуарних методів. Даний метод по суті є поєднанням методів розвитку та очікуваних претензій. У методі розвитку ми множимо фактичні претензії на кумулятивний коефіцієнт розвитку претензій. Ця техніка може призвести до нестабільних, ненадійних прогнозів, коли

кумулятивний коефіцієнт розвитку великий, оскільки відносно невелике коливання у звітних претензіях або звіт про незвично велику претензію може призвести до дуже великого коливання у прогнозованих остаточних претензіях. У методі очікуваних претензій оцінка невиконаних претензій дорівнює різниці між заздалегідь визначеною оцінкою очікуваних претензій та фактичними виплатами. Це має перевагу стабільності, але повністю ігнорує інформацію по фактично заявленим збиткам. Техніка Борнхюттера-Фергюсона поєднує ці два методи, розділяючи залишкові претензії на дві компоненти: фактичні звітні (або виплачені) претензії та очікувані незвітні (або невиконані) претензії. Зі збільшенням історичних даних більше ваги надається фактичним збиткам, а очікувані збитки поступово стають менш важливими.

У 1993 року Ерік Брозіус в своїй статті описав метод Борнхюттера-Фергюсона як зважування довіри між методом розвитку та методом очікуваних претензій. У методі розвитку повна довіра (тобто  $Z = 1$ ) надається фактичному досвіду претензій; а в методі очікуваних претензій жодна довіра (тобто  $Z = 0$ ) не надається фактичним претензіям. У методі Борнхюттера-Фергюсона довіра дорівнює відсотку претензій, розвинених на певному етапі розвитку, що є функцією кумулятивного коефіцієнта розвитку претензій (тобто  $Z = 1.00 /$  кумулятивний коефіцієнт розвитку). Тому більше ваги надається методу очікуваних претензій у менш зрілі роки, а більше ваги надається методу розвитку у більш зрілі досліджувані роки. [6]

Основне припущення методу Борнхюттера-Фергюсона полягає в тому, що незаявлені (або невиконані) претензії будуть розвиватися на основі очікуваних претензій. Іншими словами, претензії, заявлені на сьогоднішній день, не містять інформаційної цінності щодо розміру претензій, які ще не були заявлені. Це відрізняється від методу розвитку, де основне припущення полягає в тому, що незаявлені (або невиконані) претензії будуть розвиватися на основі заявлених (або виплачених) претензій на сьогоднішній день.

Зазвичай даний метод використовується для довгострокового страхування, особливо для найбільш незрілих років, через високу вагу коефіцієнтів розвитку претензій для таких періодів розвитку. Актуарії також можуть використовувати техніку Борнхюттера-Фергюсона, якщо дані є надзвичайно малими чи нестабільними. Наприклад, коли страховик нещодавно увійшов у нову лінію бізнесу або нову зону покриття збитків, і ще немає достовірного обсягу історичного досвіду розвитку збитків, актуарій може використовувати техніку Борнхюттера-Фергюсона.

**Наведемо процес розрахунку методом Борнхюттера – Фергюсона на основі сплачених / нарахованих збитків відповідно до Положення НБУ [2]:**

1. Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, за методом Борнхюттера – Фергюсона ґрунтується на:

- 1) історичних даних щодо сплачених / нарахованих;
- 2) рівні сплачених / нарахованих збитків;
- 3) припущеннях, зроблених під час визначення страхового тарифу;
- 4) статистиці ринку для однорідних класів страхування.

2. Для використання методу Борнхюттера – Фергюсона застосовується групування даних та розрахунок факторів розвитку збитків  $[f^*(d)]$  аналогічно ланцюговому методу.

3. Коефіцієнт рівня сплачених / нарахованих збитків ( $l$ ) за періоди, за які розглядаються дані про збитки, розраховується за такою формулою:

$$l = \frac{LU}{\Pi} ,$$

де  $LU$  – загальна величина збитків за періоди, за які розглядаються дані про збитки, яка визначається за такою формулою:

$$LU = \sum_{a=1}^N LU_a ,$$

де  $LU_a$  – загальна величина збитків для кожного періоду настання збитків  $a$ , що визначається за формулою;

$\Pi$  – сума доходу від страхування за періоди, за які розглядаються дані про збитки.

4. На основі коефіцієнта рівня сплачених / нарахованих збитків розраховується величина показових збитків ( $BU_a$ ) для кожного періоду настання збитків  $a$  за такою формулою:

$$BU_a = \Pi_a \cdot l ,$$

де  $\Pi_a$  – дохід від страхування за  $a$ -ий період настання збитків.

5. Сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR^{BF}_a$ ), для кожного періоду настання збитків  $a$  розраховується за такою формулою та не може бути меншою за 0:

$$IBNR^{BF}_a = BU_a \cdot \left( 1 - \frac{1}{f^*(N - a + 1)} \right) - RBNS_a ,$$

де  $f^*(a)$  – фактор розвитку збитків;

$RBNS_a$  – резерв заявлених, але не виплачених збитків, що настали в  $a$ -му періоді настання збитків.

6. Загальна сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR_{BF}^*$ ), розраховується шляхом підсумування отриманих значень резерву збитків, які виникли, але не заявлені,  $IBNR_a^{BF}$  за кожним періодом настання збитків  $a$  за такою формулою:

$$IBNR_{BF}^* = \sum_{a=1}^N IBNR_a^{BF} .$$

### 1.3 Метод Кейп-Код

Метод Кейп-Код використовується для розрахунку резервів збитків для страховиків, які використовують ваги, пропорційні до збитковості і обернено пропорційні до розвитку збитків. Метод Кейп-Код базується на основі припущення, що премії або інші обсягові показники відомі для історичних років страхових випадків, і що кінцеві коефіцієнти збитковості однакові для всіх років страхових випадків. Метод Кейп-Код, також відомий як метод Станарда-Буллмана (Stanard-Buhlmann, SB, CC) базується на основі, створеній методом розвитку збитків Борнхюттера-Фергюсона, хоча методи мають важливі відмінності. [6]

Основна відмінність між методами Кейп-Код і Борнхюттера-Фергюсона полягає в тому, що метод Кейп-Код створює кінцеві оцінки збитків, використовуючи як внутрішню, так і зовнішню інформацію. У техніці Кейп-Код очікуваний коефіцієнт збитковості отримується з досвіду заявлених претензій, а не з незалежного і часто суб'єктивного вибору, як у техніці Борнхюттера-Фергюсона.

Як і в техніці Борнхюттера-Фергюсона, метод Кейп-Код розділяє кінцеві претензії на два компоненти: фактично заявлені (або виплачені) і очікувані незаявлені (або не виплачені). У міру того, як рік збитку (або інший часовий інтервал) розвивається, фактично заявлені претензії замінюють очікувані незаявлені претензії, і початкове припущення про очікувані претензії поступово стає менш важливим.

У методі Кейп-Код резерви збитків розраховуються як збитки на сьогоднішній день, поділені на експозицію, а потім поділені на кінцевий коефіцієнт розвитку збитків. Як збитки на сьогоднішній день, так і рівень експозиції коригуються з урахуванням тренду. Кумулятивні збитки розраховуються з трикутника збитків, який містить збитки за поточний рік,



а також премії та попередні оцінки збитків. Це створює серію ваг, пропорційних до експозиції і обернено пропорційних до розвитку збитків.

Основне припущення методу Кейп-Код полягає в тому, що незаявлені претензії будуть розвиватися на основі очікуваних претензій, які отримуються за допомогою заявлених (або виплачених) претензій і заробленої премії. Обидва методи, Кейп-Код і Борнхюттера-Фергюсона, відрізняються від методу розвитку, де основне припущення полягає в тому, що незаявлені претензії будуть розвиватися на основі заявлених претензій на сьогоднішній день (а не очікуваних претензій).

Основною інновацією методу SB (Станарда-Буллмана) є те, що кінцевий очікуваний коефіцієнт збитків для всіх років разом оцінюється на основі загального досвіду заявлених претензій, а не вибирається суб'єктивно, як у методі BF (Борнхюттера-Фергюсона) [4].

Перевагою методу Кейп-Код у порівнянні з ланцюговим методом полягає в тому, що він може не спотворюватися випадковими коливаннями на ранніх етапах розвитку року збитку (або іншого часового інтервалу). Визначальним фактором, що впливає на коливання, як у методі Борнхюттера-Фергюсона, так і в методі Кейп-Код, є міра, до якої фактичні претензії за останні роки впливають на отримання очікуваних претензій за такі роки.

Метод Кейп-Код необов'язково є таким же відповідним, як техніка Борнхюттера-Фергюсона, якщо дані є надзвичайно малими чи нестабільними. Оскільки очікувані претензії базуються на заявлених претензіях на сьогоднішній день, має бути достатній обсяг достовірних заявлених претензій для отримання надійної оцінки очікуваних претензій.

Варто зазначити, що в ідеальній ситуації актуарій мав би історію змін рівня збитковості і міг би накладати їх на історичні премії для обох проєкцій Кейп-Код і Борнхюттера-Фергюсона. Актуарій також коригував би претензії з урахуванням тренду, змін рівня премій та інших подібних факторів. З теоретичної точки зору, ці методи вимагають такого коригування. З практичної точки зору, однак, коригування є недопустимим. У таких ситуаціях багато актуаріїв продовжують використовувати обидва методи, Борнхюттера-Фергюсона і Кейп-Код, для розробки оцінки незаявлених претензій без коригування премій або претензій. За таких обставин було б розумно для актуарія, оцінюючи результати різних технік і вибираючи остаточні значення остаточних збитків, враховувати, де були потрібні спрощені припущення (наприклад, не коригувати премію для змін рівня ставок).

До недоліків методу Кейп-Код відносять те, що він не враховує варіабельність як історичних оцінок збитків, так і коефіцієнтів розвитку збитків, і збитковість вважається постійною з часом. Цей метод може отримати IBNR, якщо страховик страхує ті самі поліси за нижчими ставками з часом.

Метод також надає більшу вагу історичному досвіду порівняно з недавнім досвідом, оскільки більш зрілі роки збитків ближчі до кінцевого рівня збитку. Однією з найкращих практик для актуаріїв вважають використання методу резервування збитків, який поєднує метод ланцюгової драбини з методом, заснованим на збитковості, таким як метод Кейп-Код.

### **Розрахунок методом Кейп-Код відповідно до Положення НБУ[2]:**

1. Для розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, методом Кейп-Код застосовується групування даних аналогічно ланцюговому методу.

2. Розраховується значення очікуваної збитковості ( $\rho$ ) за такою формулою:

$$\rho = \frac{\sum_{j=1}^N pC_j(N-j+1)}{\sum_{j=1}^N II_j \cdot \gamma_j},$$

де  $II_j$  – дохід від страхування для  $j$ -го періоду настання збитків;

$\gamma_j$  – фактор розвитку збитків, що розраховується за такою формулою:

$$\gamma_j = \begin{cases} \frac{1}{f^*(N-j+1)}, & j \geq 2 \\ 1, & j = 1 \end{cases},$$

де  $f^*(N-j+1)$  – фактор розвитку збитків для  $(N-j+1)$ -го періоду сплати (розвитку) збитків.

3. Сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR^{CC}_a$ ), для кожного періоду настання збитків а розраховується за такою формулою та не може бути меншою за 0:

$$IBNR^{CC}_a = \rho \cdot II_a \cdot (1 - \gamma_a) - RBNS_a.$$

4. Для розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, методом Кейп-Код на основі сплачених / нарахованих збитків та заявлених, але не виплачених збитків, застосовується групування даних аналогічно ланцюговому методу. У такому разі сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR^{CC}_a$ ), для кожного періоду настання збитків а розраховується за такою формулою та не може бути меншою за 0:

$$IBNR^{CC}_a = \rho \cdot II_a \cdot (1 - \gamma_a).$$

5. Загальна сума резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR_{CC}^*$ ), розраховується шляхом підсумування отриманих значень резерву збитків, які виникли, але не заявлені ( $IBNR_{CC}^a$ ), за кожним періодом настання збитків а за такою формулою:

$$IBNR_{CC}^* = \sum_{a=1}^N IBNR_{CC}^a .$$

#### 1.4 Мюнхенський ланцюговий метод

Мюнхенський ланцюговий метод (MCL) об'єднує типи даних про сплачені збитки та понесені збитки, враховуючи співвідношення у прогнозах. Тут співвідношення означає частку сплачених і понесених збитків, тобто частку понесених збитків, яка була сплачена на момент розгляду.

Кінцеві прогнози збитків, отримані за допомогою методу MCL, не є систематично вищими чи нижчими, ніж ті, що отримані за допомогою методу CL. Чи коригує прогноз MCL результати методу CL, наприклад, для понесених трикутників, у напрямку підвищення чи зниження, часто варіюється від одного року збитку до іншого. Тому прийняття методу Мюнхенських ланцюгових сходів не матиме ефекту загального збільшення або зменшення оцінок для резервів IBNR, а дасть більш реалістичні результати.

Мюнхенських ланцюговий метод, таким чином, дасть більш надійні результати для практично всіх портфелів, де розрахунок ланцюгових сходів є доцільним як для оплачених, так і для трикутників збитків, що сталися. [5]:

#### **Розрахунок Мюнхенським ланцюговим методом відповідно до Положення НБУ [2]:**

1. Для розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, Мюнхенським ланцюговим методом застосовується групування даних аналогічно ланцюговому методу.

Мюнхенський ланцюговий метод дає змогу врахувати взаємозалежність (кореляцію) між сплаченими / нарахованими збитками (страховими виплатами) і заявленими збитками та покликаний зменшити

розрив між оцінками резерву збитків, які виникли, але не заявлені, на основі сплачених збитків і заявлених збитків.

2. Фактори переходу  $\widehat{f_{d \rightarrow t}}$  з періоду сплати (розвитку) збитків  $d$ , де  $d = 1, \dots, N - 1$ , до періоду  $(s + 1)$  для кожного трикутника визначаються за такими формулами:

$$\widehat{f_{d \rightarrow t}^P} = \frac{\sum_{i=1}^{N-d} P_{i,t}}{\sum_{i=1}^{N-d} P_{i,d}} \quad \text{та} \quad \widehat{f_{d \rightarrow t}^I} = \frac{\sum_{i=1}^{N-d} I_{i,t}}{\sum_{i=1}^{N-d} I_{i,d}},$$

де  $P_{i,d}$  – збитки, сплачені / нараховані на кінець  $d$ -го періоду сплати (розвитку) збитків за страховими випадками, що настали в  $i$ -му періоді настання збитків (на основі трикутника сплачених / нарахованих збитків та заявлених, але не виплачених збитків);

$I_{i,d}$  – збитки, що настали в  $i$ -му періоді настання збитків і заявлені на кінець  $d$ -го періоду заявлення збитків (на основі трикутника сплачених / нарахованих збитків та заявлених, але не виплачених збитків);

$t$  – період сплати (розвитку) збитків, який становить  $t = d + 1$ ;

$N$  – кількість періодів, за які розглядаються дані про збитки.

3. Наступним етапом є розрахунок параметра  $\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}}$  для  $d = 1, \dots, N - 2$  за такими формулами:

$$(\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}^P})^2 = \frac{1}{N - d - 1} \cdot \sum_{i=1}^{N-d} P_{i,d} \cdot \left( \frac{P_{i,t}}{P_{i,d}} - \widehat{f_{d \rightarrow t}^P} \right)^2$$

та

$$(\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}^I})^2 = \frac{1}{N - d - 1} \cdot \sum_{i=1}^{N-d} I_{i,d} \cdot \left( \frac{I_{i,t}}{I_{i,d}} - \widehat{f_{d \rightarrow t}^I} \right)^2,$$

де  $P_{i,d}, I_{i,d}$  – невід’ємні значення, від’ємні доданки не враховуються під час додавання, а також індекс зменшується на кількість таких випадків.

Для параметра  $\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}}$  для  $d = N - 1$  здійснюється такий розрахунок:

$$(\widehat{\sigma_{N-1 \rightarrow N}^P})^2 = \min \left( \frac{(\widehat{\sigma_{N-2 \rightarrow N-1}^P})^4}{(\widehat{\sigma_{N-3 \rightarrow N-2}^P})^2}; (\widehat{\sigma_{N-2 \rightarrow N-1}^P})^2; (\widehat{\sigma_{N-3 \rightarrow N-2}^P})^2 \right)$$

та

$$(\widehat{\sigma_{N-1 \rightarrow N}^I})^2 = \min \left( \frac{(\widehat{\sigma_{N-2 \rightarrow N-1}^I})^4}{(\widehat{\sigma_{N-3 \rightarrow N-2}^I})^2}; (\widehat{\sigma_{N-2 \rightarrow N-1}^I})^2; (\widehat{\sigma_{N-3 \rightarrow N-2}^I})^2 \right).$$

Таким чином,

$$\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}^P} = \sqrt{(\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}^P})^2} \quad \text{та} \quad \widehat{\sigma_{d \rightarrow t}^I} = \sqrt{(\widehat{\sigma_{d \rightarrow t}^I})^2}.$$

4. Припускається, що умовне математичне сподівання ( $\widehat{q}_d$ ) для (P/I) та ( $\widehat{q}_d^{-1}$ ) для (I/P) є сталою величиною і оцінюється як:

$$\widehat{q}_d = \frac{\sum_{i=1}^{N-d+1} P_{i,d}}{\sum_{i=1}^{N-d+1} I_{i,d}} \quad \text{та} \quad \widehat{q}_d^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^{N-d+1} I_{i,d}}{\sum_{i=1}^{N-d+1} P_{i,d}}.$$

5. Приймається, що залежність умовної дисперсії для (P/I) від суми заявлених збитків (більша сума означає меншу дисперсію) і оцінкою для середньоквадратичного відхилення є  $\widehat{\rho}_d^I / \sqrt{I_{i,d}}$ , де  $\widehat{\rho}_d^I$  для  $d = 1, \dots, N - 1$  визначається за такою формулою:

$$\widehat{\rho}_d^{I^2} = \frac{1}{N-d} \cdot \sum_{i=1}^{N-d+1} I_{i,d} \cdot (Q_{i,d} - \widehat{q}_d)^2 \quad \text{та} \quad \widehat{\rho}_d^I = \sqrt{\widehat{\rho}_d^{I^2}},$$

де  $Q_{i,d} = P_{i,d} / I_{i,d}$ .

Аналогічно для (I/P) визначається  $\widehat{\rho}_d^P$  за такою формулою:

$$\widehat{\rho}_d^{P^2} = \frac{1}{N-d} \cdot \sum_{i=1}^{N-d+1} P_{i,d} \cdot (Q_{i,d}^{-1} - \widehat{q}_d^{-1})^2 \quad \text{та} \quad \widehat{\rho}_d^P = \sqrt{\widehat{\rho}_d^{P^2}},$$

де  $Q_{i,d}^{-1} = I_{i,d} / P_{i,d}$ .

6. Оцінки для умовних залишків розраховуються за такими формулами:

$$\widehat{\text{Res}}(P_{i,t}) = \frac{\frac{P_{i,t}}{P_{i,d}} - f_{d \rightarrow t}^P}{\widehat{\sigma}_{d \rightarrow t}^P} \cdot \sqrt{P_{i,d}}, \quad \widehat{\text{Res}}(I_{i,t}) = \frac{\frac{I_{i,t}}{I_{i,d}} - f_{d \rightarrow t}^I}{\widehat{\sigma}_{d \rightarrow t}^I} \cdot \sqrt{I_{i,d}},$$

та

$$\widehat{\text{Res}}(Q_{i,d}^{-1}) = \frac{Q_{i,d}^{-1} - \widehat{q}_d^{-1}}{\widehat{\rho}_d^P} \cdot \sqrt{P_{i,d}}, \quad \widehat{\text{Res}}(Q_{i,d}) = \frac{Q_{i,d} - \widehat{q}_d}{\widehat{\rho}_d^I} \cdot \sqrt{I_{i,d}}.$$

7. Методом найменших квадратів здійснюється оцінка для параметрів кореляції для залишків факторів розвитку та залишків факторів (P/I):

$$\widehat{\theta}^P = \frac{\sum_{i,d} \widehat{\text{Res}}(Q_{i,d}^{-1}) \cdot \widehat{\text{Res}}(P_{i,t})}{\sum_{i,d} \widehat{\text{Res}}(Q_{i,d}^{-1})^2} \quad \text{та} \quad \widehat{\theta}^I = \frac{\sum_{i,d} \widehat{\text{Res}}(Q_{i,d}) \cdot \widehat{\text{Res}}(I_{i,t})}{\sum_{i,d} \widehat{\text{Res}}(Q_{i,d})^2},$$

де індекс  $d$  набуває значення від 1 до  $N - 2$ , а індекс  $i$  – від 1 до  $N - d$ .

8. Прогноз майбутніх збитків визначається за такими рекурентними формулами:

$$\widehat{P}_{i,t} = \widehat{P}_{i,d} \cdot \left[ f_{d \rightarrow t}^P + \widehat{\theta}^P \cdot \frac{\widehat{\sigma}_{d \rightarrow t}^P}{\widehat{\rho}_d^P} \cdot \left( \frac{\widehat{I}_{i,d}}{\widehat{P}_{i,d}} - \widehat{q}_d^{-1} \right) \right]$$

та

$$\widehat{I}_{i,t} = \widehat{I}_{i,d} \cdot \left[ f_{d \rightarrow t}^I + \widehat{\theta}^I \cdot \frac{\widehat{\sigma}_{d \rightarrow t}^I}{\widehat{\rho}_d^I} \cdot \left( \frac{\widehat{P}_{i,d}}{\widehat{I}_{i,d}} - \widehat{q}_d \right) \right],$$

де  $d \geq N - i + 1$ ;

$\widehat{P}_{1,d} = P_{i,d}$  та  $\widehat{I}_{1,d} = I_{i,d}$  – початкові значення для  $d = N - i + 1$ .

Подальший розрахунок здійснюється відповідно до формули

$$IBNR_{a}^{CL} = LU_{a} - pC_{a}(N - a + 1) - RBNS_{a},$$

де  $LU_{a} = \widehat{P}_{1,N}$ , або відповідно до формули

$$IBNR_{a}^{CL} = LU_{a} - pC_{N-a+1}(a),$$

де  $LU_{a} = \widehat{I}_{1,N}$ .

## 1.5 Лінійна комбінація актуарних методів

**Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, методом лінійної комбінації актуарних методів відповідно до Положення НБУ [2]:**

1. Лінійна комбінація актуарних методів розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, може застосовуватися до окремих періодів настання збитків ( $a$ ) або до розрахунку суми резерву збитків, які виникли, але не заявлені, за всіма періодами настання збитків.

2. Лінійна комбінація актуарних методів розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, розраховується за такою формулою:

$$IBNR_{ЛК} = \sum_i k_i \cdot IBNR_i,$$

де  $IBNR_{ЛК}$  – розмір резерву збитків, які виникли, але не заявлені, розрахований методом лінійної комбінації актуарних методів розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені;

$IBNR_i$  – результат розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, одним з раніше наведеним актуарних методом;

$k_i$  – зважувальний коефіцієнт для обраного актуарного методу, за яким був розрахований  $IBNR_i$ . Зважувальний коефіцієнт для обраного актуарного методу ( $k_i$ ) набуває значення від 0 до 1 та відповідає такій умові:

$$\sum_i k_i = 1.$$

3. Лінійна комбінація актуарних методів розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, для  $a$ -го періоду настання збитків розраховується за такою формулою:

$$IBNR^a_{ЛК} = \sum_i k^a_i \cdot IBNR^a_i,$$

де  $IBNR^a_{ЛК}$  – розмір резерву збитків, які виникли, але не заявлені, розрахований методом лінійної комбінації актуарних методів розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, для а-го періоду настання збитків, де а є поточним періодом настання збитків (або а є в межах поточного кварталу, якщо періодом настання збитків є строк менше кварталу);

$IBNR^a_i$  – результат розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, одним з актуарних методів, для а-го періоду настання збитків;

$k^a_i$  – зважувальний коефіцієнт для обраного актуарного методу, за яким був розрахований  $IBNR^a_i$ , для а-го періоду настання збитків. Зважувальний коефіцієнт для обраного актуарного методу ( $k^a_i$ ) для а-го періоду настання збитків набуває значення від 0 до 1 та відповідає такій умові:

$$\sum_i k^a_i = 1 .$$

## **2. ПОРІВНЯННЯ АКТУАРНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ РЕЗЕРВУ ЗБИТКІВ, ЯКІ ВИНИКЛИ, АЛЕ НЕ ЗАЯВЛЕНІ, ДЛЯ МЕДИЧНОГО СТРАХУВАННЯ**

### **2.1. Особливості параметрів при розрахунку збитків, які виникли, але не заявлені, для медичного страхування**

При аналізі статистичної інформації щодо медичного страхування для її майбутнього використання в математичних моделях важливим є розуміння самих даних. Актуарій повинен пояснити значні відмінності між прогнозами різних методів, і часто такі відмінності обумовлені змінами в врегулюванні і процедурах компанії або змінами у зовнішньому середовищі. Останні роки вносять складнощі до прогнозування будь яких даних, і актуарії мають розуміти не лише математичні моделі, але і їх взаємозв'язок з реальністю.

Медичне страхування пов'язане з незначною сезонністю, коли під час холодної пори року збільшується частота респіраторно-вірусних захворювань та підвищується травматизм.

COVID-19 також вплинув на масив історичних даних, особливо в медичному страхуванні. В цей період страхові компанії вводили нові продукти зі спеціальним умовами страхового покриття стосовно COVID-19,

створювались окремі страхові продукти виключно для покриття цих витрат. Збільшувалась кількість людей, яка цікавилась страховими продуктами, що нарощувало обсяги страхування, через карантинні обмеження зменшувались обсяги страхових випадків з нещасних випадків як на території України, так і за кордоном, в той же час зростала частота страхових випадків з COVID-19. В найближчі періоди після початку карантинних обмежень недавнє минуле необов'язково було показовим для прогнозів.

Повномасштабне вторгнення, розпочате росією проти України 24 лютого 2022 року, реалізувала більшість негативних ризиків як для населення, так і для бізнесу. Вона вплинула майже на всі сфери життя та внесла значну кількість невизначеностей.

Збільшення інтенсивності бойових дій та обстрілів інфраструктури, дефіцит електроенергії, зростання виробничих витрат через високі ціни на паливо та вищі логістичні витрати, значний дефіцит кваліфікованого персоналу при високому рівні безробіття, а також невизначеність щодо подальшого перебігу бойових дій та умов мобілізації працівників ускладнили економічну діяльність і спричинили погіршення ситуації у всіх секторах бізнесу. В такий період застраховані особи з підвищеною частотою розривають договори чи не здійснюють пролонгування на наступний період.

Тенденції інфляції, ВВП, рівня безробіття, внутрішньої та зовнішньої міграції та інші чинники також мають значне значення у страховій сфері. Водночас саме для формування резерву майбутні тенденції, можливо, і мають незначне значення, але ці тенденції з оглядом на минуле пояснюють динаміку зниження виплат та дають можливість більш якісно проаналізувати отримані результати розрахунків та за необхідності вносити коригування до задіяних параметрів.

До особливостей медичного страхування також варто віднести малу ймовірність викидів, що частково пов'язано з процедурами надання медичних послуг та їх частим розтермінуванням у часі. До стандартної можна віднести наступну ситуацію: похід до лікаря, проходження додаткових діагностичних досліджень, повторний похід до лікаря, придбання медичних препаратів. Ці етапи зазвичай відбуваються в різні дні та кожного разу створюють додаткові зобов'язання страховика у разі їх відповідності умовам договору страхування. Інформація щодо перебування застрахованої особи в цілодобовому стаціонарі, проведення діагностичних досліджень чи оперативного втручання та інше передається асистуючою компанією до страхової не одним страховим актом з однією сумою, а



розподілено відповідно до проведених процедур та їх оплат. Водночас у медичному страхуванні наявний значний розмах сум між мінімальною та максимальною відшкодування певного лікарського засобу до оплати дороговартісної операції.

## **2.2. Порівняння актуарних методів у міжнародній практиці**

Хоча перестраховання має свої особливості при розрахунку резервів, але вважаємо що коментар Gary S. Patrik доречно застосовувати і до прямого страхування [4]:

«Ви бачите, що є багато можливостей і немає єдиного правильного методу. Будь-який хороший актуарій захоче використовувати якомога більше законних методів, для яких є досить хороша інформація та час, і порівнювати та контрастувати оцінки з цих методів. Як і при ціноутворенні, часто інформативно бачити розкид оцінок, отриманих з різних підходів. Це допомагає нам краще зрозуміти діапазон і розподіл можливостей і може дати нам уявлення про чутливість наших відповідей до різних припущень і методологій оцінки»

Він наголошує, що немає єдиного правильного способу оцінки резервів збитків, але є багато неправильних способів. Загальні актуарні методи слід використовувати лише в тій мірі, в якій вони мають сенс. Актуарій повинен завжди якомога краще розуміти типи страхових ризиків [4].

В проведеному дослідженні учасники товариства актуаріїв (SOA) [3] описують отримані обмеження дослідження та практичні міркування розрахунку оцінок IBNR у сфері охорони здоров'я, а також висвітлюють конкретні сфери, де слід проявляти обережність при інтерпретації результатів:

1. Розвиток обчислювальних потужностей та вдосконалення програмного забезпечення роблять нові та нетрадиційні методи більш доступними для практикуючих актуаріїв. Проте, більш складні методи розрахунку, хоча, можливо, і є більш точними, часто вимагають додаткових припущень і допоміжних даних, а також коригувань, щоб отримати обґрунтовані результати. Ці методи також можуть вимагати поглиблених технічних знань та придбання спеціалізованого програмного забезпечення порівняно з методами, які зазвичай використовуються практикуючими актуаріями.

2. Метод коефіцієнта збитковості дав одні з найбільш точних результатів з досить низькими стандартними відхиленнями, але є кілька важливих

застережень щодо інтерпретації цих результатів і доцільності використання цього методу. По-перше, в симуляціях набору даних є упередження, що призводить до того, що метод коефіцієнта збитковості має вищу, ніж очікувалося, ступінь точності. Використовуючи коефіцієнти збитковості для розробки набору даних і обмежуючи діапазон цих коефіцієнтів збитковості, результати - це загальні суми вимог, які в середньому відповідають цільовому коефіцієнту збитковості. По-друге, точність зменшується, коли тренди в даних не рухаються плавно в одному напрямку.

3. Більшість актуаріїв у сфері охорони здоров'я використовують різні методи для оцінки IBNR, і найкращим методом може бути комбінація двох або більше методів (або інших методів). Наприклад, лагові методи, як правило, є найпоширенішими методами, що використовуються актуаріями охорони здоров'я; однак результати постійно показують, що ці методи мають найвищі стандартні відхилення. Таким чином, пропонується використання іншого методу для того, щоб отримати обґрунтовані результати в останні місяці виникнення витрат.

4. Розуміння конкретних фактів та обставин (поточного середовища) може бути найважливішим припущенням, яке необхідно задокументувати перед прийняттям рішення про найбільш відповідний метод для конкретного аналізу.

В своїй статті В.Zehnwirth [10] зазначає, що базова статистична модель «Chain ladder» зазвичай вважається надмірно параметризованою і може бути піддана критиці за те, що не включає ефекти календарного року як частину моделі. Однак це потужний діагностичний інструмент для дослідження тенденцій виплат/календарного року. Вона також може служити основою для більш складних моделей, які не є настільки сильно параметризованими і можуть включати ефекти календарного року та враховувати додаткову інформацію в процесі резервування.

В Протоколах Товариства актуаріїв зі страхування від нещасних випадків [9] наводиться обговорення щодо різної філософії методів CL та BF.

Брозіус, слідуючи за обговоренням Х'ю Вайта статті Борнхюттера-Фергюсона, зазначає, що [9]:

- Ланцюговий метод передбачає, що незвично високі або низькі накопичені виплачені збитки на сьогоднішній день є показником відповідно високих або низьких виплачених збитків у майбутніх періодах розвитку.
- Метод Борнхюттера-Фергюсона передбачає, що незвично високі або низькі накопичені виплачені збитки на сьогоднішній день

відображають випадкові коливання збитків. Це не є показником незвично високих або низьких виплачених збитків у залишкових періодах розвитку.

Як зазначає Брозіус, істина зазвичай знаходиться між цими двома альтернативами. Проте нас цікавлять крайні випадки, оскільки певні характеристики страхового сценарію аргументують на користь одного або іншого з цих випадків. Коли збитки дуже незрілі, або коли величина збитків велика, але частота збитків низька, або коли варіабельність збитків незвично велика, метод очікуваних збитків Борнхюттера-Фергюсона може мати перевагу. Коли збитки зрілі, або коли тяжкість збитків низька, але частота збитків висока, або коли варіабельність збитків мала, ланцюговий метод може мати перевагу.

Важливо зазначити, що найкращий метод або комбінація методів для використання в конкретній ситуації може залежати від факторів і актуарних суджень, які не можуть бути перевірені за допомогою наукової моделі в момент формування резерву.

В той же час з достатньою історією збитків тестування методу ретроспективно є одним із методів оцінки доцільності конкретної техніки для оцінки резерву збитків, які відбулись, але не заявлені. Актуарій може тоді визначити історичну точність методу, і чи є цей метод вільним від упередженості при прогнозуванні.

### **3. АНАЛІЗ ПОТОЧНОЇ ПРОБЛЕМИ**

На момент написання дисертації в Компанії А для розрахунку IBNR для медичного страхування застосовувався ланцюговий метод з квартальною розбивкою на періоди. Розрахунок робився як для виплачених збитків, так і для заявлених. При цьому було помічено, що часто наявні методи давали недостатню оцінку, що було видно вже на момент розрахунку, так як сума заявлених збитків вже перевищувала очікувані збитки по окремих періодах.

Для початку був проведений аналіз швидкості врегулювання справ для медичного страхування. В таблиці 3.1 наведено відсоток врегульованих справ для різних часових інтервалів за сумою збитків та за кількістю протягом 04.2023-08.2024 року.

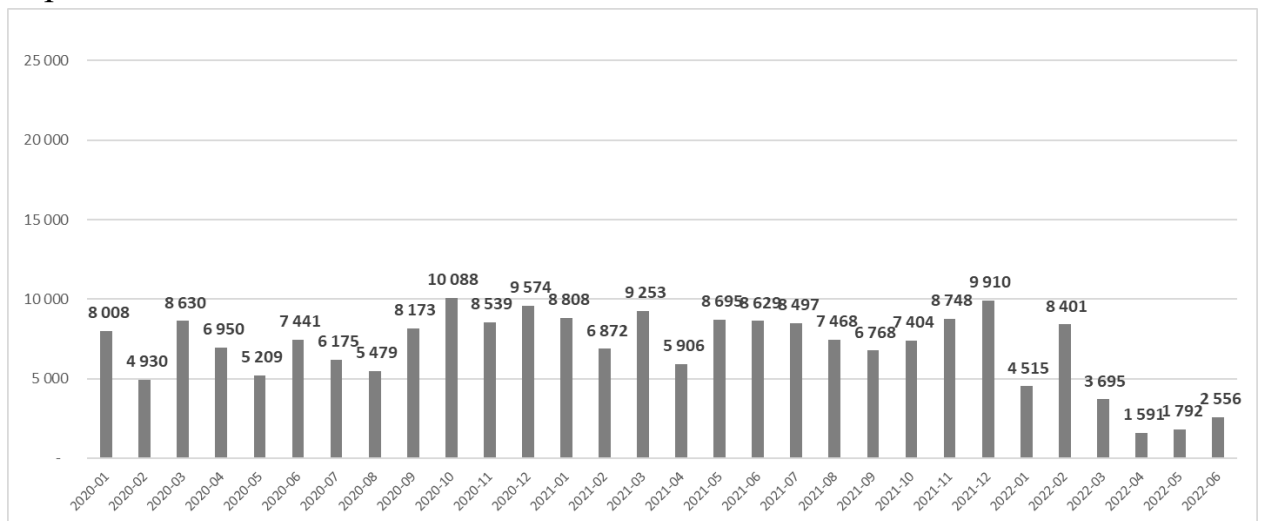
Таблиця 3.1 Швидкість врегулювання

ПЕРІОД ВРЕГУЛЮВАННЯ, днів	N	%	cumulative	Amount paid	%	cumulative
0-30	32 312	11,83%	11,83%	27 301 151	9,96%	9,96%
31-40	61 079	22,37%	34,20%	59 462 959	21,69%	31,65%
41-50	62 900	23,03%	57,23%	66 559 133	24,28%	55,92%
51-60	48 646	17,81%	75,04%	53 960 982	19,68%	75,61%
61-70	25 396	9,30%	84,34%	25 576 307	9,33%	84,94%
71-80	14 478	5,30%	89,64%	15 154 655	5,53%	90,46%
81-90	11 224	4,11%	93,75%	11 404 840	4,16%	94,62%
91+	17 062	6,25%	100,00%	14 740 957	5,38%	100,00%
total	273 097	100,00%		274 160 985	100,00%	

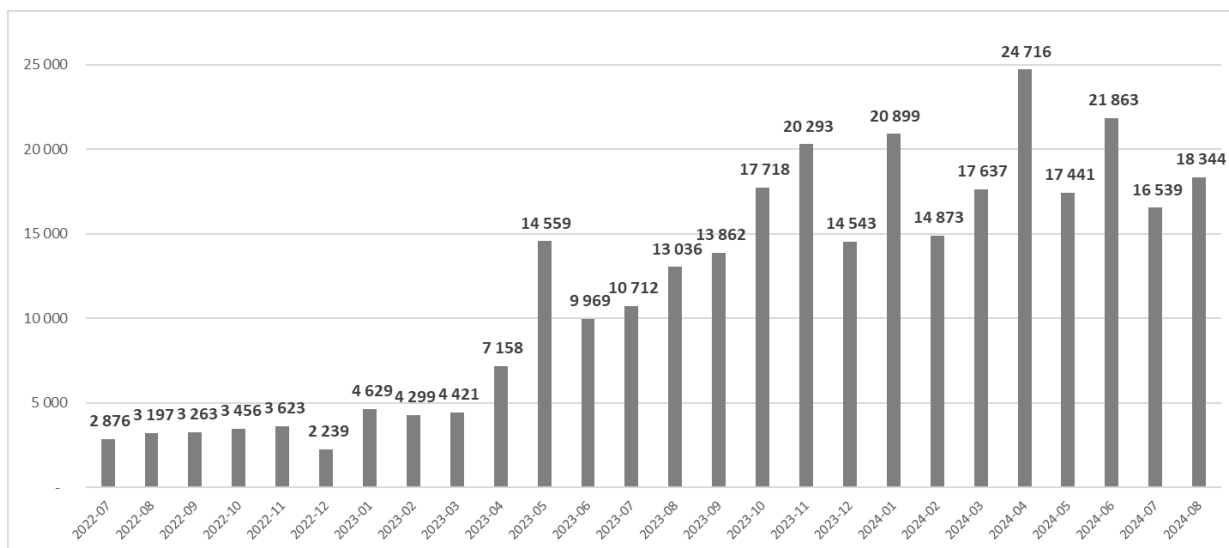
З наведених даних видно, що 75% страхових випадків врегулюються протягом двох місяців, а за квартал врегулюються більше 90% заявлених збитків. Тому подальші розрахунки різних методів проводились як для квартальних, так і для місячних періодів, щоб визначити які методи на яких періодах дають найкращу оцінку.

Оскільки дані про збитки отримуються від асистуючої компанії, то можливі затримки в наданні інформації. Також через затримки в отриманні інформації дані можуть мати нестабільний характер, що зі свого боку може негативно вплинути на результати розрахунку IBNR.

На діаграмах 3.1-3.2 показано суми виплат з розбивкою на місяці за період з 01.2020 по 08.2024.



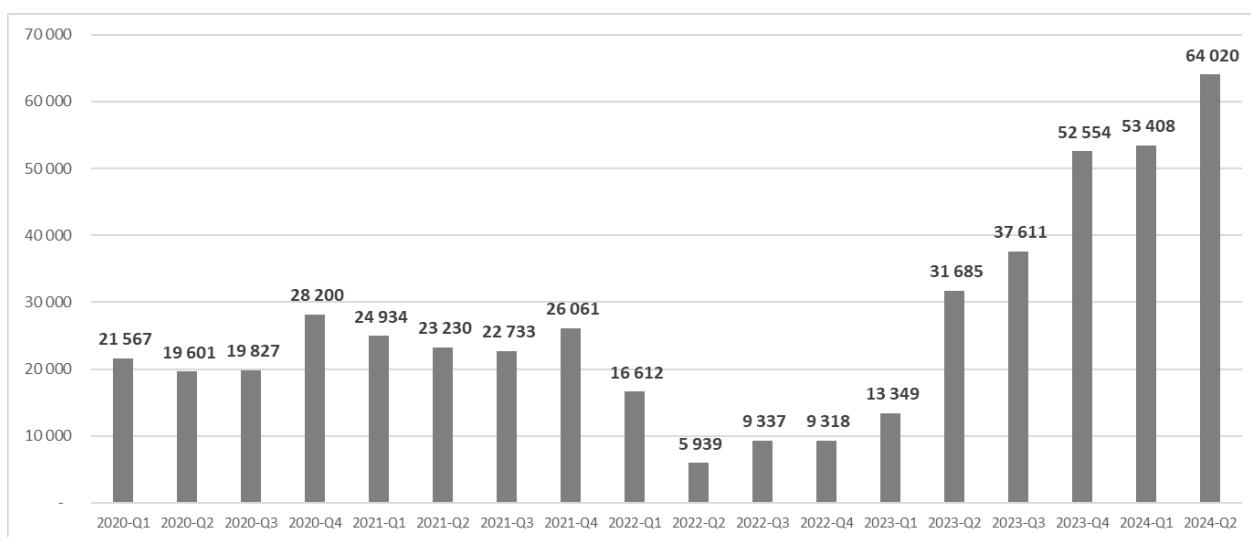
Діаграма 3.1 Місячні виплати у тис.грн за період 01.2020-06.2022



Діаграма 3.2 Місячні виплати у тис.грн за період 07.2022-08.2024

На діаграмі чітко видно, що суми демонструють значну варіативність, відображаючи вплив різних факторів, проте загальний тренд свідчить про поступове зростання.

В той же час, якщо ті самі дані розглянути на кварталних групуваннях, то діаграма виглядає наступним чином (Діаграма 3.3).



Діаграма 3.3 Квартальні виплати у тис.грн за період 2020 Q1-2024 Q2

Бачимо той же тренд до зростання, але при цьому вже відсутня варіативність. Тому не можна однозначно сказати, що помісячна розбивка «краща» або «гірша» - необхідно дивитись, в яких розрахункових моделях яку грануляцію та на яких періодах слід застосовувати.

Також розглядаючи коефіцієнти розвитку (рис.3.4), зроблені на місячній розбивці, стало явно видно, що змінився характер врегулювання. При цьому

важливим є не те, що збільшився період врегулювання, а те, що коефіцієнти розвитку першого періоду мають більші відхилення від середнього.

	"i"	Age-to-Age Factors			"i"	Age-to-Age Factors	
		1	2			1	2
31.01.2020	1	3,13410	1,50558	31.01.2022	25	62,99005	1,10346
29.02.2020	2	9,29120	1,52776	28.02.2022	26	4,76046	1,16388
31.03.2020	3	3,66847	1,50171	31.03.2022	27	3,73936	1,23847
30.04.2020	4	3,03714	1,52982	30.04.2022	28	3,26957	1,13771
31.05.2020	5	11,57805	1,11550	31.05.2022	29	3,32442	1,19776
30.06.2020	6	3,73128	1,13271	30.06.2022	30	3,42926	1,11677
31.07.2020	7	3,48155	1,41529	31.07.2022	31	4,53231	1,14752
31.08.2020	8	5,64355	1,25656	31.08.2022	32	3,25191	1,14658
30.09.2020	9	5,22331	1,08804	30.09.2022	33	4,98087	1,14417
31.10.2020	10	3,58624	1,20012	31.10.2022	34	5,33300	1,10503
30.11.2020	11	3,91095	1,12769	30.11.2022	35	3,02803	1,46979
31.12.2020	12	4,42084	1,08441	31.12.2022	36	12,25758	1,16222
31.01.2021	13	4,38843	1,20550	31.01.2023	37	7,33007	1,24199
28.02.2021	14	4,79398	1,07597	28.02.2023	38	8,04959	1,24617
31.03.2021	15	2,57317	1,43991	31.03.2023	39	10,00311	1,75700
30.04.2021	16	4,19213	1,39192	30.04.2023	40	12,34542	1,16725
31.05.2021	17	5,68709	1,38367	31.05.2023	41	4,75618	1,21255
30.06.2021	18	3,71465	1,13766	30.06.2023	42	6,53132	1,31211
31.07.2021	19	3,88288	1,11999	31.07.2023	43	11,74010	1,29925
31.08.2021	20	3,89346	1,13327	31.08.2023	44	9,57851	1,39254
30.09.2021	21	5,14084	1,26500	30.09.2023	45	10,67756	1,25646
31.10.2021	22	5,20187	1,36675	31.10.2023	46	7,79191	1,14907
30.11.2021	23	5,49176	1,21490	30.11.2023	47	4,87587	
31.12.2021	24	4,97803	1,53829	31.12.2023	48		

Рис.3.4. Фактори розвитку

Такі відхилення мають великий вплив на якість оцінки збитків, що сталися, в результаті чого збитки виходять недо- чи переоцінені.

#### **4. ОЦІНЮВАННЯ РЕЗЕРВУ ЗБИТКІВ, ЯКІ ВИНИКЛИ, АЛЕ НЕ ЗАЯВЛЕНІ, У МЕДИЧНОМУ СТРАХУВАННІ**

Для аналізу методів, які показують найкращу оцінку IBNR на аналізованих даних Компанії А для медичного страхування, було обрано наступні методи:

- Ланцюговий метод (CL) - кварталні, місячні на виплатних та виплатно-резервних трикутниках;
- Метод Борнхюттера – Фергюсона (BF) - кварталні, місячні на виплатних та виплатно-резервних трикутниках;
- Мюнхенський ланцюговий метод (MCL) - кварталні, місячні на виплатних та виплатно-резервних трикутниках;
- Метод Кейп-Код (CC) - кварталні, місячні на виплатних та виплатно-резервних трикутниках.

Дані методи було обрано з урахуванням їх простоти та можливості частого перерахунку без використання спеціалізованого програмного забезпечення.

Для всіх розрахункових методів початок є однаковим – необхідно зібрати дані по збиткам в так звані трикутники по даті настання збитку та даті врегулювання збитку. Оскільки для аналітики даних було обрано місячну та кварталну розбивку на періоди.

Наведемо опис даних, на яких були побудовані наші розрахунки:

- Для розрахунку було взято дані за 24 місяці та 8 кварталів для побудови розрахунків на місячних та кварталних періодах відповідно (Відповідно до постанови НБУ 203 8 кварталів є мінімально необхідним періодом для побудови розрахунків). Оскільки медичне страхування є видом з «швидким» врегулюванням, то ми не потребуємо даних за довші періоди.

- Окрім виплачених претензій, ми будуємо розрахунки також по заявленим претензіям.

Наш набір даних складається з претензій на медичне покриття за період з січня 2020 року по грудень 2021 року. Такий період був обраний, оскільки після лютого 2022 року статистичні дані сильно змінились, що має суттєвий вплив на розрахунки і потребує управлінських рішень по зміні процесів врегулювання.

Як згадувалось в розділі 2, багато факторів мають значний вплив на медичне страхування, в т.ч. процес оцінки IBNR. Планування будь-чого у такий мінливий час з активними бойовими діями воєнного періоду варто розглядати як окремі дослідження. На початку повномасштабної війни

більшість організацій, що раніше стабільно публікували прогнози макропоказників, припинили їх публікацію, навіть пізніше, після стабілізації ситуації, могли зменшувати прогнозний період та додавали примітки щодо невпевненості в прогнозних даних через значні ризики. Щодо впливу мінливості поточної ситуації, також можна зазначити те, що під час аудиту фінансової звітності аудиторі мають підтвердити безперервність роботи компанії, проте наразі аудиторі так званої «великої четвірки» у своїх висновках зазначають, що цьому пункту наразі компанії не можуть повністю відповідати через воєнні дії в Україні.

#### 4.1. Ланцюговий метод

Спостереження у кожній комірці сітки виплат за періодом виникнення витрат є сумою багатьох індивідуальних транзакцій.

Лаг часу для виплати початкових претензій залежить від:

- як швидко постачальники (наприклад, лікарні, лікарі) або заявники подають претензії після виникнення;
- швидкості, з якою страховик чи асистуюча компанія обробляє і виплачує претензії.

Аномальне значення (викид, outlier) - це сума претензії, яка виходить за межі нормального або очікуваного діапазону значень. Визначення аномального значення залежить від моделі або методу, який використовується для оцінки IBNR. У цьому відношенні аномальне значення щодо однієї моделі може не обов'язково бути аномальним відносно іншої моделі. Загальна двоетапна процедура для визначення та обробки аномальних значень є наступною:

по-перше, необхідно побудувати графік даних для візуального огляду, які точки можуть вважатися кандидатами на аномальні значення. У багатьох випадках візуальний огляд буде достатнім для визначення будь-яких претензій, які є явними аномальними значеннями. Якщо візуальний огляд не виявляє аномальних значень, іншим методом є застосування статистичного тесту, такого як правило шести сигм. Це правило стверджує, що якщо точка знаходиться в межах трьох стандартних відхилень від середнього значення, вона не вважається аномальною. Проте дане правило не буде релевантним для даного дослідження, оскільки наш розподіл даних не є нормальним (тому що перші виплати в перші місяці є суттєво великими та становлять більше 75%).

По-друге, необхідно або повністю видалити аномальне значення з даних, або скоригувати його до значення, яке більше відповідає очікуваному діапазону значень претензій. Також корисно обчислити IBNR з і без



аномального значення, щоб визначити його остаточний вплив на розрахунок і наскільки він значний. Наприклад, ми можемо вирішити для цілей розрахунку, що аномальне значення, яке впливає на розрахунок на 5 відсотків або більше, є значущим і вимагає дій, але менше цього не вимагає коригування. Якщо аномальне значення повністю видаляється, для більшості цілей рекомендується зробити остаточне коригування розрахованого IBNR, щоб врахувати вилучену суму претензії.

Аналізуючи наші дані на предмет потенційних аномальних значень, ми будуємо графік даних Рис 4.1. На цьому графіку  $t$  - це період розвитку, а  $i$  - місяць виникнення витрат. "Оригінальні  $Y$ " - це сума претензій, що виникла у місяці  $i$ ,  $1 \leq i \leq 24$ , і виплачена при лагу  $t$ ,  $1 \leq t \leq 23$ . Цей графік показує, що в нашому наборі даних немає аномальних значень.

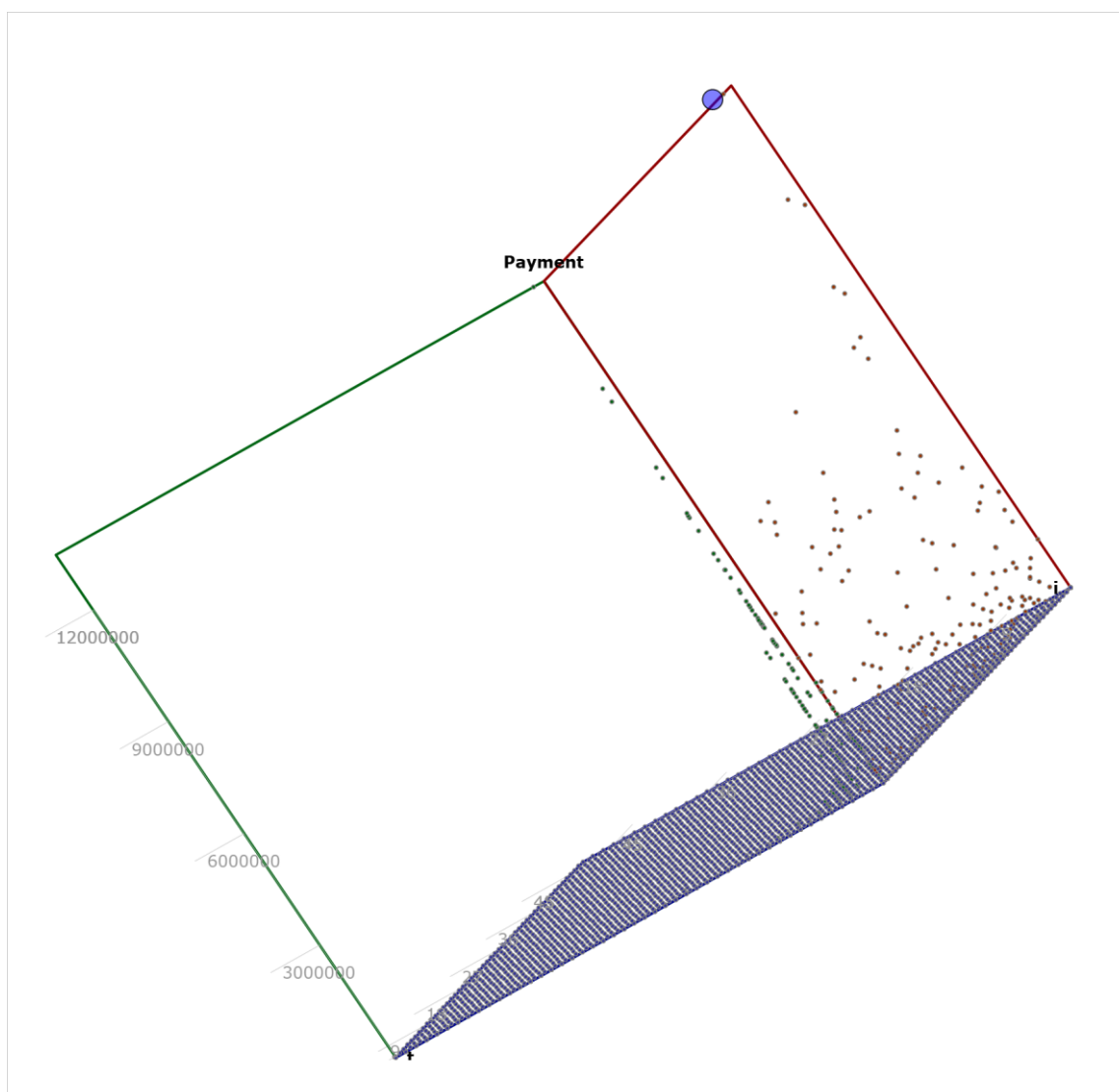


Рис. 4.1 Тривимірний графік розсіяння виплат за 2020-2023 рік по місяцю настання страхового випадку ( $i$ ) та місяця виплати ( $t$ )

У Таблиці 4.2 ми розраховуємо коефіцієнти розвитку. Розрахунок здійснюється наступним чином:

Таблиця 4.2 Розрахунок коефіцієнту розвитку.

Коефіцієнт розвитку - 13 період	1,00004	(1)
Сума виплат 13 періоду розвитку (збитки з січня 2020 по грудень 2020), 12 місяців	90 456 534,72	(2)
Сума виплат 12 періоду розвитку (збитки з січня 2020 по грудень 2020), 12 місяців	90 398 315,65	(3)
Коефіцієнт розвитку - 12 період	1,00064	(4)=(2)/(3)
Сума виплат 12 періоду розвитку (збитки з січня 2020 по січень 2021), 13 місяців	97 828 628,96	(5)
Сума виплат 11 періоду розвитку (збитки з січня 2020 по січень 2021), 13 місяців	97 796 579,03	(6)
Коефіцієнт розвитку - 11 період	1,00033	(7)=(5)/(6)
Накопичувальний коефіцієнт розвитку - 11 період	1,00102	(8)=(7)*(4)*(1)*.....

Аналогічним методом розраховуємо всі коефіцієнти розвитку, а далі й IBNR. Результати наведені в Таблиці 4.3:

Таблиця 4.3 Розрахунок оцінок збитків та IBNR на базі виплачених збитків.

Місяць збитку	Період розвитку	(1) Виплати на грудень 2021	(2) RBNS	(3)=(2)+(1) Заявлені збитки на грудень 2021	(4) Фактор розвитку	(5)=(1)*(4) Оцінка збитків що виникли	(6)=(5)-(3) IBNR
31.01.2020	1	8 244 487	0,00	8 244 487,05	1,00	8 244 487,05	0,00
29.02.2020	2	8 779 341	0,00	8 779 341,26	1,00	8 779 341,26	0,00
31.03.2020	3	7 451 950	0,00	7 451 950,22	1,00	7 451 950,22	0,00
30.04.2020	4	3 194 209	0,00	3 194 208,61	1,00	3 194 208,61	0,00
31.05.2020	5	4 912 578	0,00	4 912 578,01	1,00	4 912 578,01	0,00
30.06.2020	6	6 571 662	0,00	6 571 661,86	1,00	6 571 661,86	0,00
31.07.2020	7	7 646 873	0,00	7 646 872,52	1,00	7 646 872,52	0,00
31.08.2020	8	6 993 028	5 765,86	6 998 793,92	1,00	6 993 311,97	0,00
30.09.2020	9	8 645 617	5 972,00	8 651 588,84	1,00	8 649 507,41	0,00
31.10.2020	10	9 685 809	2 638,98	9 688 448,13	1,00	9 690 167,81	1 719,68
30.11.2020	11	9 168 318	1 840,05	9 170 158,05	1,00	9 172 666,42	2 508,37
31.12.2020	12	9 204 358	1 235,73	9 205 593,82	1,00	9 210 540,59	4 946,77
31.01.2021	13	7 430 313	16 292,82	7 446 606,13	1,00	7 440 092,74	0,00
28.02.2021	14	7 128 205	19 573,67	7 147 778,63	1,00	7 139 925,91	0,00
31.03.2021	15	9 711 391	24 775,17	9 736 166,57	1,00	9 731 108,92	0,00
30.04.2021	16	8 544 120	47 009,63	8 591 130,00	1,00	8 572 179,82	0,00
31.05.2021	17	6 753 827	218 001,14	6 971 827,84	1,01	6 788 728,70	0,00
30.06.2021	18	7 083 360	1 208 326,90	8 291 686,43	1,01	7 133 438,62	0,00
31.07.2021	19	7 479 739	1 320 182,33	8 799 921,35	1,01	7 555 969,77	0,00
31.08.2021	20	7 539 254	1 276 179,94	8 815 433,46	1,01	7 651 867,54	0,00
30.09.2021	21	8 281 618	1 778 499,95	10 060 118,03	1,03	8 508 626,16	0,00
31.10.2021	22	8 901 723	2 092 614,36	10 994 337,09	1,07	9 491 231,34	0,00
30.11.2021	23	7 164 458	3 537 134,18	10 701 592,20	1,33	9 546 611,76	0,00
31.12.2021	24	1 147 805	6 042 680,20	7 190 485,54	5,70	6 541 200,04	0,00

З отриманих даних видно, що оцінка для 24 періоду виглядає нижчою за оцінки більш ранніх періодів.

Також можна побачити, що заявлені збитки останніх періодів перевищують значення оцінки, що дає нам привід сумніватися в достатності нашої оцінки.

Аналогічним способом розрахуємо фактори розвитку на базі заявлених збитків та по ним порахуємо оцінку збитків, що виникли. В Таблиці 4.4 отримані результати:

Таблиця 4.4 Розрахунок оцінок збитків та IBNR на базі заявлених збитків.

		(1)	(4)	(5)=(1)*(4)	(6)=(5)-(3)
Місяць збитку	Період розвитку	Заявлені збитки на 2021	Фактор розвитку	Оцінка збитків що виникли	IBNR
31.01.2020	1	8 244 487	1,00	8 244 487,05	0,00
29.02.2020	2	8 779 341	1,00	8 779 341,26	0,00
31.03.2020	3	7 451 950	1,00	7 451 950,22	0,00
30.04.2020	4	3 194 209	1,00	3 194 208,61	0,00
31.05.2020	5	4 912 578	1,00	4 912 578,01	0,00
30.06.2020	6	6 571 662	1,00	6 571 661,86	0,00
31.07.2020	7	7 646 873	1,00	7 646 872,52	0,00
31.08.2020	8	6 998 794	1,00	6 999 078,06	284,14
30.09.2020	9	8 651 589	1,00	8 652 715,47	1 126,63
31.10.2020	10	9 688 448	1,00	9 693 321,35	4 873,22
30.11.2020	11	9 170 158	1,00	9 175 310,90	5 152,85
31.12.2020	12	9 205 594	1,00	9 209 454,74	3 860,92
31.01.2021	13	7 446 606	1,00	7 449 778,74	3 172,61
28.02.2021	14	7 147 779	1,00	7 150 452,47	2 673,84
31.03.2021	15	9 736 167	1,00	9 741 869,11	5 702,54
30.04.2021	16	8 591 130	1,00	8 607 403,36	16 273,36
31.05.2021	17	6 971 828	1,00	6 994 948,26	23 120,42
30.06.2021	18	8 291 686	1,01	8 333 462,92	41 776,49
31.07.2021	19	8 799 921	1,01	8 864 708,12	64 786,77
31.08.2021	20	8 815 433	1,02	8 979 497,24	164 063,78
30.09.2021	21	10 060 118	1,03	10 393 559,26	333 441,23
31.10.2021	22	10 994 337	1,04	11 403 401,60	409 064,51
30.11.2021	23	10 701 592	0,95	10 199 553,58	0,00
31.12.2021	24	7 190 486	1,31	9 413 872,05	2 223 386,51

З отриманих результатів можна побачити, що при розрахунку на базі заявлених збитків оцінка виглядає достатньою.

Зробимо аналогічні розрахунки на базі квартальних групувань. В Таблиці 4.5 виведено результати всіх чотирьох розрахунків, де результати отримані на базі місячних періодів були також згруповані в квартали для

зручності порівняння оцінок. Також, інформативно, в таблиці наведено оцінки, пораховані на 31.12.2023 та 30.09.2024.

Таблиця 4.5 Оцінки збитків для різних періодів.

Період збитку	Період розвитку	Оцінка збитків, що виникли					
		станом на 31.12.2021				на 31.12.2023	на 30.09.2024
		на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	на базі заявлених збитків, квартальні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди
2020_01	1	24 475 778,53	24 475 778,53	24 475 778,53	24 475 778,53	24 492 556,10	24 492 451,53
2020_02	2	14 678 448,48	14 678 448,48	14 678 448,48	14 678 448,48	14 685 325,71	14 685 309,02
2020_03	3	23 289 691,90	23 298 666,06	23 294 241,40	23 305 979,30	23 307 840,10	23 307 828,76
2020_04	4	28 073 374,82	28 078 087,00	28 070 645,36	28 077 843,68	28 089 517,18	28 089 503,52
2021_01	5	24 311 127,57	24 342 100,32	24 302 013,89	24 333 101,52	24 389 883,13	24 389 820,45
2021_02	6	22 494 347,14	23 935 814,54	22 474 353,54	23 912 555,62	22 485 303,62	22 484 739,10
2021_03	7	23 716 463,47	28 237 764,61	23 659 512,51	28 164 064,66	23 577 527,22	23 576 577,69
2021_04	8	25 579 043,13	31 016 827,23	27 729 549,04	30 654 121,72	27 784 110,73	27 781 694,88

Як можна побачити з Таблиці 4.5, оцінки в розвинутих періодах вже не змінюються.

Для зручності порівняння в Таблиці 4.6 наведені проценти відхилення оцінки зробленої на 31.12.2021 та на 30.09.2024.

Таблиця 4.6 Відхилення оцінок збитків, що виникли станом на 31.12.2021.

Період збитку	Період розвитку	Відхилення оцінок збитків, що виникли			
		станом на 31.12.2021			
		на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	на базі заявлених збитків, квартальні періоди
2020_01	1	-0,07%	-0,07%	-0,07%	-0,07%
2020_02	2	0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,05%
2020_03	3	0,08%	-0,04%	-0,06%	-0,01%
2020_04	4	0,06%	-0,04%	-0,07%	-0,04%
2021_01	5	0,32%	-0,20%	-0,36%	-0,23%
2021_02	6	-0,04%	6,45%	-0,05%	6,35%
2021_03	7	-0,59%	19,77%	0,35%	19,46%
2021_04	8	7,93%	11,64%	-0,19%	10,34%

Найкращу оцінку дав метод застосований на базі виплачених збитків з квартальними періодами. Також можна бачити, що розрахунки, зроблені на базі заявлених збитків, дають сильну переоцінку для останніх 3 кварталів, хоча коефіцієнти розвитку є малими для цих періодів. Це пов'язано з тим, що частина заявлених збитків списується, так як клієнт відмовляється від

них (наприклад не приходять на підтверджений прийом у лікаря, або не забирає ліки).

Також перевіримо, який результат дали аналогічні розрахунки для періоду 2022-2023, де база розрахунків була не такою стабільною (Таблиця 4.7):

Таблиця 4.7 Оцінка збитків, що виникли станом на 31.12.2023.

		Оцінка збитків, що виникли						
		станом на 31.12.2023				на 31.12.2023	на 30.09.2024	
Період збитку	Період розвитку	на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	на базі заявлених збитків, квартальні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	
2022_01	1	18 267 888,86	18 267 888,86	18 267 613,68	18 267 613,68	18 271 280,44	18 268 546,75	
2022_02	2	10 218 750,16	10 218 400,72	10 219 247,76	10 219 247,76	10 221 751,18	10 219 013,90	
2022_03	3	17 512 504,05	17 506 929,84	17 511 196,07	17 505 255,47	17 519 747,08	17 514 764,39	
2022_04	4	18 719 818,06	18 656 209,00	18 705 338,00	18 682 531,43	18 706 621,65	18 690 816,63	
2023_01	5	25 096 345,44	25 635 688,79	25 077 268,03	25 606 095,95	25 008 164,25	24 999 169,72	
2023_02	6	35 356 656,93	33 350 069,79	35 342 181,51	32 921 495,04	35 086 574,30	35 126 839,00	
2023_03	7	43 792 219,40	39 946 711,38	43 744 957,11	39 920 308,05	42 960 353,62	42 639 871,61	
2023_04	8	49 281 990,76	52 321 932,21	57 535 085,86	52 461 251,21	52 815 396,19	52 809 838,10	

Та відхилення у відсотках:

Таблиця 4.8 Відхилення оцінок збитків, що виникли станом на 31.12.2023.

		Відхилення оцінок збитків, що виникли			
		станом на 31.12.2023			
Період збитку	Період розвитку	на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	на базі заявлених збитків, квартальні періоди
2022_01	1	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%
2022_02	2	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%
2022_03	3	-0,01%	-0,04%	-0,02%	-0,05%
2022_04	4	0,16%	-0,19%	0,08%	-0,04%
2023_01	5	0,39%	2,55%	0,31%	2,43%
2023_02	6	0,65%	-5,06%	0,61%	-6,28%
2023_03	7	2,70%	-6,32%	2,59%	-6,38%
2023_04	8	-6,68%	-0,92%	8,95%	-0,66%

Як бачимо, в даному випадку для останнього періоду краще спрацювали розрахунки на базі заявлених збитків. При цьому для 7 та 6 періодів бачимо суттєву недооцінку.

В Таблиці 4.9 розглянемо фактори розвитку для різних баз розрахунку:

Таблиця 4.9 кумулятивні фактори розвитку.

Період розвитку	Кумулятивні фактори розвитку на 31.12.2023					
	на базі виплачених збитків			на базі заявлених збитків		
	Місячні періоди	Двомісячні періоди	Квартальні періоди	Місячні періоди	Двомісячні періоди	Квартальні періоди
8	1,01	1,00	1,00	0,87	1,00	1,00
7	1,02	1,00	1,00	0,86	0,99	1,00
6	1,02	1,01	1,00	0,86	0,95	1,00
5	1,03	1,01	1,00	0,87	0,91	1,00
4	1,05	1,02	1,01	0,86	0,87	0,92
3	1,11	1,03	1,01	0,86	0,86	0,86
2	1,38	1,08	1,04	0,90	0,80	0,86
1	8,95	2,49	1,79	1,35	0,86	1,01

Найбільшу вагу мають фактори для останнього періоду, тому при оцінці збитків, що виникли, великий вплив має сума збитків для останнього періоду. Саме тому настільки важливим є налагоджений процес передачі даних по збиткам, що виникли, при якому затримки носять сталий характер.

Робимо висновок, що метод ланцюгових сходів не дає постійно надійних оцінок для найближчих періодів розвитку на основі нашого тесту прийнятної варіабельності.

Для тестування кумулятивних коефіцієнтів розвитку ми аналізуємо незважені місячні коефіцієнти розвитку, отримані для кожного з завершених періодів, з січня 2020 року по грудень 2021 року.

Порівнюючи наші кумулятивні коефіцієнти розвитку із середнім значенням незважених коефіцієнтів розвитку, в Таблиці 4.10 ми отримуємо наступне порівняння:

Таблиця 4.10 Порівняння коефіцієнтів розвитку

Період розвитку	31.12.2023				31.12.2021			
	на базі виплачених збитків, кварталні періоди		на базі заявлених збитків, кварталні періоди		на базі виплачених збитків, кварталні періоди		на базі заявлених збитків, кварталні періоди	
	Фактор розвитку (кумулятивний)	Фактор розвитку (середній)	Фактор розвитку (кумулятивний)	Фактор розвитку (середній)	Фактор розвитку (кумулятивний)	Фактор розвитку (середній)	Фактор розвитку (кумулятивний)	Фактор розвитку (середній)
8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
4	1,01	1,01	0,92	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00
3	1,01	1,01	0,86	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,04	1,03	0,86	1,00	1,02	1,01	1,01	1,02
1	1,79	1,72	1,01	1,17	1,59	1,60	1,02	1,04

Оскільки значення для кожного періоду розвитку у Таблиці 4.10 є відносно близькими, ми дійшли висновку, що можемо використовувати дані коефіцієнтів окремих періодів для отримання додаткової інформації про кумулятивні коефіцієнти розвитку, отримані за допомогою зважених середніх.

Зазначимо, що це може не завжди бути так, що незважені коефіцієнти розвитку надають корисні спостереження про зважені середні (кумулятивні) коефіцієнти розвитку. Наприклад, якщо значення у стовпцях у Таблиці 4.10 мають великі відмінності або показують непередбачувані шаблони, то подальший аналіз може не мати сенсу. Для цього підходу актуарна оцінка відіграватиме роль у кінцевій цінності інформації.

Аналізуючи незважені коефіцієнти розвитку, хорошою мірою їх стабільності є стандартне відхилення незважених коефіцієнтів розвитку, поділене на їх середнє значення для кожного періоду розвитку. Це співвідношення аналогічне до статистичної міри, відомої як коефіцієнт варіації.

Використовуючи дані коефіцієнтів розвитку, ми отримуємо результати, наведені у Таблиці 4.11.

Таблиця 4.11 Розрахунок коефіцієнта варіації

Період розвитку	31.12.2023				31.12.2021			
	на базі виплачених збитків, квартальні періоди				на базі виплачених збитків, квартальні періоди			
	Фактор розвитку (кумулятивний)	Фактор розвитку (середній)	Стандартне відхилення	Коефіцієнт варіації	Фактор розвитку (кумулятивний)	Фактор розвитку (середній)	Стандартне відхилення	Коефіцієнт варіації
8	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
7	1,0001	1,0001	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
6	1,0001	1,0000	0,0000	0,0000	1,0002	1,0000	0,0001	0,0001
5	1,0010	1,0008	0,0006	0,0006	1,0003	1,0004	0,0006	0,0006
4	1,0057	1,0054	0,0061	0,0060	1,0019	1,0009	0,0843	0,0843
3	1,0136	1,0097	0,0095	0,0094	1,0046	1,0034	0,0699	0,0697
2	1,0375	1,0252	0,0154	0,0150	1,0165	1,0113	0,0062	0,0061
1	1,7925	1,7197	0,2380	0,1384	1,5904	1,5997	0,0645	0,0403

Визначимо коефіцієнт розвитку з прийнятною варіацією як коефіцієнт зі значенням варіації менше 0.1. Це визначення базується на нашій цілі забезпечити стабільність оцінки коефіцієнта розвитку. Залежно від мети аналізу може бути використаний інший поріг для коефіцієнта варіації. Таблиця 4.11 вказує, що на основі нашого визначення ланцюговий метод дає оцінки з непринятною варіацією для першого періоду розвитку на 31.12.2023, в той же час для 31.12.2021 коефіцієнт варіації показує, що оцінка є прийнятною.

## 4.2. Метод Борнхюттера – Фергюсона

Для методу Борнхюттера-Фергюсона на першому етапі ми використовуємо кумулятивні коефіцієнти розвитку та оцінку збитків, представлені в розділі 4.1.

Далі на базі оцінки збитків що виникли (стовпчик 5 Таблиці 4.12) та заробленої премії (стовпчик 4 Таблиці 4.12) розраховуємо загальний коефіцієнт збитковості як (стовпчик 6 Таблиці 4.12):

$$l = \frac{LU}{\Pi},$$

де  $LU$  – загальна величина збитків за періоди, за які розглядаються дані про збитки, яка визначається за такою формулою:

$$LU = \sum_{a=1}^N LU_a,$$

де  $LU_a$  – загальна величина збитків для кожного періоду настання збитків.

Тепер для нерозвинутих періодів побудуємо оцінку, застосувавши цей коефіцієнт збитковості до заробленої премії кожного такого періоду (стовпчик 7 таблиці 4.12).

Застосуємо наступне перетворення для коефіцієнтів розвитку

$$Z_a = 1 - 1/f_a,$$

Тоді формула розрахунку IBNR виглядає наступним чином:

$$IBNR_a^{BF} = \Pi_a \cdot l \cdot Z_{N-a+1} - RBNS_a,$$

Застосувавши такий перетворенний коефіцієнт розвитку до оцінки збитків, що сталися, ми отримуємо оцінку збитків, що не були оплачені (стовпчик 8 таблиці 4.12)

І тепер розраховуємо фінальну оцінку збитків, що сталися в кожному періоді, як суму оплачених збитків з оцінкою збитків, що ще не були оплачені.

Таблиця 4.12 Розрахунок оцінок збитків, що виникли

	(1)	(2)=1-1/(1)	(3)	(4)	(5)=(3)*(1)	(6)=Σ(5)/Σ(4)	(7)=(6)*(4)	(8)=(7)*(2)	(9)=(8)*(3)	(10)	(11)=[(9)-(10)]/(10)
					на 31.12.2021					на 30.09.2024	
Період розвитку	Фактор розвитку (кумулятивний)	1-1/f	Виплачені збитки	Зароблена премія	Оцінка збитків, що сталися	Загальний коефіцієнт збитковості	Оцінка збитків, що сталися	Оцінка збитків, що не були виплачені	Остаточна оцінка збитків	Оцінка на базі виплачених збитків	Відхилення
8	1,000	0,00%	24 475 778,53	49 417 732,88	24 475 778,53	54%	24 475 778,53	0,00	24 475 778,53	24 492 451,53	-0,07%
7	1,000	0,00%	14 678 448,48	42 253 239,14	14 678 448,48		14 678 448,48	0,00	14 678 448,48	14 685 309,02	-0,05%
6	1,000	0,00%	23 294 172,42	30 177 555,82	23 294 241,40		23 294 241,40	68,98	23 294 241,40	23 307 828,76	-0,06%
5	1,000	0,04%	28 058 485,24	54 657 208,30	28 070 645,36		28 070 645,36	12 160,12	28 070 645,36	28 089 503,52	-0,07%
4	1,001	0,13%	24 269 909,67	45 001 771,12	24 302 013,89		24 180 958,70	31 944,30	24 301 853,97	24 389 820,45	-0,36%
3	1,004	0,41%	22 381 306,60	42 631 311,41	22 474 353,54		22 907 231,32	94 839,12	22 476 145,72	22 484 739,10	-0,04%
2	1,015	1,52%	23 300 610,62	43 338 074,22	23 659 512,51		23 286 998,64	353 251,06	23 653 861,68	23 576 577,69	0,33%
1	1,611	37,92%	17 213 986,09	43 672 898,59	27 729 549,04		23 466 910,99	8 899 090,98	26 113 077,07	27 781 694,88	-6,01%

Аналогічним способом зробимо розрахунки на базі заявлених збитків та для місячних періодів розвитку. Розглянемо отримані результати в Таблиці 4.13:



Таблиця 4.13 Результати остаточних оцінок збитків, що виникли

31.12.2021	Остаточна оцінка збитків				на 30.09.2024
Період розвитку	на базі виплачених, кварталні періоди	на базі заявлених, кварталні періоди	на базі виплачених, місячні періоди	на базі заявлених, місячні періоди	на базі виплачених збитків, кварталні періоди
8	24 475 778,53	24 475 778,53	24 475 778,53	24 475 778,53	24 492 451,53
7	14 678 448,48	14 678 448,48	14 678 448,48	14 678 448,48	14 685 309,02
6	23 294 241,40	23 305 956,62	23 286 238,12	23 297 646,81	23 307 828,76
5	28 070 645,36	28 077 971,34	28 075 965,89	28 080 935,31	28 089 503,52
4	24 301 853,97	24 332 996,82	24 316 379,29	24 343 544,83	24 389 820,45
3	22 476 145,72	23 918 686,30	22 515 905,47	23 943 632,10	22 484 739,10
2	23 653 861,68	28 141 830,52	23 747 875,71	28 176 223,06	23 576 577,69
1	26 113 077,07	30 448 598,37	27 547 749,87	31 386 182,86	27 781 694,88

Та подивимось на відхилення від оцінок зроблених у розвинутих періодах.

Таблиця 4.14 Відхилення остаточних оцінок збитків, що виникли

31.12.2021	Відхилення			
Період розвитку	на базі виплачених, кварталні періоди	на базі заявлених, кварталні періоди	на базі виплачених, місячні періоди	на базі заявлених, місячні періоди
8	-0,07%	-0,07%	-0,07%	-0,07%
7	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,05%
6	-0,06%	-0,01%	-0,09%	-0,04%
5	-0,07%	-0,04%	-0,05%	-0,03%
4	-0,36%	-0,23%	-0,30%	-0,19%
3	-0,04%	6,38%	0,14%	6,49%
2	0,33%	19,36%	0,73%	19,51%
1	-6,01%	9,60%	-0,84%	12,97%

Як можна бачити, для методу ВФ на періоді з стабільними коефіцієнтами розвитку найкраща оцінка вийшла для розрахунку на базі виплачених збитків для місячних періодів. Наведемо результати аналогічних розрахунків на 31.12.2023 в Таблицях 4.15-4.16.

Таблиця 4.15 Результати остаточних оцінок збитків, що виникли

31.12.2023	Остаточна оцінка збитків				на 30.09.2024
Період розвитку	на базі виплачених, кварталні періоди	на базі заявлених, кварталні періоди	на базі виплачених, місячні періоди	на базі заявлених, місячні періоди	на базі виплачених збитків, кварталні періоди
8	18 267 613,68	18 267 613,68	18 268 289,28	18 268 289,28	18 268 546,75
7	10 219 247,76	10 219 514,10	10 218 986,35	10 219 056,91	10 219 013,90
6	17 511 196,07	17 509 370,40	17 512 374,07	17 509 370,40	17 514 764,39
5	18 708 584,27	18 685 775,71	18 725 395,50	18 685 909,26	18 690 816,63
4	25 083 784,87	27 766 603,89	25 105 545,79	27 766 603,89	24 999 169,72
3	35 307 732,07	38 232 469,29	35 325 209,16	38 232 469,29	35 126 839,00
2	43 542 016,99	46 317 146,85	43 572 338,87	46 317 146,85	42 639 871,61
1	50 229 761,25	52 284 203,48	50 367 912,05	55 612 456,30	52 809 838,10

Таблиця 4.16 Відхилення остаточних оцінок збитків, що виникли

31.12.2023	Відхилення			
Період розвитку	на базі виплачених, кварталні періоди	на базі заявлених, кварталні періоди	на базі виплачених, місячні періоди	на базі заявлених, місячні періоди
8	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	-0,02%	-0,03%	-0,01%	-0,03%
5	0,10%	-0,03%	0,19%	-0,03%
4	0,34%	11,07%	0,43%	11,07%
3	0,51%	8,84%	0,56%	8,84%
2	2,12%	8,62%	2,19%	8,62%
1	-4,89%	-1,00%	-4,62%	5,31%

Можна бачити, що відхилення оцінок є на рівні відхилень для оцінок, зроблених на 31.12.2021р. Відхилення не є найкращими, але стабільними.

### 4.3. Метод Кейп-Код

Для методу Кейп-Код на першому етапі ми використовуємо кумулятивні коефіцієнти розвитку та оцінку збитків, представлені в розділі 4.1.

Розраховується значення очікуваної збитковості ( $\rho$ ) за такою формулою:

$$\rho = \frac{\sum_{j=1}^N pC_j(N-j+1)}{\sum_{j=1}^N \Pi_j \cdot \gamma_j},$$

де  $\Pi_j$  – дохід від страхування для  $j$ -го періоду настання збитків;

$\gamma_j$  – фактор розвитку збитків, що розраховується за такою формулою:

$$\gamma_j = \begin{cases} \frac{1}{f^*(N-j+1)}, & j \geq 2 \\ 1, & j = 1 \end{cases},$$

де  $f^*(N - j + 1)$  – фактор розвитку збитків для  $(N - j + 1)$ -го періоду сплати (розвитку) збитків.

Новою концепцією методу Кейп-Код є "використана премія". Використана премія є знаменником у нашому визначенні очікуваної збитковості ( $\rho$ ). Це розподіл премії, що відповідає збиткам, що мають бути заявлені до дати оцінки. Використана премія (колонка (5) Таблиці 4.17) дорівнює заробленій премії (колонка (4) Таблиці 4.17), поділений на кумулятивний фактор розвитку претензій (колонка (1) Таблиці 4.17). У колонці (6) Таблиці 4.17 ми розраховуємо значення очікуваної збитковості, ділячи фактично заявлені претензії (колонка (3) Таблиці 4.17) на використану премію (колонка (5) Таблиці 4.17). Далі в колонці (7) Таблиці 4.17 розраховуємо оцінку збитків, що ще не були оплачені, за формулою:

$$IBNR^{CC}_a = \rho \cdot \Pi_a \cdot (1 - \gamma_a).$$

І тепер розраховуємо фінальну оцінку збитків, що сталися в кожному періоді, як суму оплачених збитків (колонка (3) Таблиці 4.17) з оцінкою збитків, що ще не були оплачені (колонка (7) Таблиці 4.17). Також наведемо фактичні величини збитків та порухуємо відхилення для наших оцінок.

Таблиця 4.17 Розрахунок оцінок збитків, що виникли на 31.12.2023.

	(1)	(2)=1-1/(1)	(3)	(4)	(5)=(4)/(1)	(6)=Σ(5)/Σ(3)	(7)=(2)*(4)*(6)	(8)=(3)+(7)	(9)	(10)=[(8)-(9)]/(9)
на 31.12.2023									на 30.09.2024	
Період розвитку	Фактор розвитку (кумулятивний)	1-1/f	Виплачені збитки	Зароблена премія	Використана премія	Загальний коефіцієнт збитковості	Оцінка збитків, що не були виплачені	Остаточна оцінка збитків	на базі виплачених збитків, квартальні періоди	Відхилення
8	1,000	0,00%	18 267 613,68	44 269 797,75	44 269 797,75	59%	0,00	18 267 613,68	18 268 546,75	-0,01%
7	1,000	0,01%	10 218 598,83	32 154 756,08	32 152 714,24		1 203,33	10 219 802,16	10 219 013,90	0,01%
6	1,000	0,01%	17 509 370,40	32 215 450,91	32 212 092,22		1 979,39	17 511 349,79	17 514 764,39	-0,02%
5	1,001	0,10%	18 685 775,71	35 655 548,20	35 618 259,16		21 975,73	18 707 751,44	18 690 816,63	0,09%
4	1,006	0,56%	24 935 663,18	42 884 864,65	42 642 704,90		142 713,17	25 078 376,35	24 999 169,72	0,32%
3	1,014	1,34%	34 868 515,69	53 577 585,96	52 859 524,14		423 178,82	35 291 694,51	35 126 839,00	0,47%
2	1,037	3,61%	42 164 729,57	62 332 745,64	60 081 059,33		1 326 997,10	43 491 726,67	42 639 871,61	2,00%
1	1,792	44,21%	32 097 843,05	67 048 611,62	37 405 276,80		17 469 848,82	49 567 691,87	52 809 838,10	-6,14%

Наведемо також приклад аналогічних розрахунків на базі даних за 2020-2021 рр.

Таблиця 4.18 Розрахунок оцінок збитків, що виникли на 31.12.2021.

на 31.12.2021									на 30.09.2024	
Період розвитку	Фактор розвитку (кумулятивний)	1-1/f	Виплачені збитки	Зароблена премія	Зароблена премія	Загальний коефіцієнт збитковості	Оцінка збитків, що не були виплачені	Остаточна оцінка збитків	Оцінка на базі виплачених збитків	Відхилення
8	1,000	0,00%	24 475 778,53	49 417 732,88	49 417 732,88	53%	0,00	24 475 778,53	24 492 451,53	-0,07%
7	1,000	0,00%	14 678 448,48	42 253 239,14	42 253 239,14		0,00	14 678 448,48	14 685 309,02	-0,05%
6	1,000	0,00%	23 294 172,42	30 177 555,82	30 177 466,45		47,59	23 294 220,01	23 307 828,76	-0,06%
5	1,000	0,04%	28 058 485,24	54 657 208,30	54 633 530,97		12 607,67	28 071 092,91	28 089 503,52	-0,07%
4	1,001	0,13%	24 269 909,67	45 001 771,12	44 942 321,44		31 655,68	24 301 565,35	24 389 820,45	-0,36%
3	1,004	0,41%	22 381 306,60	42 631 311,41	42 454 811,87		93 982,22	22 475 288,82	22 484 739,10	-0,04%
2	1,015	1,52%	23 300 610,62	43 338 074,22	42 680 659,29		350 059,36	23 650 669,98	23 576 577,69	0,31%
1	1,611	37,92%	17 213 986,09	43 672 898,59	27 111 319,69		8 818 685,71	26 032 671,80	27 781 694,88	-6,30%

#### 4.4. Мюнхенський ланцюговий метод

Як початкові дані наведено трикутники виплачених та заявлених збитків на кварталні дати 2022-2023рр, які ми представляємо у звичайний спосіб у вигляді таблиці (один рядок на період збитку, одна колонка на період розвитку).

Таблиця 4.19 Трикутники на базі оплачених та заявлених збитків.

Виплачені	T	1	2	3	4	5	6	7	8
2022_01	1	14 035 338,64	17 308 791,55	17 879 574,53	18 076 206,11	18 246 087,65	18 265 292,65	18 266 453,68	18 267 613,68
2022_02	2	5 632 301,07	9 603 935,31	9 845 059,40	10 097 783,28	10 216 889,78	10 218 598,83	10 218 598,83	
2022_03	3	10 042 457,43	16 570 627,49	17 408 534,87	17 483 257,59	17 488 974,70	17 509 370,40		
2022_04	4	9 679 809,19	18 449 232,21	18 634 826,36	18 680 785,16	18 685 775,71			
2023_01	5	12 772 611,27	24 576 634,87	24 809 402,76	24 935 663,18				
2023_02	6	19 401 070,56	34 093 729,70	34 868 515,69					
2023_03	7	22 644 878,35	42 164 729,57						
2023_04	8	32 097 843,05							

Заявлені	T	1	2	3	4	5	6	7	8
2022_01	1	20 735 054,62	22 185 806,31	22 428 456,69	22 475 621,21	18 265 409,11	18 270 565,65	18 266 453,68	18 267 613,68
2022_02	2	10 153 652,34	12 015 762,91	12 113 166,37	11 139 370,29	10 230 565,57	10 222 992,15	10 218 598,83	
2022_03	3	16 783 187,34	20 521 921,26	20 544 750,29	17 697 172,02	17 504 128,90	17 509 370,40		
2022_04	4	19 646 496,71	21 992 982,49	21 913 155,10	18 819 392,07	18 685 775,71			
2023_01	5	23 672 421,66	27 943 107,88	27 845 521,24	27 766 603,89				
2023_02	6	33 235 148,12	38 284 611,96	38 232 469,29					
2023_03	7	36 615 249,78	46 317 146,85						
2023_04	8	51 727 558,75							

Розрахуємо середні коефіцієнти розвитку та параметри  $\sigma$  оцінюються, як описано у Розділі 1.4.2, 1.4.3. Результати наведені в Таблиці 4.20:

Таблиця 4.20 Значення коефіцієнтів розвитку та  $\sigma$ .

	1→2	2→3	3→4	4→5	5→6	6→7	7→8	7→8
fP	1,728	1,024	1,008	1,005	1,001	1,000	1,000	1,000
fI	1,177	1,001	0,934	0,922	1,000	1,000	1,000	1,000
$\sigma_P$	887,043	66,193	32,608	23,282	2,045	0,163	0,081	
$\sigma_I$	327,289	28,447	335,331	384,282	2,056	0,524	0,262	

Шаблон ( $P/I$ ) і параметри  $\rho$  визначаються за допомогою оцінок з Розділу 1.4.4, 1.4.5. Розраховані результати наведені в Таблиці 4.21:

Таблиця 4.21 значення розрахункових параметрів.

	1	2	3	4	5	6	7	8
q	59,4%	86,0%	86,3%	91,2%	99,9%	100,0%	100,0%	100,0%
q-1	168,3%	116,3%	115,9%	109,7%	100,1%	100,0%	100,0%	100,0%
$\rho_P$	596,395	335,556	281,305	409,278	2,358	0,831	0,000	
$\rho_I$	265,112	263,281	223,548	350,355	2,356	0,830	0,000	

Тепер ми визначили всі значення, необхідні для розрахунку залишків, і можемо визначити чотири трикутники оцінок умовних залишків (Таблиця 4.22), як описано в Розділі 1.4.6:

Таблиця 4.22 Значення залишків.

res P	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-2,09	0,59	0,41	0,87	0,23	0,60	0,00	0,00
2	-0,06	0,07	1,71	0,98	-1,21	-0,80	0,00	0,00
3	-0,28	1,66	-0,46	-0,79	0,69	0,00	0,00	0,00
4	0,63	-0,88	-0,71	-0,81	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,79	-1,06	-0,42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,15	-0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

res I	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1,48	1,66	0,97	-1,35	0,46	0,60	0,00	0,00
2	0,07	0,87	-0,15	-0,03	-1,25	-0,80	0,00	0,00
3	0,58	0,03	-0,98	0,73	0,48	0,00	0,00	0,00
4	-0,78	-0,75	-1,05	0,80	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,06	-0,82	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	-0,44	-0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	1,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

res (I/P)	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1,29	1,48	1,43	1,52	0,51	0,40	0,00	0,00
2	0,48	0,82	0,80	0,05	0,76	0,85	0,00	0,00
3	-0,06	0,92	0,31	-0,86	0,36	0,00	0,00	0,00
4	1,81	0,38	0,26	-0,94	0,00	0,00	0,00	0,00
5	1,02	-0,38	-0,65	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,22	-0,69	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-0,53	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

res (P/I)	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,42	-1,43	-1,39	-1,46	-0,51	-0,40	0,00	0,00
2	-0,47	-0,80	-0,78	-0,05	-0,76	-0,85	0,00	0,00
3	0,06	-0,90	-0,31	0,91	-0,36	0,00	0,00	0,00
4	-1,70	-0,38	-0,26	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-1,00	0,39	0,67	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	-0,23	0,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Тепер методом найменших квадратів здійснюється оцінка для параметрів кореляції для залишків, як описано в Розділі 1.4.7:  $\widehat{\theta}^P = 0,527$  та  $\widehat{\theta}^I = 0,056$ .

Тепер ми можемо використовувати Мюнхенський ланцюговий метод для проєкції оплачених і заявлених трикутників. Наприклад, розглянемо найсвіжіший рік збитку 8. Як перший фактор розвитку виплачених збитків, ми будемо використовувати не середнє значення  $f_{1 \rightarrow 2}^P = 1,728$ , яке використовувалося в методі ланцюгових сходів, а замість цього скористаємось рекурентними формулами згідно з Розділом 1.4.8:

$$\widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^P + \widehat{\theta}^P * \frac{\widehat{\sigma}_{1 \rightarrow 2}^P}{\rho_1^P} * (Q_{8,1}^{-1} - \widehat{q}_1^{-1}) = 1,728 + 0,527 * \frac{887,043}{596,395} * (1,612 - 1,683) = 1,672$$

Як перший фактор розвитку заявлених збитків ми використовуємо:

$$\widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^I + \widehat{\theta}^I * \frac{\widehat{\sigma}_{1 \rightarrow 2}^I}{\rho_1^I} * (Q_{8,1} - \widehat{q}_1) = 1,177 + 0,056 * \frac{327,289}{256,112} * (0,621 - 0,594) = 1,179$$

Це дає нам оцінку для значення  $P_{8,2}$ :

$$1,672 \cdot 32\,097\,843,05 = 53\,659\,865,23$$

і для значення  $I_{8,2}$ :

$$1,179 \cdot 51\,727\,558,75 = 60\,960\,963,09.$$

На другому кроці від  $s = 2$  до  $t = 3$  ми діємо аналогічно.

Стає зрозуміло, що ми повинні виконувати розрахунки виплачених і заявлених збитків одночасно, оскільки нам потрібна оцінка для співвідношення  $(P/I) Q_{8,2}$ , а саме  $53\,659\,865,23/60\,960\,963,09 = 88\%$ , для обох проєкцій: як для виплачених, так і для заявлених збитків.

Продовжуючи ітеративно для подальших років розвитку, як результати проєкції ми отримуємо один квадрат для виплачених збитків і один квадрат для заявлених збитків (Таблиця 4.23):

Таблиця 4.23 Остаточні оцінки збитків, що виникли.

Виплачені	1	2	3	4	5	6	7	8
1	14 035 338,64	17 308 791,55	17 879 574,53	18 076 206,11	18 246 087,65	18 265 292,65	18 266 453,68	18 267 613,68
2	5 632 301,07	9 603 935,31	9 845 059,40	10 097 783,28	10 216 889,78	10 218 598,83	10 218 598,83	10 218 598,83
3	10 042 457,43	16 570 627,49	17 408 534,87	17 483 257,59	17 486 974,70	17 509 370,40	17 509 704,07	17 509 704,07
4	9 679 809,19	18 449 232,21	18 634 826,36	18 680 785,16	18 685 775,71	18 696 761,09	18 696 761,09	18 696 761,09
5	12 772 611,27	24 576 634,87	24 809 402,76	24 935 663,18	25 063 694,92	25 317 668,21	25 343 619,40	25 343 619,40
6	19 401 070,56	34 093 729,70	34 868 515,69	35 009 341,23	35 095 302,68	35 095 302,68	35 095 302,68	35 095 302,68
7	22 644 878,35	42 164 729,57	42 876 813,20	43 010 936,35	43 101 228,32	43 101 228,32	43 101 228,32	43 101 228,32
8	32 097 843,05	53 659 865,23	54 775 769,77	55 055 953,83	55 214 264,73	55 214 264,73	55 214 264,73	55 214 264,73

Заявлені	1	2	3	4	5	6	7	8
1	20 735 054,62	22 185 806,31	22 428 456,69	22 475 621,21	18 265 409,11	18 270 565,65	18 266 453,68	18 267 613,68
2	10 153 652,34	12 015 762,91	12 113 166,37	11 139 370,29	10 230 565,57	10 222 992,15	10 218 598,83	10 218 598,83
3	16 783 187,34	20 521 921,26	20 544 750,29	17 697 172,02	17 504 128,90	17 509 370,40	17 504 272,76	17 504 272,76
4	19 646 496,71	21 992 982,49	21 913 155,10	18 819 392,07	18 685 775,71	18 687 625,02	18 682 504,41	18 682 504,41
5	23 672 421,66	27 943 107,88	27 845 521,24	27 766 603,89	25 587 117,23	25 564 289,22	25 548 206,86	25 548 206,86
6	33 235 148,12	38 284 611,96	38 232 469,29	35 855 913,93	33 212 478,73	33 306 990,50	33 359 941,77	33 359 941,77
7	36 615 249,78	46 317 146,85	46 374 327,56	43 540 190,58	40 360 602,63	40 497 383,24	40 576 810,87	40 576 810,87
8	51 727 558,75	60 960 963,09	61 025 213,24	57 158 580,21	52 898 786,17	53 016 208,84	53 077 776,17	53 077 776,17

Аналогічні розрахунки проведені для періоду 2021-2022рр, а також на базі помісячних даних для обох розглянутих періодів. Результати розрахунків та відхилення отриманих оцінок наведено в таблицях 4.24 - 4.27:

Таблиця 4.24 Оцінки збитків, що сталися на 31.12.2023

Період збитку	Оцінка збитків, що сталися, зроблена на 31.12.2023				на 30.09.2024
	на базі виплачених збитків, кварталні періоди	на базі заявлених збитків, кварталні періоди	на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди	на базі виплачених збитків, кварталні періоди
2022_01	18 267 613,68	18 267 613,68	18 267 345,49	18 267 345,49	18 268 546,75
2022_02	10 218 598,83	10 218 598,83	10 218 465,30	10 218 292,60	10 219 013,90
2022_03	17 509 704,07	17 504 272,76	17 509 496,38	17 508 284,54	17 514 764,39
2022_04	18 696 761,09	18 682 504,41	18 672 785,05	18 671 426,49	18 690 816,63
2023_01	25 343 619,40	25 548 206,86	25 453 010,74	25 453 991,45	24 999 169,72
2023_02	35 095 302,68	33 359 941,77	34 411 628,14	34 404 759,04	35 126 839,00
2023_03	43 101 228,32	40 576 810,87	41 847 205,48	41 837 555,81	42 639 871,61
2023_04	55 214 264,73	53 077 776,17	53 354 673,31	53 346 207,08	52 809 838,10

Таблиця 4.25 Відхилення оцінок збитків, що сталися на 31.12.2023.

Період збитку	Відхилення оцінок			
	на базі виплачених збитків, кварталні періоди	на базі заявлених збитків, кварталні періоди	на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди
2022_01	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%
2022_02	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%
2022_03	-0,03%	-0,06%	-0,03%	-0,04%
2022_04	0,03%	-0,04%	-0,10%	-0,10%
2023_01	1,38%	2,20%	1,82%	1,82%
2023_02	-0,09%	-5,03%	-2,04%	-2,06%
2023_03	1,08%	-4,84%	-1,86%	-1,88%
2023_04	4,55%	0,51%	1,03%	1,02%

Таблиця 4.26 Оцінки збитків, що сталися на 31.12.2021.

Період збитку	Оцінка збитків, що сталися, зроблена на 31.12.2021				на 30.09.2024
	на базі виплачених збитків, кварталні періоди	на базі заявлених збитків, кварталні періоди	на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди	на базі виплачених збитків, кварталні періоди
2020_01	24 475 778,53	24 475 778,53	24 475 778,53	24 475 778,53	24 492 451,53
2020_02	14 678 448,48	14 678 448,48	14 678 448,48	14 678 448,48	14 685 309,02
2020_03	23 294 271,22	23 305 956,91	23 291 291,78	23 298 585,68	23 307 828,76
2020_04	28 071 934,13	28 075 986,41	28 073 510,28	28 078 090,30	28 089 503,52
2021_01	24 322 239,30	24 307 001,60	24 331 903,53	24 338 683,05	24 389 820,45
2021_02	23 500 991,02	22 672 477,33	23 968 365,44	23 859 903,97	22 484 739,10
2021_03	26 625 587,98	24 367 913,67	28 262 407,89	27 913 926,42	23 576 577,69
2021_04	29 612 694,25	28 574 828,89	30 855 125,40	30 632 674,54	27 781 694,88

Таблиця 4.27 Відхилення оцінок збитків, що сталися на 31.12.2021.

Період збитку	Відхилення оцінок			
	на базі виплачених збитків, кварталні періоди	на базі заявлених збитків, кварталні періоди	на базі виплачених збитків, місячні періоди	на базі заявлених збитків, місячні періоди
2020_01	-0,07%	-0,07%	-0,07%	-0,07%
2020_02	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,05%
2020_03	-0,06%	-0,01%	-0,07%	-0,04%
2020_04	-0,06%	-0,05%	-0,06%	-0,04%
2021_01	-0,28%	-0,34%	-0,24%	-0,21%
2021_02	4,52%	0,83%	6,60%	6,12%
2021_03	12,93%	3,36%	19,87%	18,40%
2021_04	6,59%	2,85%	11,06%	10,26%

## 5. ПОРІВНЯННЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Для аналізу результатів розглянемо відхилення по кожному методу для різних звітних дат, зроблені на базі виплачених збитків та збитків, що сталися, для різних довжин періодів.

В Таблицях 5.1-5.3 розглянемо оцінки на базі заявлених збитків за основними методами для різних довжин періоду.

Таблиця 5.1 Відхилення оцінок за методом ВФ.

Відхилення оцінок за методом ВФ	на базі заявлених збитків, кварталні періоди			на базі заявлених збитків, місячні періоди		
	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
Період збитку						
1	-0,03%	-0,07%	-0,01%	0,00%	-0,07%	0,00%
2	-0,07%	-0,05%	0,00%	-0,07%	-0,05%	0,00%
3	-0,03%	-0,01%	-0,03%	0,00%	-0,04%	-0,03%
4	-0,13%	-0,04%	-0,03%	-0,18%	-0,03%	-0,03%
5	-0,05%	-0,23%	11,07%	-0,08%	-0,19%	11,07%
6	-0,17%	6,38%	8,84%	-0,07%	6,49%	8,84%
7	0,43%	19,36%	8,62%	0,73%	19,51%	8,62%
8	0,81%	9,60%	-1,00%	5,26%	12,97%	5,31%



Таблиця 5.2 Відхилення оцінок за методом SCL.

Відхилення оцінок за методом SCL	на базі заявлених збитків, квартальні періоди			на базі заявлених збитків, місячні періоди		
	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
1		-0,07%	-0,01%		-0,07%	0,00%
2	-0,07%	-0,05%	0,00%	-0,07%	-0,05%	-0,01%
3	-0,03%	-0,01%	-0,05%	-0,04%	-0,04%	-0,04%
4	-0,13%	-0,04%	-0,04%	-0,18%	-0,04%	-0,19%
5	-0,05%	-0,23%	2,43%	-0,09%	-0,20%	2,55%
6	-0,17%	6,35%	-6,28%	-0,05%	6,45%	-5,06%
7	0,42%	19,46%	-6,38%	0,72%	19,77%	-6,32%
8	0,86%	10,34%	-0,66%	3,23%	11,64%	-0,92%

Таблиця 5.3 Відхилення оцінок за методом MCR.

Відхилення оцінок за методом MCR	на базі заявлених збитків, квартальні періоди			на базі заявлених збитків, місячні періоди		
	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
1		-0,07%	-0,01%		-0,07%	-0,01%
2	-0,10%	-0,05%	0,00%	-0,07%	-0,05%	-0,01%
3	-0,11%	-0,01%	-0,06%	-0,04%	-0,04%	-0,04%
4	-0,18%	-0,05%	-0,04%	-0,17%	-0,04%	-0,10%
5	-0,53%	-0,34%	2,20%	-0,03%	-0,21%	1,82%
6	-1,69%	0,83%	-5,03%	-0,02%	6,12%	-2,06%
7	-3,54%	3,36%	-4,84%	0,63%	18,40%	-1,88%
8	-9,52%	2,85%	0,51%	0,93%	10,26%	1,02%

Як ми бачимо в таблицях 5.1-5.3, оцінки дають результати, що мають суттєві відхилення від найкращої оцінки по розрахунку на різних періодах. Однозначно стало зрозумілим, що в медичному страхуванні для визначення оцінки збитків, що сталися, не є доцільним робити розрахунки по заявленим збиткам. Це пов'язано з тим, що частина збитків, що знаходяться в резерві заявлених, але не виплачених збитків, будуть списані і не перейдуть у статус «виплачені» збитки, що призведе до того, що оцінка збитків, що сталися, стане нижче, ніж була в попередньому періоді.

Наступним етапом розглянемо результати кожного методу окремо на базі виплачених збитків для їх аналізу на близькість до найкращої оцінки в медичному страхуванні для різних довжин періодів.

Таблиця 5.4 Відхилення оцінок та коефіцієнти варіації зроблених SCL

SCL	на базі випланих збитків, кварталні періоди					
	Відхилення оцінок			Коефіцієнт варіації		
Період збитку	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
1		-0,07%	-0,01%	0,000	0,000	0,000
2	-0,07%	-0,05%	0,00%	0,000	0,000	0,000
3	-0,03%	-0,06%	-0,02%	0,000	0,000	0,000
4	-0,12%	-0,07%	0,08%	0,000	0,001	0,001
5	0,04%	-0,36%	0,31%	0,001	0,084	0,006
6	-0,15%	-0,05%	0,61%	0,004	0,070	0,009
7	0,36%	0,35%	2,59%	0,007	0,006	0,015
8	-0,84%	-0,19%	8,95%	0,076	0,040	0,138

SCL	на базі випланих збитків, місячні періоди					
	Відхилення оцінок			Коефіцієнт варіації		
Період збитку	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
15	0,1%	-0,1%	0,3%	0,001	0,001	0,003
16	0,2%	0,1%	0,4%	0,005	0,004	0,003
17	-0,7%	0,1%	0,5%	0,005	0,005	0,004
18	0,4%	-0,1%	0,7%	0,003	0,002	0,006
19	0,8%	0,4%	0,9%	0,004	0,004	0,008
20	0,4%	0,8%	1,2%	0,006	0,005	0,010
21	0,4%	0,5%	1,7%	0,012	0,011	0,016
22	2,4%	1,2%	2,6%	0,027	0,025	0,020
23	10,1%	2,0%	1,7%	0,135	0,129	0,121
24	-20,8%	-27,7%	26,9%	0,460	0,423	0,483

Період розвитку	Відхилення оцінок, двомісячні періоди				Коефіцієнт варіації, двомісячні періоди			
	на 31.12.2021	на 30.10.2021	на 31.12.2023	на 31.10.2023	на 31.12.2021	на 30.10.2021	на 31.12.2023	на 31.10.2023
1	0,01%		0,0%		0,000	0,000	0,000	
2	0,01%	-0,09%	0,0%	0,0%	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,05%	-0,02%	0,0%	0,0%	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,04%	-0,06%	0,0%	0,0%	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,07%	-0,16%	0,0%	0,0%	0,001	0,000	0,000	0,001
6	0,11%	-0,07%	0,2%	0,1%	0,000	0,000	0,011	0,013
7	0,04%	0,01%	0,2%	0,5%	0,001	0,001	0,004	0,004
8	0,27%	-0,38%	0,5%	0,4%	0,004	0,005	0,004	0,004
9	-0,11%	0,27%	0,4%	0,6%	0,004	0,005	0,009	0,010
10	0,37%	0,29%	1,3%	1,0%	0,003	0,003	0,012	0,013
11	2,84%	0,04%	4,8%	3,9%	0,025	0,026	0,018	0,018
12	-3,10%	-8,39%	3,5%	2,2%	0,144	0,150	0,199	0,211

Також, разом з оцінкою збитків, що сталися, ланцюговим методом варто розраховувати коефіцієнт варіації. При значенні коефіцієнта варіації менше 0,1 оцінку можна вважати надійною. Якщо більше, то необхідно розглянути оцінки, отримані іншими методами для визначення найкращої оцінки.

В таблиці 5.4 бачимо непогані відхилення оцінок для кварталних та двомісячних періодів розвитку. При цьому коефіцієнти варіації для двомісячних періодів не дають змоги вважати оцінку надійною. Незважаючи на можливу недоцільність розрахунку на кварталних

періодах, результати на місячному періоді показують найбільше відхилення від найкращої оцінки, водночас результати на двомісячних періодах також не дали кращий результат. Тому, незважаючи на швидкість врегулювання, не можна нехтувати розрахунками на «малих-великих» періодах, від яких, на перший погляд, не очікується найкращий результат.

В Таблиці 5.5 розглянемо відхилення оцінок збитків, що виникли, зроблених на базі виплачених збитків, отриманих методом MCR.

Таблиця 5.5 Відхилення оцінок за методом MCR.

Відхилення оцінок за методом MCR	на базі виплачених збитків, квартальні періоди			на базі виплачених збитків, місячні періоди			
	Період збитку	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
1			-0,07%	-0,01%		-0,07%	-0,01%
2	-0,07%	-0,05%	0,00%	-0,07%	-0,05%	-0,01%	
3	-0,05%	-0,06%	-0,03%	-0,05%	-0,07%	-0,03%	
4	-0,14%	-0,06%	0,03%	-0,18%	-0,06%	-0,10%	
5	-0,02%	-0,28%	1,38%	-0,04%	-0,24%	1,82%	
6	-0,33%	4,52%	-0,09%	-0,03%	6,60%	-2,04%	
7	-0,03%	12,93%	1,08%	0,63%	19,87%	-1,86%	
8	-1,91%	6,59%	4,55%	0,92%	11,06%	1,03%	

На результати методу великий вплив має варіативність даних, і у випадку медичного страхування даний метод не може дати найкращу оцінку. Тому є сенс використовувати цей метод тільки на стабільних даних, так як в такому випадку можна отримати оцінку кращу, ніж в класичному ланцюговому.

В Таблицях 5.5 і 5.6 розглянемо відхилення оцінок отриманих при розрахунку методами СС та ВФ:

Таблиця 5.5 Відхилення оцінок за методом СС.

Відхилення оцінок за методом СС	на базі виплачених збитків, квартальні періоди			на базі виплачених збитків, місячні періоди		
	Період збитку	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021
1	-0,03%	-0,07%	-0,01%		-0,07%	0,00%
2	-0,07%	-0,05%	0,01%	-0,07%	-0,05%	0,00%
3	-0,02%	-0,06%	-0,02%	-0,04%	-0,09%	-0,01%
4	-0,13%	-0,07%	0,09%	-0,17%	-0,06%	0,17%
5	0,05%	-0,36%	0,32%	-0,05%	-0,33%	0,39%
6	-0,15%	-0,04%	0,47%	-0,25%	0,06%	0,49%
7	0,37%	0,31%	2,00%	-0,20%	0,47%	2,01%
8	-1,14%	-6,30%	-6,14%	-14,36%	-5,85%	-6,52%

Таблиця 5.6 Відхилення оцінок за методом ВФ.

Відхилення оцінок за методом ВФ	на базі виплачених збитків, квартальні періоди			на базі виплачених збитків, місячні періоди			
	Період	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023	на 30.09.2021	на 31.12.2021	на 31.12.2023
1		-0,03%	-0,07%	-0,01%		-0,07%	0,00%
2		-0,07%	-0,05%	0,00%	-0,07%	-0,05%	0,00%
3		-0,03%	-0,06%	-0,02%	-0,04%	-0,09%	-0,01%
4		-0,12%	-0,07%	0,10%	-0,17%	-0,05%	0,19%
5		0,05%	-0,36%	0,34%	0,02%	-0,30%	0,43%
6		-0,15%	-0,04%	0,51%	0,00%	0,14%	0,56%
7		0,37%	0,33%	2,12%	0,54%	0,73%	2,19%
8		-1,13%	-6,01%	-4,89%	1,64%	-0,84%	-4,62%

Відхилення, отримані за цими методами на базі виплачених збитків, не найменші, в порівнянні з іншими методами. Оскільки метод Кейп-Код аналогічний до методу Борнхюттера-Фергюсона, ми отримали дуже схожі оцінки та відхилення.

Методи заслуговують уваги в умовах сильної варіативності або при недостатніх даних для розрахунків. Вони показують більш точні результати за ланцюговий метод при нестабільних даних.

Дані результати варто брати до уваги оцінки для останніх періодів у випадках, коли були отримані коефіцієнти варіації для ланцюгового методу більше 0,1, для їх застосування лінійною комбінацією актуарних методів.

Також обидва ці методи слід використовувати, коли компанія вводить новий продукт і відповідно ще не має своїх статистичних даних для отримання оцінки збитків.

Також в результаті виконання роботи стало очевидним, що великий вплив має своєчасність передачі інформації. Відмічено, що змінився характер розвитку збитків, що призводить до погіршення якості оцінки збитків, що сталися. Для покращення результатів оцінки надзвичайно важливим буде шукати шляхи з підвищення якості даних, в даному випадку було б доцільно провести роботу з партнерами компанії, що за них відповідають.

## ВИСНОВКИ

У магістерській дисертації проаналізовано основні актуарні методи оцінювання IBNR, що застосовуються відповідно до українського законодавства та з урахуванням особливостей медичного страхування.

Під час проведеного дослідження було вивчено характерні риси, що притаманні українському медичному страхуванню, які можуть впливати на результати оцінки збитків. До яких відносяться: пандемії, характерне списання резерву заявлених збитків, низька ймовірність викидів, сезонність, «швидке» врегулювання, постійне отримання інформації через асистуючі компанії. Результати оцінок показали, що в результаті таких особливостей виявлено специфікою розрахунків в медичному страхуванні є неможливість коректної оцінки на базі заявлених збитків.

Корисно мати розрахунок декількох методів для порівняння оцінок, щоб робити висновки на множині їх результатів та краще розуміти отримані результати.

Ретроспективний аналіз найкращої оцінки показав, що на етапах формування резерву слід приділяти увагу вибору періоду, оскільки від цього залежить якість оцінки. Для обрання періоду варто базуватись на швидкості врегулювання, так як малі періоди можуть бути занадто варіативними, великі – повністю завершеними.

Доцільним буде використання коефіцієнта варіації для ланцюгового методу, щоб на етапі розрахунку резерву розуміти, наскільки точною може бути оцінка збитків.

Отже, кожен з розглянутих методів має свої особливості, та доцільність їх використання залежить від особливостей наявних в актуарія даних, їх варіативності, стабільності чи очікуваних змін (зростання портфеля, зміна збитковості, та ін).

А на досліджуваних даних найкращу оцінку дає ланцюговий метод чи лінійна комбінація ланцюгового методу з методом очікуваної збитковості (метод Борнхюттера-Фергюсона чи метод Кейп-Код) для останніх періодів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Закон України «Про страхування» [Електронний ресурс: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1909-20/print>].
- [2] Постанова Правління Національного Банку України від 29 грудня 2023 року № 203 «Про затвердження Положення про порядок формування страховиками технічних резервів» [Електронний ресурс [https://bank.gov.ua/ua/legislation/Resolution\\_29122023\\_201](https://bank.gov.ua/ua/legislation/Resolution_29122023_201)].
- [3] Cabe Chadick, Wes Campbell, Finn Knox-Seith, Society of Actuaries 2009, Comparison of incurred but not reported (ibnr) methods
- [4] GARY S. PATRIK Foundations of Casualty Actuarial Science, 2001. “Reinsurance” (Chapter 7)
- [5] Gerhard Quarg and Thomas Mack Munich Chain Ladder: A Reserving Method that Reduces the Gap between IBNR Projections Based on Paid Losses and IBNR Projections Based on Incurred Losses, 2008
- [6] Jacqueline Friedland, Edward Lam Rachel Dutil ESTIMATING UNPAID CLAIMS USING BASIC TECHNIQUES July 30 2010
- [7] Jinadasa Gamage, Jed Linfield, Krzysztof Ostaszewski and Steven Siegel STATISTICAL METHODS FOR HEALTH ACTUARIES IBNR ESTIMATES October 31, 2007
- [8] Leigh J. Halliwell, Chain-Ladder Bias: Its Reason and Meaning VOLUME 01/ISSUE 2, 2021
- [9] Proceedings of the Casualty Actuarial Society NUMBERS 172 AND 173, VOLUME XC, 2003
- [10] Zehnwirth, Benjamin. “The Chain Ladder Technique—A Stochastic Model.” *FIA Claims Reserving Manual* Vol. II (1997): p. D1-1.