

Питання на іспит з математичного аналізу для студентів 2 курсу ФІОТ

1. Числові ряди. Загальні поняття: означення числового ряду, частинної суми; збіжні числові ряди та їх властивості, необхідна ознака збіжності, наслідок. Геометричний ряд. Критерій Коші збіжності числових рядів. Гармонічний ряд.

2. Додатні числові ряди. Ознаки порівняння та Даламбера збіжності числових рядів. Наслідки. Обчислення границі $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!}$.

3. Радикальна ознака Коші. Інтегральна ознака збіжності додатного числового ряду. Збіжність узагальненого гармонічного ряду.

4. Знакозмінні числові ряди. Теорема Лейбніца, наслідок.

5. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди та їх властивості. Теорема Рімана.

6. Функціональні послідовності. Область збіжності. Гранична функція послідовності. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Функціональні ряди. Область збіжності, сума ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Необхідна і достатня умови.

7. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Означення рівномірної збіжності. Критерій Коші. Теорема Вейерштрасса.

8. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Теорема про неперервність суми.

9. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Теореми про диференціювання та інтегрування рівномірно збіжних функціональних рядів.

10. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності. Властивості степеневих рядів.

11. Ряд Тейлора. Розклад функції в степеневий ряд. Єдиність розкладу. Необхідна та достатня умови розкладу функції в ряд Тейлора.

12. Ряди Маклорена для основних елементарних функцій $e^x, \sin x, \cos x, \sin x, \cos x$ та їх застосування до наближених обчислень.

13. Ряд Маклорена для логарифмічної функції $\ln(1+x)$, її застосування до наближених обчислень. Обчислення $\ln 2$ з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$.

14. Ряди Маклорена для $(1+x)^\alpha, \arcsin x, \arctg x$ та їх застосування до наближених обчислень значень функції. Обчислення числа π з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

15. Тригонометричний ряд Фур'є для 2π -періодичних функцій. Частинні випадки: парні та непарні функції. Теорема Діріхле. Амплітудний та частотний спектр.

16. Ряд Фур'є для $2l$ -періодичних функцій. Частинні випадки: парні та непарні функції. Ряд Фур'є для неперіодичних функцій та функцій заданих на проміжку $[0; \pi]$ та $[0; l]$.

17. Комплексна форма ряду Фур'є.

18. Інтеграл Фур'є (різні форми). Перетворення Фур'є (поняття). Синус та косинус перетворення Фур'є.

19. Поняття функції оригіналу та основні поняття про перетворення Лапласа. Приклади ($\eta(t)$ -функція Хевісайда, $e^{\alpha t}$) Теорема про існування зображення по Лапласу. Теорема Мелліна.

20. Перетворення Лапласа. Властивості зображення по Лапласу (лінійність та подібність). Диференціювання оригіналу та зображення. Приклади: $\sin \omega t, \cos \omega t, sh \omega t, ch \omega t$ та $t^n, n \in \mathbb{N}$.

21. Перетворення Лапласа. Інтегрування оригіналу та зображення. Теореми про запізнення та зміщення. Зображення ступеневої (східчастої) функції.

22. Згортка функцій, її властивості. Теорема Бореля. Інтеграл Дюамеля. Розв'язування ЛОДР зі сталими коефіцієнтами та системи таких рівнянь за допомогою операційного числення.

23. Теорема розкладу (I та II).

24. Інтегро-диференціальні рівняння Вольтера I та II розу. Розв'язування їх за допомогою перетворення Лапласа.