

**Питання до екзамену для студентів 2-го курсу ФІОТ
з кредитного модулю „Додаткові розділи вищої математики-2. Ряди.
ТФКЗ. Операційне числення”
спеціальності 6.050102 „Комп’ютерна інженерія”**

1. Числові ряди. Загальні поняття: означення числового ряду, частинної суми; збіжні та розбіжні числові ряди, необхідна ознака збіжності, наслідок. Геометричний та гармонічний ряд. Властивості збіжних числових рядів.
2. Додатні числові ряди. Ознаки порівняння, наслідок. Ознаки Даламбера та Коші збіжності числових рядів. Наслідки. Обчислення границі $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!}$.
3. Інтегральна ознака збіжності додатного числового ряду. Збіжність узагальненого гармонічного ряду.
4. Знакозмінні числові ряди. Теорема Лейбніца, наслідок. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди та їх властивості. Теорема Рімана.
5. Функціональні ряди. Область збіжності, сума ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Необхідна і достатня умови. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Означення рівномірної збіжності. Критерій Коші. Теорема Вейерштрасса.
6. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Теореми про неперервність суми та інтегрування рівномірно збіжних функціональних рядів.
7. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Теорема про диференціювання рівномірно збіжних функціональних рядів.
8. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності. Властивості степеневих рядів.
9. Ряд Тейлора. Розклад функції в степеневий ряд. Єдиність розкладу. Необхідна та достатня умови розкладу функції в ряд Тейлора. Ряди Маклорена для основних елементарних функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$, shx , chx , $\ln(1+x)$.
10. Ряди Маклорена для $(1+x)^\alpha$, $\arcsin x$, $\arctg x$.
11. Степеневі ряди з комплексними членами. Основні функції комплексної змінної та їх властивості.
12. Тригонометричний ряд Фур’є для 2π та $2l$ -періодичних функцій. Частинні випадки: парні та непарні функції. Теорема Діріхле. Амплітудний та частотний спектр. Ряд Фур’є для неперіодичних функцій та функцій заданих на проміжку $[0; \pi]$ та $[0; l]$.
13. Комплексна форма ряду Фур’є.
14. Інтеграл Фур’є (різні форми). Перетворення Фур’є (поняття). Синус та косинус перетворення Фур’є. Інтеграл Фур’є в комплексній формі.
15. Похідна функції комплексної змінної. Необхідна та достатня умови аналітичності функції (доведення необхідності). Поняття похідної функції в точці та в області. Геометричний зміст модуля та аргументу похідної.

Гармонічні функції. Спряжені гармонічні функції. Відновлення аналітичної функції за дійсною чи уявною частиною.

16. Поняття про інтеграл функції комплексної змінної та його властивості. Обчислення інтегралу від функції комплексної змінної: $\int_C (z - z_0)^\alpha dz, C: |z - z_0| = R$.

17. Інтегральна формула Коші. Основна теорема Коші для одно- та багатозв'язної областей. Основна властивість аналітичної функції. Її застосування для обчислення інтегралу.

18. Представлення аналітичної функції степеневим рядом Тейлора.

19. Представлення аналітичної функції степеневим рядом Лорана.

20. Ізольовані особливі точки та їх класифікація. Усувні особливі точки (необхідна та достатня умови). Поняття полюсу. Теорема про поведінку функції в області полюса. Суттєво особлива точка, означення та теореми про необхідну і достатню умови. Теорема Сохотського.

21. Поняття лишку та його обчислення в особливих точках. Теорема Коші про лишки.

22. Поняття функції оригіналу та основні поняття про перетворення Лапласа. Приклади ($\eta(t)$ – функція Хевісайда, $e^{\alpha t}$). Теорема про існування зображення по Лапласу. Теорема Мелліна. Перетворення Лапласа. Властивості зображення по Лапласу (лінійність та подібність). Приклади: $\sin \omega t, \cos \omega t, \operatorname{sh} \omega t, \operatorname{ch} \omega t$.

23. Перетворення Лапласа. Диференціювання оригіналу та зображення. Приклади зображення степеневих функцій: $t^n, n \in \mathbb{N}$.

24. Перетворення Лапласа. Інтегрування оригіналу та зображення.

Зображення $\int_0^t \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau$.

25. Перетворення Лапласа. Теореми про запізнення та зміщення. Зображення ступеневої (східчастої) функції.

26. Згортка функцій, її властивості. Теорема Бореля. Інтеграл Дюамеля.

27. Теореми розкладу (I та II). Розв'язок лінійних диференціальних рівнянь та систем за допомогою перетворення Лапласа.

28. Інтегро-диференціальні рівняння Вольтера I та II роду. Розв'язування їх за допомогою перетворення Лапласа.