



# ПРИКЛАДНІ МОДЕЛІ НЕЛІНІЙНОГО РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### ● Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Другий (освітньо-науковий)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	Перший / осінній семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів (150 годин), з них аудиторні – 36 годин лекційні , 36 годин практичні заняття, СРС – 78 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Іспит/МКР, РГР
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.ф.-м. н., проф. Іванов Олександр Володимирович, e-mail: <a href="mailto:alexntuu@gmail.com">alexntuu@gmail.com</a> Практичні: к.ф.-м. н., ст. викладач д.ф.-м. н., проф. Іванов Олександр Володимирович, e-mail: <a href="mailto:alexntuu@gmail.com">alexntuu@gmail.com</a>
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

● Програма навчальної дисципліни

**1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання**

<p><b>Цілі дисципліни</b></p>	<p>Дисципліна відноситься до математичних дисциплін, у яких розглядаються математичні методи аналізу та статистичні процедури оцінювання параметрів нелінійних моделей регресії, що виникають у різноманітних прикладних дослідженнях.</p> <p>Мета навчальної дисципліни полягає в ознайомленні майбутніх фахівців-математиків з основними методами отримання асимптотичних властивостей оцінки найменших квадратів (ОНК) параметрів нелінійних моделей регресії, таких як консистентність, асимптотична нормальність, збіжність моментів оцінки, асимптотичні розклади різної природи</p>
<p><b>Предмет навчальної дисципліни</b></p>	<p>Асимптотичні властивості ОНК (консистентність, асимптотична нормальність, збіжність моментів), ОНК невідомої дисперсії похибки спостережень, <math>\chi^2</math> – властивості найуживаніших в нелінійному регресійному аналізі функціоналів від ОНК, методика порівняння потужностей різних статистичних тестів, які використовують нелінійні ОНК, обчислювальні алгоритми отримання ОНК в нелінійних схемах регресії</p>
<p><b>Компетентності</b></p>	<p>ЗК1 Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики</p> <p>ЗК3 Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу</p> <p>ЗК5 Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації</p> <p>ЗК8 Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово</p> <p>ФК1 Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань</p> <p>ФК3 Здатність до використання принципів, методів та організаційних процедур дослідницької та/або інноваційної діяльності</p> <p>ФК4 Спроможність розуміти наукові проблеми та виділяти їх суттєві риси</p> <p>ФК6 Здатність зрозуміло і недвозначно донести власні знання, висновки та аргументацію до фахівців і нефахівців, зокрема до осіб, які навчаються</p> <p>ФК8 Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань</p> <p>ФК10 Здатність розв'язувати прикладні задачі аналізу даних математичними методами та методами комп'ютерної статистики і обирати для цього адекватні математичні засоби</p> <p>ФК11 Здатність відтворювати знання фундаментальних розділів математики й страхової та фінансової математики оцінюючи ризики в тих предметних областях, де проводяться дослідження</p> <p>ФК13 Здатність сформулювати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, у фінансовій та страховій сферах</p> <p>ФК14 Здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в учбових</p>

	зкладах тощо.
<b>Програмні результати навчання</b>	<p>РН1 Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики</p> <p>РН2 Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії</p> <p>РН4 Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів</p> <p>РН7 Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики та/або розв'язувати задачі в інших галузях знань методами математичного моделювання</p> <p>РН11 Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел</p> <p>РН12 Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей</p> <p>РН13 Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати</p> <p>РН15 Знати спеціальні математичні дисципліни для оцінки ризиків у банківській та фінансовій сферах і страхуванні: фінансову математику фондового ринку, стохастичні диференціальні рівняння, ланцюги та процеси Маркова, аналіз часових рядів, правильно змінні функцій у теорії ймовірностей, прикладні моделі нелінійного регресійного аналізу.</p>

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

### Пререквізити.

У структурно-логічній схемі освітньої програми підготовки за даної спеціальності вибірковій навчальній дисципліні «Прикладні моделі нелінійного регресійного аналізу» (ПО 3) логічно пов'язані з нормативним компонентом «Аналіз часових рядів» (ПО 4) та «Ланцюги та процеси Маркова» (ПО 5).

### Постреквізити.

Знання та уміння, отримані здобувачем під час вивчення цієї дисципліни, будуть потрібні їм під час наукової роботи за темою магістерської дисертації та подальшої роботи за фахом.

## 3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Лінійні та нелінійні моделі регресії. Попередні зауваження

Тема 1.1. Означення лінійних та нелінійних моделей з точки зору теорії систем та головні труднощі нелінійної теорії

Тема 1.2. Означення ОНК через оцінку максимальної вірогідності та приклади найуживаніших нелінійних моделей

Розділ 2. Логарифмування нелінійної регресії та консистентність ОНК

Тема 2.1. Властивості логарифмічної ОНК

Тема 2.2. Консистентність ОНК

Розділ 3. Асимптотична нормальність нелінійної ОНК

Тема 3.1. Стохастичний асимптотичний розклад та теорема про асимптотичну нормальність ОНК

Тема 3.2. Подальші результати про асимптотичну нормальність ОНК та асимптотичні розклади моментів оцінки

Розділ 4. Оцінювання дисперсії похибки спостережень

Тема 4.1. Ефект нелінійності: стохастичний асимптотичний розклад залишкової суми квадратів, як ОНК дисперсії

Тема 4.2. Методи складаного ножа та кросперевірки

Розділ 5. Важливі функціонали від ОНК

Тема 5.1.  $\chi^2$  – властивості функціоналів від ОНК та їхні асимптотичні розклади

Тема 5.2. Поправка Бартлета та надійні області для невідомого параметра нелінійної регресії

Розділ 6. Перевірка гіпотез у нелінійному регресійному аналізі

Тема 6.1. Статистика для перевірки простих гіпотез та критичні області

Тема 6.2. Порівняння потужностей критеріїв

Розділ 7. Деякі обчислювальні аспекти нелінійної ОНК

Тема 7.1. Методи Гаусса-Ньютона та Левенберга-Марквардта

Тема 7.2. Критерії одноекстремальності та глобального екстремуму

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### 1. Базова література

1. Іванов О.В. Вступ до нелінійного регресійного аналізу (конспект лекцій), Київ, НТУУ «КПІ», 2011, 66 с.
2. Seber G.A.F., Wild C.J. Nonlinear Regression, Wiley, 2003, 800 p. [Електронний ресурс] – режим доступу до ресурсу: [http://www.ru.ac.bd/wp-content/uploads/sites/25/2019/03/304\\_11\\_Seber\\_Nonlinear-Regression-2003.pdf](http://www.ru.ac.bd/wp-content/uploads/sites/25/2019/03/304_11_Seber_Nonlinear-Regression-2003.pdf)
3. Ivanov A.V. Asymptotic Theory of Nonlinear Regression, Kluwer AP, Dordrecht, 1997, 327 p.

##### 2. Допоміжна

4. Bates D.M., Watts D.G. Nonlinear Regression Analysis and its applications, Wiley, New York, 2007

#### ● Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### Лекції.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
	<u>Нелінійні моделі регресії.</u> Означення лінійних та нелінійних моделей з точки зору теорії складних систем. Модель чорної скрині. Переваги нелінійних моделей та головні труднощі нелінійної теорії <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 5-11, [2], с. 4-15

<p><u>Означення нелінійної ОНК та приклади нелінійних моделей.</u> Означення ОНК через оцінку максимальної вірогідністю Властивості лінійної ОНК. Приклади найуживаніших нелінійних моделей. Задача про вивчення прихованих періодичностей</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 11-19, [2], с. 4-19</p>
<p><u>Логарифмування нелінійної регресії.</u> Властивості логарифмічної ОНК. Мультиплікативні та адитивні похибки спостережень вихідної експоненціальної моделі регресії</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 19-21, [3], с. 73-78</p>
<p><u>Консистентність ОНК 1.</u> Різні означення консистентності. Приклади неконсистентних ОНК. Компактна параметрична множина: теорема Дженрича.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 21-28, [3], с. 64-68</p>
<p><u>Консистентність ОНК 2.</u> Необмежена параметрична множина: теорема Малінво. Важливе обмеження на функцію регресії. Інформаційна матриця Фішера. Вплив гладкості функції регресії на консистентність ОНК</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 29-33, [3], с. 45-54</p>
<p><u>Консистентність ОНК 3.</u> Сильна консистентність ОНК у задачі виявлення прихованих періодичностей.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [3], с. 58-70</p>
<p><u>Асимптотична нормальність ОНК.</u> Означення асимптотичної нормальності. Стохастичний асимптотичний розклад ОНК. Асимптотична нормальність оцінки максимальної вірогідності. Ефективність ОНК</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 34-39, [2], с. 79-108</p>
<p><u>Подальші результати про асимптотичну нормальність 1.</u> Збіжність моментів ОНК 1-го та 2-го порядків. Нерівність Беррі-Ессена для розподілу ОНК. Надійні області для невідомого параметра нелінійної регресії (перший підхід)</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 40-46, [2], с. 191-196</p>
<p><u>Подальші результати про асимптотичну нормальність 2.</u> Асимптотичний розклад зміщення та коваріаційної матриці ОНК. Три шляхи поліпшення характеристик моментів ОНК</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 40-46, [3], с. 155-168</p>
<p><u>Оцінка дисперсії похибки спостережень 1.</u> Ефект нелінійності: стохастичний асимптотичний розклад залишкової суми квадратів ОНК дисперсії. Статистичні властивості ОНК дисперсії</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 47-50, [3], с. 168-188</p>
<p><u>Оцінка дисперсії похибки спостережень 2.</u> Оцінювання дисперсії за перетвореною вибіркою методу складаного ножа та кросперевірки</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 47-50, [3], с. 196-207</p>
<p><u>Важливі функціонали від ОНК 1.</u> <math>\chi^2</math> – властивість функціоналів від ОНК та їхні стохастичні асимптотичні розклади</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 50-55, [3], с. 207-229</p>
<p><u>Важливі функціонали від ОНК 2.</u> Поправка Бартлета. Надійні області для невідомого параметра регресії (другий підхід)</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1], с. 50-55, [3], с. 224-229</p>
<p><u>Перевірка гіпотез у нелінійному регресійному аналізі 1.</u> Статистики для перевірки простих гіпотез та критичні області</p>

	<i>Рекомендована література:</i> [1], с. 55-59, [3], с. 229-250
	<u>Перевірка гіпотез у нелінійному регресійному аналізі 2. Тужностей критеріїв Рао, Неймана-Пірсона, Вальда.</u> <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 55-59, [3], с. 229-250
	<u>Обчислювальні аспекти нелінійної ОНК. Метод Гаусса-Ньютона та Левенберга-Марквардта. Критерії однокстремальності та глобального екстремуму</u> <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 60-62, [2], с. 619-627
	<u>Геометрія асимптотичних розкладів 1. Міри нелінійності (статистичні кривизни) нелінійних регресійних моделей</u> <i>Рекомендована література:</i> [3], с. 256-266
	<u>Геометрія асимптотичних розкладів 1. Геометрична інтерпретація асимптотичних розкладів</u> <i>Рекомендована література:</i> [3], с. 276-284

## Практичні заняття.

<b>№ з/п</b>	<b>Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)</b>
	Найуживаніші нелінійні моделі регресії Завдання СРС: [1], с. 11-19, [2], с. 4-10
	Отримання аналогу консистентності для логарифмічної ОНК параметрів експоненціальної функції регресії Завдання СРС: [1], с. 19-21, [3], с. 73-78
	Перевірка умов теореми Дженрича для тригонометричної моделі регресії Завдання СРС: [1], с. 21-28, [3], с. 64-68
	Перевірка умов теореми Малінво Завдання СРС: [1], с. 29-33, [3], с. 45-54
	Сильна консистентність ОНК параметрів в тригонометричній моделі регресії Завдання СРС: [3], с. 58-70
	Перевірка умов теореми про асимптотичну нормальність ОНК Завдання СРС: [1], с. 34-39, [2], с. 79-108
	Побудова надійних областей для невідомого параметра нелінійної регресії 1 Завдання СРС: [1], с. 40-46, [2], с. 191-196
	Обчислення зсуву нелінійної ОНК та асимптотика її коваріаційної матриці Завдання СРС: [1], с. 40-46, [3], с. 155-168
	Статистичні властивості ОНК дисперсії похибки спостережень Завдання СРС: [1], с. 47-50, [3], с. 168-188
	Модульна контрольна робота
	Зміщення ОНК дисперсії та дисперсія ОНК дисперсії Завдання СРС: [1], с. 47-50, [3], с. 196-207
	$\chi^2$ – властивість функціоналів від ОНК Завдання СРС: [1], с. 50-55, [3], с. 207-229

	Надійні області для невідомого параметра нелінійної регресії 2 Завдання СРС: [1], с. 50-55, [3], с. 224-229
	Статистики для перевірки простих гіпотез та критичні області Завдання СРС: [1], с. 55-59, [3], с. 229-250
	Порівняння потужностей критеріїв Рао, Неймана-Пірсона, Вальда Завдання СРС: [1], с. 55-59, [3], с. 229-250
	Алгоритми обчислювання нелінійної ОНК Завдання СРС: [1], с. 60-62, [2], с. 619-627
	Поняття статистичної кривизни нелінійних регресійних моделей Завдання СРС: [3], с. 256-266
	Геометрична інтерпретація асимптотичних розкладів Завдання СРС: [3], с. 276-284

## 6. Самостійна робота студента/аспіранта другого рівня вищої освіти

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи (тестові завдання в дистанційних курсах на платформі Moodle);
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до іспиту.

## ● Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях. Здобувачу другого рівня вищої освіти рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливою частиною якісного засвоєння навчального матеріалу та відпрацювання методів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Крім вказаного вище, вона містить підготовку до МКР, РГР та екзамену.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf).

Зокрема, рейтинг здобувача третього рівня вищої освіти з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально 50 балів) та балів за іспит (максимально 50 балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Рейтингова система оцінювання включає якість виконання домашніх завдань МКР та РГР. Кожний здобувач другого рівня освіти отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг здобувача другого рівня освіти з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- виконання домашніх завдань;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахунково-графічної роботи;
- відповіді на екзамені.

### Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання:

Метод оцінювання	Кількість	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в Балах
Виконання домашніх завдань	5	5	10
Модульна контрольна робота	1	12	20
Розрахунково-графічна робота	1	13	20
Стартовий рейтинг		30	50
Іспит	1		50
Підсумковий рейтинг		60	100

Сума стартових балів та балів за іспит переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри МАтаТЙ, д.ф.-м.н., професором Івановим О.В.

Ухвалено кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 13 від 11.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024 р.)