



Тригонометричні ряди і лінійні методи підсумовування рядів

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	Другий (магістерський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів ECTS, загальний обсяг 150 годин, з них 72 годин – аудиторні години (36 – лекції, 36 – практичні заняття), 78 годин на самостійну роботу студентів.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/МКР,ДКР
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: професор, д. ф.-м. н. Клесов О.І. Практичні: доцент к. ф.-м. н. Сиротенко А.В.
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей: – до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у них прикладної математичної культури; – уміння аналізувати одержані результати, здатності до
------------------------	---

	узагальнення, постановки цілі та вибору шляхів її розв'язання, володіння культурою мислення; – самостійно використовувати і вивчати літературу з математики, здатності до розвитку гнучкості мислення, творчої самостійності та дій.
Предмет навчальної дисципліни	Ряди Фурє, ортогональні ряди, їх властивості, сумовність, застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є.
Компетентності	ЗК4 Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань ФК3 Здатність до використання принципів, методів та організаційних процедур дослідницької та/або інноваційної діяльності ФК 13 Здатність сформувати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, у фінансовій та страховій сферах ФК 16 Володіння знаннями та здатність ініціювати й проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики
Програмні результати навчання	РН 4 Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів РН 8 Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем РН 10 Уміти самостійно планувати виконання дослідницького та/або інноваційного завдання та формулювати висновки за його результатами

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Даний кредитний модуль ґрунтується на знаннях студентів, набутих при вивченні курсу «Математичний аналіз», «Комплексний аналіз».

Постреквізити: Кредитний модуль «Тригонометричні ряди і лінійні методи підсумовування рядів Фур'є» входить до циклу вибіркової підготовки та має важливе значення у підготовці фахівця. Отримані знання використовуються у подальшому в дисципліні «Виконання магістерської дисертації»

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Задачі, які привели до поняття рядів Фур'є

Тема 1.1. Історичні задачі, які зводились до підсумовування нескінченних рядів

Тема 1.2. Різні види збіжності нескінченних рядів

Тема 1.3. Рівняння теплопроводності. Дослідження Фур'є

Тема 1.4. Рівняння коливання струни. Метод Даламбера

Тема 1.5. Рівняння коливання струни. Метод Бернуллі

Розділ 2. Основні поняття рядів Фур'є

Тема 2.1. Коефіцієнти Фур'є

Тема 2.2. Тригонометрична система

Розділ 3. Збіжність рядів Фур'є

Тема 3.1. Єдиність ряду Фур'є

Тема 3.2. Середньоквадратична збіжність рядів Фур'є

Тема 3.3. Збіжність ряду Фур'є у точці

Тема 3.4. Ознака Діні

Розділ 4 Лінійні методи сумування рядів

Тема 4.1. Метод Чезаро

Тема 4.2. Метод Абеля

Тема 4.3. Функціональні ядра в теорії лінійних методів сумування рядів

Розділ 5. Застосування рядів Фур'є

Тема 4.1. Ряд Фур'є згортки

Тема 4.2. Ізопериметрична задача

Тема 4.3. Рівномірно розподілені послідовності

Тема 5.3. Лінійні методи сумування рядів Фур'є.

Тема 5.4. Контрприклад у теорії рядів Фур'є

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. О.І.Клесов, *Ряди Фур'є* (конспект лекцій), Київ, НТУУ КПІ, 2025, 180 стор.
2. E. Stein, R. Shakarchi. *Fourier analysis. An introduction* // Princeton University Press, Princeton, 2003, 327 pp.

Допоміжна література

3. О. О. Синявська, П. В. Слюсарчук, *Ряди Фур'є* (навчальний посібник), Ужгород, Ужгородський національний університет, 2015, 70 стор.
4. Т. В. Авдєєва О. Б. Качаєнко, *Ряди Фур'є* (практикум), Київ, НТУУ КПІ, 2016, 89 стор.
5. І. В. Стрелковська, В. М. Паскаленко, *Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є*, (навчальний посібник), Одеса, Державний університет технологій та зв'язку, 2021, 123 стор.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Поняття тригонометричного ряду. Зв'язок між тригонометричними і степеневими рядами. Спряжені ряди. Комплексна форма тригонометричного ряду. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 1, 2, 3
2	Формули Фур'є. Проблеми теорії рядів Фур'є. Ряди Фур'є – Лебега. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій. Перетворення Абеля. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 4, 5, 6, 7, 8
3	Ряд Фур'є за ортогональною системою. Повнота ортогональної системи. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 9, 10
4	Ряди Фур'є – Стілтєса <i>Рекомендована література:</i> [1], [3], гл. 1. § 5
5	Повнота тригонометричної системи та її замкнутість. Нерівність Бесселя <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 11-15.
6	Теорема Рісса – Фішера і рівність Парсеваля для тригонометричної системи. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 16-18

7	Формальні операції над рядами Фур'є. Ряд Фур'є згортки. Інтегрування рядів Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 23, 24.
8	Коефіцієнти Фур'є функцій з обмеженою варіацією. Теорема Рімана – Лебега <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. § 22. [2], гл. 2. §4
9	Тригонометричні ряди по синусах і косинусах з монотонно спадними коефіцієнтами. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. § 30.
10	Інтегральні формули для частинних сум ряду Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. § 31, [2], гл. 2. §5
11	Інтегральні формули для частинних сум спряженого ряду Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 31, 32, 35, [2], гл. 2. §5
12	Константи Лебега. Порядок їх росту. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §35, [2], гл. 2. §12
13	Критерій збіжності ряду Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 37-39
14	Приклад неперервної функції з рядом Фур'є розбіжним в одній точці. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 45, 46
15	Сумування ряду Фур'є методом Фейєра. Теорема Фейєра – Лебега. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 47-49
16	Ядро Пуассона і інтеграл Пуассона. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 54, 55
17	Лінійні методи сумування рядів Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [3], гл. 3. §§ 1, 2
18	Застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є. Класи Гарді. <i>Рекомендована література:</i> [1], [3], гл. 7. §§ 1, 2, 6.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Поняття тригонометричного ряду. Зв'язок між тригонометричними і степеневими рядами. Спряжені ряди. Комплексна форма тригонометричного ряду. <i>Завдання для СРС</i> [3], гл. 1. § 1
2	Формули Фур'є. Проблеми теорії рядів Фур'є. Ряди Фур'є – Лебега. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій. Перетворення Абеля. Класи L_p . Збіжність в L_p . <i>Завдання для СРС</i> [5], гл. 1. §§ 15, 16
3	Ряд Фур'є за ортогональною системою. Повнота ортогональної системи. Ортогональні системи в L_2 . Приклади ортогональних систем. <i>Завдання для СРС</i> [5], гл. 1. §§ 1.9 – 1.11
4	Ряди Фур'є – Стілтєса. Функції обмеженої варіації. <i>Завдання для СРС</i> [7], гл. 8. §§ 3, 5, 6.
5	Повнота тригонометричної системи та її замкнутість. Нерівність Бесселя. Про ряди і інтеграли <i>Завдання для СРС</i> [3], гл. 1. §§ 6-8.
6	Теорема Рісса – Фішера і рівність Парсеваля для тригонометричної системи. <i>Завдання для СРС</i> [5], гл. 2. §§ 2.7, 2.8
7	Формальні операції над рядами Фур'є. Ряд Фур'є згортки. Інтегрування рядів Фур'є. Один спеціальний тригонометричний ряд <i>Завдання для СРС</i> [5], гл. 2. §§ 2.7, 2.8
8	Коефіцієнти Фур'є функцій з обмеженою варіацією. Теорема Рімана – Лебега.

	Диференціювання і інтегрування рядів Фур'є сумовних функцій. <i>Завдання для СРС [3], гл. 2. §§ 2, 3</i>
9	Тригонометричні ряди по синусах і косинусах з монотонно спадними коефіцієнтами. <i>Завдання для СРС [5], гл. 3. §§ 3.10, 3.11</i>
10	Інтегральні формули для частинних сум ряду Фур'є. Додаткові формули для частинних сум. <i>Завдання для СРС [3], гл. 2. § 7.</i>
11	Інтегральні формули для частинних сум спряженого ряду Фур'є. Ознака Дірихле-Жордана. <i>Завдання для СРС [3], гл. 2. § 8</i>
12	Константи Лебега. Порядок їх росту. Константи Лебега для середніх Вале-Пуссена <i>Завдання для СРС [2], гл. 7. §§ 2, 3.</i>
13	Критерій збіжності ряду Фур'є. Ознака Салема збіжності ряду Фур'є. <i>Завдання для СРС [2], гл. 5. § 14.</i>
14	Приклад неперервної функції з рядом Фур'є розбіжним в одній точці. Ряди Фур'є в точках розриву першого роду. <i>Завдання для СРС [2], гл. 3. § 9.</i>
15	Сумування ряду Фур'є методом Фейєра. Теорема Фейєра – Лебега. <i>Завдання для СРС [5], гл. 5. § 5.2.</i>
16	Ядро Пуассона і інтеграл Пуассона. Сумовність спряжених рядів <i>Завдання для СРС [5], гл. 5. § 5.9 .</i>
17	Лінійні методи сумування рядів Фур'є. Метод Вале-Пуссена. <i>Завдання для СРС [2], гл. 7. §§ 2, 3 .</i> Застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є. Класи Гарді. Збіжність в середньому рядів Фур'є і спряжених до них. <i>Завдання для СРС [3], гл. 7. § 6 .</i>
18	МКР

6. Самостійна робота студента

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- підготовка до модульної контрольної роботи
- написання домашньої контрольної роботи
- підготовка до іспиту.

5. Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та іспиту.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семес- тр	Навчальний час		Розподіл навчальних годин				Контрольні заходи		
	кредити	акад. год.	Лекц.	Практич.	Лаб. роб.	СРС + Екз.	МКР	ДКРР	Семестрова атестація
1	5	150	36	36	-	78	1	1	екз.

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за

- 1) відповіді на практичних заняттях;
- 2) модульну контрольну роботу ;
- 3) домашню контрольну роботу (ДКР)
- 4) відповідь на екзамені.

Розмір стартової шкали $R_C = 50$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_E = 50$ бали.

Розмір шкали рейтингу $R = R_C + R_E = 100$ балів.

Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання

1. Робота на практичних заняттях

Ваговий бал –5. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 15 балів.

0.0 – відмова від відповіді, незнання необхідного теоретичного матеріалу;

0.5 – знання окремих фрагментів з теоретичного матеріалу, невміння їх застосовувати;

1.0 – знання окремих фрагментів теоретичного матеріалу, вміння деякі з них застосовувати;

1.5 – поверхневе знання теоретичного матеріалу, розв’язування задачі за допомогою викладача;

2.0 – добре знання теоретичного матеріалу, вміння його застосовувати;

2.5 – досконале знання теоретичного матеріалу, майже самостійне розв’язування задачі

2. Модульний контроль

Ваговий бал -30. Максимальна кількість балів дорівнює 30 балів.

Критерій оцінювання МКР:

відсутність на контрольній роботі – 0 балів,

оцінка МКР (в балах) дорівнює величині відсотка (від максимальної кількості балів 30) її виконання.

При виконанні < 60% контрольна робота не зараховується.

3. ДКР.

Ваговий бал – 15.

Критерій оцінювання:

Невиконання ДКР – 0 балів. ДКР виконується і захищається частинами.

Оцінка ДКР (у балах) дорівнює величині відсотка (від максимальної кількості балів 15) її виконання.

При виконанні менше 60% ДКР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована. За несвоєчасне (пізніше ніж на тиждень) подання ДКР зараховується не більше 60% .

4. Відповідь на екзамені

Ваговий бал – 50.

Кількість рейтингових екзаменаційних балів дорівнює величині відсотка (від максимального балу 50) виконання екзаменаційної роботи. При виконанні менше 60% (<30 балів) екзаменаційної роботи вона не зараховується і повинна бути написана повторно.

Заохочувальні бали нараховуються за успішний виступ на математичній олімпіаді (максимально 5 балів за семестр).

Умови позитивної проміжної атестації.

Для отримання “зараховано” з першої проміжної атестації (8 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% від запланованої кількості балів. Для отримання “зараховано” з другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен також мати не менше ніж 50% від запланованої кількості балів.

У разі неможливості написання з поважних причин модульної контрольної роботи, йому надається можливість переписати її протягом двох наступних тижнів.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Студент допускається до екзамену, якщо його рейтинг семестру не менший 30 балів, при цьому він має хоча б одну позитивну атестацію, зараховані модульні контрольні роботи та ДКР (які виконано не менше, ніж на 60%).

Якщо рейтинг семестру менший 30 балів, студент може написати допускову контрольну роботу.

При успішному (не менше 60% правильно розв’язаних задач) її написанні рейтинг семестру дорівнюватиме 30 балам.

Таблиця переведення рейтингової оцінки R з навчальної дисципліни

$R = R_C + R_E$	Оцінка ECTS	Традиційна оцінка
$95 \leq R \leq 100$	A	відмінно
$85 \leq R \leq 94$	B	дуже добре
$75 \leq R \leq 84$	C	добре
$65 \leq R \leq 74$	D	задовільно
$60 \leq R \leq 64$	E	достатньо
$30 \leq R \leq 59$	Fx	незадовільно
$R_C \geq 30$ або не виконані інші умови допуску до екзамену	F	не допущений

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom, онлайн-дошки Jamboard та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри МА та ТЙ, докт. фіз.-мат. наук, професором Клесовим О.І.
професором кафедри МАТ ТЙ, докт. фіз.-мат. наук, професором Задереем П.В.

Ухвалено кафедрою МА та ТЙ (протокол № 14 від 25.06.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.)