



Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	4 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	120 годин/4 кредити (30 годин – Лекції, 30 години – Практичні, 60 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: професор, д. ф.-м. н. Самусенко Петро Федорович, psamusenko@ukr.net 0678706740 Практичні / Семінарські: професор, д. ф.-м. н. Самусенко Петро Федорович, psamusenko@ukr.net 0678706740
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є: оволодіння теоретичним апаратом та спеціальними методами асимптотичного аналізу диференціальних рівнянь та їх систем; формування вмінь побудови і дослідження математичних моделей, які описуються за допомогою диференціальних рівнянь; формування здатності розв'язувати складні теоретичні та прикладні задачі майбутньої професійної діяльності.
Предмет навчальної дисципліни	Регулярно та сингулярно збудовані диференціальні рівняння та їх системи. Методи асимптотичного аналізу диференціальних рівнянь.
Компетентності	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК01). Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК02). Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК03). Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК07). Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК09). Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК01). Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК02). Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК03). Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (ФК06). Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей (ФК07). Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків (ФК10). Здатність застосовувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в навчальних закладах тощо (ФК15).
Програмні результати навчання	Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН04). Мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси (ПРН05). Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів (ПРН06). Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для не фахівців у галузі математики (ПРН07). Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою (ПРН09). Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно

	переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН10). Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді. Здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН11). Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (ПРН12). Знати міждисциплінарні зв'язки між математичною та іншими природничими та соціальними науками; основи міжнародного співробітництва в галузі науки та освіти; математичну мову як універсальний спосіб для моделювання природничих, технічних та соціальних процесів (ПРН23).
--	--

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Вибіркова дисципліна «Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь» викладається у восьмому семестрі (4 курс) підготовки бакалаврів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз» (ПО 01, ПО 02), «Лінійна алгебра» (ПО 03), «Диференціальні рівняння» (ПО 08), «Дослідження операцій та сучасні наближені методи обчислень» (ПО 20).

Постреквізити: Дисципліна «Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь» викладається в останньому семестрі бакалаврського рівня вищої освіти і передусє комплексному атестаційному екзамєну.

3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	2	3	4	5
Розділ 1. Деякі відомості з теорії матриць				
Тема 1.1. Матриці. Дії на матрицях. Власні значення та власні вектори матриці.	2	2		
Тема 1.2. Характеристичний та мінімальний многочлен матриці. Матричні функції.	8	2	2	4
Тема 1.3. Теорія елементарних дільників.	8	2	2	4
Тема 1.4. Матричні рівняння.	8	2	2	4
Тема 1.5. В'язка матриць. Регулярні та сингулярні в'язки матриць. Кронекерова форма в'язки матриць.	8	2	2	4
Розділ 2. Асимптотичне інтегрування систем диференціальних рівнянь				
Тема 2.1. Системи лінійних диференціальних рівнянь.	4	2	2	
Тема 2.2. Лінійні системи з ізольованими особливостями. Регулярно особливі точки.	8	2	2	4
Тема 2.3. Лінійні системи з ізольованими особливостями. Іррегулярно особливі точки.	8	2	2	4

Тема 2.4. Класична теорія збурень. Регулярно та сингулярно збурені задачі.	8	2	2	4
Тема 2.5. Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених систем диференціальних рівнянь.	16	4	4	8
Тема 2.6. Задачі з нестабільним спектром.	4	2	2	
Тема 2.7. Диференціально-алгебраїчні системи рівнянь.	16	4	6	6
Розрахункова робота	8			8
Модульна контрольна робота	6		2	4
Залік	8	2		6
Всього годин	120	30	30	60

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. А.М. Самойленко, М.І. Шкіль, В.П. Яковець. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями. - К.: Вища школа, 2000.
2. М.І. Шкіль. Асимптотичні методи в диференціальних рівняннях. - К.: Вища школа, 1971.
3. М.І. Шкіль, В.М. Лейфура, П.Ф. Самусенко. Диференціальні рівняння. - К.: Техніка, 2003.
4. П.Ф. Самусенко. Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених диференціально-алгебраїчних систем рівнянь. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023.

Додаткова література

5. W. Wasow. Asymptotic expansions for ordinary differential equations. N.Y.: R.E. Krieger, 1976.
6. J. K. Hale. Ordinary Differential Equations, 2nd ed., Robert E. Krieger. 1980.
7. A.B. Vasileva, V. F. Butuzov, L. V. Kalachev. The Boundary Function Method for Singular Perturbation Problems. Philadelphia: SIAM, 1995.
8. A. H. Nayfeh. Perturbation methods. John Wiley & Sons, 2008.
9. F. R. Gantmacher, The Theory of Matrices, Chelsea, 1959.
10. S. L. Campbell, Singular Systems of Differential Equations, Pitman, 1980.
11. S. L. Campbell, Singular Systems of Differential Equations II, Pitman, 1982.
12. A. H. Nayfeh. Introduction to perturbation techniques. John Wiley & Sons, 2011.

Інформаційні ресурси

13. П.Ф. Самусенко. Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених диференціально-алгебраїчних систем рівнянь [Електронний ресурс] : монографія / П. Ф. Самусенко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 14,85 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. - 202 с.
Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/66953>
14. П.Ф. Самусенко. Диференціальні рівняння. Збірник задач [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 111 «Математика» / П. Ф. Самусенко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 11,64 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2024. – 189 с.
Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/66946>

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна/дистанційна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Матриці. Дії на матрицями. Власні значення та власні вектори матриці. <i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 3, 9].
2	Характеристичний та мінімальний многочлен матриці. Матричні функції. <i>Рекомендована література:</i> [3, 9].
3	Теорія елементарних дільників. <i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 3, 9].
4	Матричні рівняння. <i>Рекомендована література:</i> [9].
5	В'язка матриць. Регулярні та сингулярні в'язки матриць. Кронекерова форма в'язки матриць. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4, 9].
6	Системи лінійних диференціальних рівнянь. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. <i>Рекомендована література:</i> [3].
7	Лінійні системи з ізольованими особливостями. Регулярно особливі точки. <i>Рекомендована література:</i> [5, 8, 12].
8	Лінійні системи з ізольованими особливостями. Іррегулярно особливі точки. <i>Рекомендована література:</i> [5, 8, 12].
9	Класична теорія збурень. Регулярно та сингулярно збурені задачі. <i>Рекомендована література:</i> [5, 8, 12].
10, 11	Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених систем диференціальних рівнянь. Випадок сталого спектру. Теореми про асимптотичне розщеплення. <i>Рекомендована література:</i> [1-3, 5, 8, 12].
12	Задачі з нестабільним спектром. <i>Рекомендована література:</i> [5, 8, 12].
13, 14	Диференціально-алгебраїчні системи рівнянь. Властивості розв'язків ДАС. Сингулярно збурені ДАС. <i>Рекомендована література:</i> [1, 4].
15	Залік.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Характеристичний та мінімальний многочлен матриці. Матричні функції. <i>Завдання на СРС:</i> [9, 14].
2	Теорія елементарних дільників. <i>Завдання на СРС:</i> [9, 14].
3	Матричні рівняння. <i>Завдання для СРС:</i> [9].
4	В'язка матриць. Регулярні та сингулярні в'язки матриць. Кронекерова форма в'язки матриць. <i>Завдання для СРС:</i> [1, 3, 9].
5	Системи лінійних диференціальних рівнянь. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. <i>Завдання для СРС:</i> [3, 14].

6	Лінійні системи з ізольованими особливостями. Регулярно особливі точки. Завдання для СРС: [5, 8, 12].
7	Лінійні системи з ізольованими особливостями. Іррегулярно особливі точки. Завдання для СРС: [5, 8, 12].
8	Класична теорія збурень. Регулярно та сингулярно збурені задачі. Завдання для СРС: [5, 8, 12].
9, 10	Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених систем диференціальних рівнянь. Випадок сталого спектру. Теореми про асимптотичне розщеплення. Завдання для СРС: [1-3, 5, 8, 12].
11	Задачі з нестабільним спектром. Завдання для СРС: [5, 8, 12].
12- 14	Диференціально-алгебраїчні системи рівнянь. Властивості розв'язків ДАС. Сингулярно збурені ДАС. Завдання для СРС: [1, 4].
15	Модульна контрольна робота.

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання розрахункової роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до заліку.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Її складовими частинами є опрацювання відповідних літературних джерел, підготовка до занять, виконання розрахункової роботи, підготовка до МКР та заліку.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
1	6	120	30	30	60	1	1	залік

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Рейтингова система оцінювання містить такі види тестування: МКР, РГР. Кожен студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (РГР).

Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота складається з двох частин:

МКР-1 «Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами» - ваговий бал 30

МКР-2 «Асимптотичне інтегрування систем диференціальних рівнянь» - ваговий бал 30

Максимальний бал 30+30=60.

Кожне завдання МКР оцінюється у відсотковому відношенні.

Критерії оцінювання

- 100 % : повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації; повне, безпомилкове розв'язування завдань);
- 75 % : достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або є незначні неточності;
- 50 % : неповна відповідь на завдання (не менше 50%) та є помилки і певні недоліки;
- 25 % : неповна відповідь на завдання (не більше 50%), є суттєві помилки і значні недоліки;
- 0 % : неправильна відповідь на завдання, неправильний метод розв'язування.

У випадку дистанційної форми навчання передбачено захист МКР.

Мета модульних контрольних робіт – виявлення рівня засвоєння відповідних модулів,

Розрахунково-графічна робота

Розрахунково-графічна робота виконується і захищається частинами, що за змістом відповідають модульній контрольній роботі. Кожна частина РГР здається в терміни, встановлені викладачем. Кожне завдання РГР оцінюється у відсотковому відношенні аналогічно до завдань МКР.

Ваговий бал 40.

Заохочувальні бали

- за належну підготовку до практичних занять і активну роботу на них;
 - за призові місця на факультетських та університетських олімпіадах з вищої математики.
- Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (10 балів).

Форма семестрового контролю – залік

Необхідною умовою допуску до заліку є набір студентом за семестр не менше 40 балів. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу (доскласти РГР, написати МКР) та підвищити свій рейтинг.

При семестровому рейтингу не менше 60 балів, студент отримує залік «автоматом» відповідно до таблиці

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

Студент може збільшити кількість балів шляхом написання залікової контрольної роботи, що містить 5 завдань, кожне з яких оцінюється 4 балами.

Кожне завдання залікової контрольної роботи оцінюється у відсотковому відношенні аналогічно до завдань МКР.

Максимальна кількість балів за залікову контрольну роботу: $4 \text{ бали} \times 5 \text{ завдань} = 20 \text{ балів}$.

За результатом виконання залікової контрольної роботи та сумою набраних балів в семестрі студент отримує залік відповідно до таблиці.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

Професор кафедри МАтаТЙ, докт. фіз.-мат. наук, професор Самусенко П.Ф.

Ухвалено кафедрою МАтаТЙ (протокол № 14 від 25.06.2025 р.).

Погоджено Методичною комісією факультету ПМ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.).