



Теорія множин

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 – Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС, 120 годин (36 годин – лекції, 18 годин – практичні, 66 годин – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік, МКР</i>
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к. ф.-м. н., доц. Сиротенко Антон Володимирович, antonsyrotenko86@gmail.com , +380986680182 Практичні: к. ф.-м. н., доц Сиротенко Антон Володимирович, antonsyrotenko86@gmail.com , +380986680182
Розміщення курсу	Електронний кампус КПІ https://campus.kpi.ua/ , сайт кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей ФМФ http://matan.kpi.ua/uk/ , платформа дистанційного навчання Sikorsky https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=6566

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	<i>Метою дисципліни «Теорія множин» є набуття здобувачами знань і навичок, необхідних для розв'язування задач теорії множин, а також для застосування методів теорії множин до вивчення більш широкого кола об'єктів та явищ. Вивчення дисципліни «Теорія множин» дозволить здобувачам подивитися на відомі з інших розділів математики об'єкти з альтернативної точки зору, що дозволить знаходити нестандартні підходи до розв'язання різноманітних задач математики. Серед інших цілей, зокрема, формування логічної та математичної культури здобувачів.</i>
Предмет навчальної дисципліни	<i>Аксіоми теорії множин, відношення, функції, порядки. Множина натуральних чисел, теореми рекурсії, аксіоматика Пеано. Скінченні, злічені та незлічені множини, трансфінитні та кардинальні числа, потужність множин, теореми Кантора та Кантора-Бернштейна. Впорядковані множини, принцип трансфінитної індукції, аксіома вибору та її аналоги, лема Цорна.</i>
Компетентності	<i>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1). Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК2). Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7). Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК8). Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1). Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК2). Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3). Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК4). Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (ФК6). Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК8). Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК14).</i>

Програмні результати навчання	<i>Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці(PH1).</i> <i>Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень(PH3).</i> <i>Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми(PH4).</i> <i>Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики (PH7).</i> <i>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (PH10).</i> <i>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH11).</i>
---	--

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Освітній компонент “Теорія множин” є одним із вибірових курсів професійної підготовки здобувачів першого (бакалавського) рівня спеціальності “Математика”, які навчаються за освітньо-професійною програмою “Страхова та фінансова математика”. Цей вибіровий компонент доповнює обов’язкові дисципліни циклу природничо-наукової підготовки і знайомить здобувачів з важливими аспектами теорії множин. Дисципліна базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Дискретна математика», «Математична логіка».

Постреквізити: Дисципліна “Теорія множин” передувє освітнім компонентам «Комбінаторна теорія множин», «Теорія розмитих множин».

3. Зміст навчальної дисципліни



Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	2	3	4	5
Тема 1. Вступ до теорії множин. Історичний огляд.	4	2	-	2
Тема 2. Аксиоми теорії множин. Елементарні операції на множинах.	8	2	2	4
Тема 3. Впорядковані пари, відношення, функції, порядки.	10	4	2	4
Тема 4. Натуральні числа, принципи індукції, теорема рекурсії, арифметика натуральних чисел.	10	4	2	4
Тема 5. Потужність множин, кардинальні числа, теорема Кантора-Бернштейна.	6	2	-	4
Тема 6. Скінченні, зліченні та незліченні множини, теорема Кантора.	6	2	2	2
Тема 7. Дедекіндів переріз. Континуум-гіпотеза.	6	2	-	4
Модульна контрольна робота	8	-	2	6
Тема 8. Цілком впорядковані множини.	6	2	-	4
Тема 9. Трансфінітні числа, аксіома схема заміни. Трансфінітна індукція, трансфінітна	10	4	2	4

рекурсія.				
Тема 10. Арифметика трансфінітних чисел. Нормальна форма.	12	4	2	6
Тема 11. Аксиома вибору та еквівалентні до неї твердження. Лема Цорна.	10	4	2	4
Тема 12. Застосування аксіоми вибору в математиці.	4	2	-	2
Розрахункова робота	10	-	-	10
Залік	10	2	2	6
Всього годин	120	36	18	66

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Сиротенко А.В. «Теорія множин» Електронний конспект лекцій. <https://campus.kpi.ua/>
2. Г.О.Михалін, Л.І.Дюженкова. Елементи теорії множин і теорії чисел. — Київ : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. — 128 с.
3. Л.Є. Базилевич. Дискретна математика у прикладах і задачах : теорія множин, математична логіка, комбінаторика, теорія графів. — Математичний практикум. — Львів, 2013. — 486 с.

Додаткова література

4. Karel Hrbacek, Thomas Jech, Introduction to Set Theory, 3rd ed., Marcel Dekker, 1999.
5. К. Куратовський, А. Мостовський Теорія множин / Переклад з англійської М. І. Коротко під редакцією А. Д. Тайманова - М.: Світ, 1970. - 416 с.
6. Halmos, P. R. Naive set theory. Princeton, N.J: Van Nostrand, 1960
7. Herbert B. Enderton, Elements of Set Theory, Academic Press, 1977 – 279p.
8. You-Feng Lin, Shwu-Yeng T. Lin, Set Theory Intuitive Approach, Houghton Mifflin, 1974 – 164p.
9. А. Френкель, І. Бар-Хиллел Підстави теорії множин / Переклад з англійської Ю. А. Гастєва під редакцією А. С. Єсеніна-Вольпін - М.: Світ, 1966. - 556 с.
10. Georg Cantor, Beitrge zur Begrndung der transfiniten Mengenlehre. - Mathematische Annalen, Bd. 46 (1895), 49 (1895).
11. Больцано Б. Парадокси нескінченного. В кн.: Парадокси нескінченного. Мінськ: Изд. В. П. Ільїна, 1999, с. 75-196.

Інформаційні ресурси

12. https://docs.ufpr.br/~hoefel/ensino/CM304_CompleMat_PE3/livros/Enderton_Elements%20of%20set%20theory_%281977%29.pdf

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна/дистанційна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Вступ до теорії множин. Наївна теорія множин. Антиномії теорії множин. <i>Рекомендована література:</i> [1,5, 9-11]
2	Аксіоматична теорія множин. Основні аксіоми теорії множин. Елементарні операції над множинами. <i>Рекомендована література:</i> [1- 8]
3-4	Впорядковані пари, відношення, функції, порядки. Впорядковані та невлпорядковані пари, образ та прообраз функції, бінарні відношення, відношення еквівалентності, відношення порядку. <i>Рекомендована література:</i> [1- 8].
5-6	Арифметика натуральних чисел. Означення натуральних чисел, властивості. Теореми індукції та рекурсії. Властивості натуральних чисел. Аксіоматика Пеано. <i>Рекомендована література:</i> [1- 8]
7	Кардинальні числа. Потужність множин. Еквіпотентні множини. Теорема Кантора-Бернштейна. <i>Рекомендована література:</i> [1- 8] .
8	Скінченні, зліченні та незліченні множини. Означення та властивості скінченних, злічених, не більш ніж злічених та незлічених множин. Теорема Кантора.. <i>Рекомендована література:</i> [1- 8]
9	Переріз. Континуум-гіпотеза. Означення перерізу, Дедекіндового перерізу. Різні формулювання континуум-гіпотези. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4- 8]
10	Цілком впорядковані множини. Цілком впорядковані та строго цілком впорядковані множини, ізоморфізми цілком впорядкованих множин. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4- 8]
11-12	Трансфінітні числа. Поняття трансфінітного числа. Аксіома заміни. Теорема рекурсії. Принцип трансфінітної індукції. Теореми трансфінітної рекурсії. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4- 8]
13-14	Арифметика трансфінітних чисел. Додавання, множення та піднесення до степеня трансфінітних чисел. Нормальна форма трансфінітного числа. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4- 8]
15-16	Аксіома вибору та еквівалентні до неї твердження. Функція вибору. Теорема Цермело. Принцип впорядкованості. Лема Цорна. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4- 8]
17	Застосування аксіоми вибору. Граничні точки, неперервність функції, базис векторного простору та ін.

	Рекомендована література: [1]
18	Залік

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Елементарні операції на множинах. Об'єднання, перетин, різниця, симетрична різниця множин. Діаграми Венна. Завдання для СРС: [1-7]
2	Відношення, функції. Області визначення та множини значень. Образ та прообраз. Завдання для СРС: [1-7]
3	Натуральні числа. Індуктивні множини, аксіома нескінченності. Принцип індукції. Завдання для СРС: [1 - 7]
4	Скінченні, злічені та незлічені множини. Завдання для СРС: [1 - 7]
5	Модульна контрольна робота. Завдання для СРС: [1 - 7]
6	Трансфінітні числа. Транзитивні множини, ординали (трансфінітні числа), принцип трансфінітної індукції. Завдання для СРС: [1, 4-7]
7	Арифметика трансфінітних чисел. Нормальна форма трансфінітного числа. Послідовності Гудштейна. Завдання для СРС: [1, 4-7]
8	Аксіома вибору. Лема Цорна. Теорема Цермело. Принцип впорядкованості. Завдання для СРС: [1, 4-7]
9	Залік

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- ☒ підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- ☐ підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- ☐ виконання розрахункової роботи;
- ☐ підготовка до заліку.



Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання розрахункової роботи, підготовку до МКР та заліку.

Пропущені контрольні заходи

Пропущені контрольні заходи обов'язково відпрацьовуються на наступних заняттях за умови виконання завдання, яке заплановано на поточному занятті, або на консультаціях.

Розрахунково-Графічна Робота, яка подається на перевірку з порушенням терміну виконання оцінюється зі зменшенням кількості вагових балів.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Здобувачі мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Здобувач має право оскаржити результати контрольного заходу згідно затвердженого положення Про апеляції в КПІ імені Ігоря Сікорського (затверджено наказом №НОН/128/2021 від 20.05.2021 р.) - <https://osvita.kpi.ua/index.php/node/182>

Інклюзивне навчання

Навчальна дисципліна «Теорія множин» може викладатися для більшості здобувачів з особливими освітніми потребами, окрім здобувачів з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів.

Дистанційне навчання

Дистанційне навчання відбувається через Платформу дистанційного навчання «Сікорський».



8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. Час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
6	4	120	36	18	66	1	1	Залік

На першому занятті студенти ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується виходячи із 100-бальної шкали і складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях;
- виконання домашніх робіт;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи.

1. Робота на практичному занятті

За умови якісної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 бал за заняття, максимально 8 балів за семестр.

2. Виконання домашніх робіт.

За виконання домашніх робіт студент отримує від 0 до 4 балів за кожну домашню роботу, максимально $8 \times 4 = 32$ бали за семестр.

3. Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота оцінюється від 0 до 30 балів і складається з 6 задач. Ваговий бал кожної задачі – 5 балів.

Критерії оцінювання за кожну задачу

- Повна і вичерпна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 5 балів.
- Достатньо повна відповідь з недоліками (не менше 75%, але не більше 90% потрібної інформації) – 4-4.5 бали.
- Неповна відповідь (не менше 60%, але не більше 75% потрібної інформації) – 3-3.5 бали.
- Часткова відповідь (не менше 40%, але не більше 60% потрібної інформації) – 2-2.5 бали
- Вибіркові знання з теми (не менше 20%, але не більше 40% потрібної інформації) – 1-1.5 бал
- Відсутня відповідь (менше 20% потрібної інформації) – 0 балів.

4. Розрахункова робота

Розрахункова робота складається з 10 задач і оцінюється від 0 до 30 балів.

Критерії оцінювання за кожну задачу

- Повна і вичерпна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 3 бали.
- Достатньо повна відповідь з недоліками (не менше 75%, але не більше 90% потрібної інформації) – 2.5 бали.

- Неповна відповідь (не менше 60%, але не більше 75% потрібної інформації) – 2 бали.
- Часткова відповідь (не менше 40%, але не більше 60% потрібної інформації) – 1.5 бали
- Вибіркові знання з теми (не менше 20%, але не більше 40% потрібної інформації) – 0.5-1 бал
- Відсутня відповідь (менше 20% потрібної інформації) – 0 балів.

Форма семестрового контролю – залік.

Якщо виконано усі передбачені види робіт, то залік виставляється «автоматом» згідно рейтингу здобувача, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу дозволяється написання залікової роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал

Умови позитивної оцінки календарного контролю

Для отримання “зараховано” з першої та другої проміжної атестації студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю. Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Розрахунок шкали рейтингу (R):

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R = 8 + 32 + 30 + 30 = 100 \text{ балів.}$$

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно



9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

Доцент кафедри МАтаТІЙ, канд. фіз.-мат. наук, Сиротенко А.В.

Ухвалено кафедрою МАтаТІЙ (протокол № 14 від 25.06.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.)