

**Питання до екзамену для студентів 1-го курсу ФІОТ  
з кредитного модулю „Вища математика-1. Диференціальне та  
інтегральне числення функцій однієї змінної”  
спеціальності 6.050102 „Комп’ютерна інженерія”**

1. Множини: основні поняття, дії над множинами та їх властивості, діаграми Ейлера-Вінна.

2. Числові множини, приклади, обмежені та необмежені числові множини. Точна верхня і точна нижня межі числових множин. Існування точних меж. Приклади.

3. Числова послідовність та її границя, означення, геометрична інтерпретація, єдиність границі. Необхідна умова збіжності числової послідовності. Збіжність геометричної прогресії. Арифметичні властивості збіжних числових послідовностей. Властивості збіжних числових послідовностей, що виражаються нерівностями.

4. Число  $e$ . Існування  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ . Натуральні логарифми. Наслідки.

5. Монотонні та обмежені числові послідовності: означення, приклади. Теорема Вейєрштрасса про існування границі числової послідовності. Підпослідовність послідовності. Верхня та нижня границі числової послідовності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса.

6. Поняття границі функції за Гейне та за Коші. Приклади, геометрична інтерпретація. Односторонні границі функції в точці і їх зв'язок з границею функції в точці. Критерій Коші існування границі функції.

7. Перша чудова границя. Наслідки.

8. Друга чудова границя. Наслідки.

9. Узагальнення поняття границі на випадок нескінченно великого значення аргумента та нескінченного значення функції ( $x \rightarrow \infty$ ,  $f(x) \rightarrow \infty$ ). Геометрична інтерпретація.

10. Локальні властивості функцій, що мають границю в точці: обмеженість функції в околі точки; єдиність границі; знак функції та знак границі.

11. Властивості границь функцій, що виражаються нерівностями. Теорема про границю проміжної функції.

12. Нескінченно малі функції: означення, властивості, порівняння нескінченно малих функцій.

13. Еквівалентні нескінченно малі функції: означення, приклади. Критерій еквівалентності нескінченно малих функцій. Головна частина нескінченно малої функції. Приклади. Теорема про зв'язок значення функції, її границі та нескінченно малої функції. Критерій Коші існування границі функції.

14. Поняття неперервної функції в точці: основні означення, приклади. Одностороння неперервність в точці, її зв'язок з неперервністю функції в точці. Неперервність елементарних функцій. Точки розриву функції та їх характеристика. Геометрична інтерпретація, приклади.

15. Поняття складеної функції. Теорема про неперервність складеної функції в точці. Правило граничного переходу для неперервної функції. Дії над неперервними функціями в точці. Існування і неперервність оберненої функції.

16. Поняття неперервної на відрізку функції. Теорема Больцано-Коші про проміжні значення неперервної функції та про перетворення в 0 функції на відрізку. Метод половинного ділення відрізка наближеного розв'язування алгебраїчних рівнянь.

17. Неперервність функції на відрізку. Теорема Вейерштрасса про обмеженість неперервної функції та досягнення нею найбільшого та найменшого значень. Гіперболічні функції, їхні властивості та графіки.

18. Поняття похідної функції, геометричний зміст. Рівняння дотичної та нормалі до кривої. Похідні основних елементарних функцій:  $x^a$ ,  $a^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ . Основні правила диференціювання функцій. Похідні  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$ .

19. Похідна функції в точці: означення, необхідна умова існування похідної функції в точці. Односторонні похідні. Нескінченні похідні. Суперпозиція функцій. Теорема про диференціювання складеної функції.

20. Обернена функція та її похідна. Вивід формул диференціювання  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ .

21. Диференційовність функції в точці. Необхідна і достатня умова диференційовності функції в точці. Поняття диференціала функції. Геометричний зміст. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца для обчислення  $\sin^{(n)} x$ ,  $\cos^{(n)} x$ .

22. Диференціал функції: означення, формула для обчислення, інваріантність диференціала. Правила диференціювання.

23. Параметрично та неявно задані функції. Диференціювання неявно та параметрично заданих функцій. Диференціювання показниково-степеневих функцій.

24. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора. Теорема про розклад функції за формулою Тейлора та Маклорена. Залишок формули Тейлора в формі Лагранжа та Пеано.

25. Формули маклорена для основних елементарних функцій:  $\sin x, \cos x, e^x, \operatorname{sh}x, \operatorname{ch}x$ . Формули Маклорена для степеневі функції  $(1+x)^\alpha$  та  $\ln(1+x)$ . Єдність розкладу функції за формулою за формулою Тейлора. Наближене обчислення за допомогою формулою Маклорена.

26. Теорема Коші. Правило Лопітала розкриття невизначеностей виду  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ . Невизначеності типу  $\infty \cdot \infty, 0 \cdot \infty, \infty^0, 1^\infty, 0^0$ .

27. Локальний екстремум функції. Теорема Ферма. Необхідна та достатня умова існування в термінах першої та вищих похідних.

28. Опуклість функції на інтервалі: означення, необхідна та достатні умови. Точки перегину. Асимптоти кривої.

29. Теорема Лагранжа. Формула скінченних приростів. Геометрична інтерпретація.

30. Теорема Ролля. Геометрична інтерпретація.

31. Поняття первісної функції, невизначеного інтегралу та їх властивості. Таблиця невизначених інтегралів. Метод заміни змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Обчислення  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ .

32. Розклад многочлена на множники. Основна теорема алгебри. Теорема Безу. Теорема про властивості коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами. Розклад правильних раціональних дробів на елементарні. Загальна схема розкладу.

33. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Рекурентна формула  $I_n = \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$ .

34. Інтегрування тригонометричних виразів.

35. Інтегрування ірраціональних виразів та диференціальних біномів  $\int x^m (a + bx^n)^p dx$ .

36. Визначений інтеграл Рімана: означення, достатні умови існування, необхідна умова інтегрованості, геометричний зміст.

37. Визначений інтеграл Рімана: інтегрування частинами, заміною змінної.