

Екзамен з математичного аналізу

ФІОТ, групи ІП,ІК за ІІ семестр 2014р.

Викладач Жук В.А.

1. Означення функції n -змінних. Границя функції n -змінних та її властивості. Нескінченно малі функції n -змінних та їх властивості.
2. Неперервність функції n -змінних в точці. Локальні властивості неперервних функцій (локальна обмеженість, збереження знаку).
3. Арифметичні властивості неперервних функції n -змінних. Неперервність композиції.
4. Різні типи множин в \mathbb{R}^n (відкриті, замкнуті, обмежені, компактні). Неперервні функції на множині. Теореми Вейєрштрасса про неперервні функції на компактi.
5. Означення частинної похідної та диференційовної функції n -змінних. Необхідна умова диференційовності функції n -змінних.
6. Достатня умова диференційовності функції n -змінних. Геометричний зміст диференційовності функції (дотична площина і нормаль).
7. Похідна складної функції. Диференціал функції n -змінних та його властивості.
8. Похідна за напрямом. Градієнт функції n -змінних та його властивості.
9. Частинні похідні вищих порядків. Теорема про мішані похідні (без доведення). Диференціали вищих порядків функції n -змінних (означення та обчислення). Формула Тейлора для функції n -змінних. Наслідок.
10. Необхідна умова локального екстремуму функції n -змінних. Достатня умова локального екстремуму функції n -змінних.
11. Умовний (відносний) екстремум функції n -змінних. Метод Лагранжа.
12. Квадровні множини (означення, приклади). Два означення подвійного інтеграла та його властивості. Достатня умова інтегровності функції двох змінних (без доведення).
13. Обчислення подвійного інтеграла по прямокутнику та по елементарних областях.
14. Теорема про середнє значення для подвійного інтеграла. Регулярні відображення площини. Теорема про заміну змінної в подвійному інтегралі (без доведення). Перехід до полярних координат в подвійному інтегралі.

15. Кубовні множини (означення, приклади). Два означення потрійного інтеграла та його властивості. Достатня умова інтегровності функції трьох змінних (без доведення).
16. Обчислення потрійного інтеграла по паралелепіпеду та по елементарних областях.
17. Регулярні відображення в просторі. Теорема про заміну змінної в потрійному інтегралі (без доведення). Перехід в потрійному інтегралі до циліндричних та сферичних координат.
18. Криволінійний інтеграл I роду (означення та обчислення). Властивості цього інтеграла.
19. Криволінійний інтеграл II роду (означення та обчислення). Властивості цього інтеграла.
20. Умови незалежності криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування. Відновлення функції по її диференціалу.
21. Формула Гріна. Наслідок для однозв'язних плоских областей.
22. Диференціальні рівняння I порядку (означення, геометричний зміст). Задача Коші для диференціального рівняння I порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння I порядку (без доведення). Метод розв'язку диференціального рівняння з відокремними змінними та однорідного диференціального рівняння I порядку.
23. Лінійні диференціальні рівняння I порядку. Рівняння Бернуллі.
24. Диференціальні рівняння вищих порядків (означення). Задача Коші для диференціального рівняння n-го порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння n-го порядку (без доведення). Метод зниження порядку диференціального рівняння.
25. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку (означення, теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші). Однорідні лінійні рівняння n-го порядку (властивості множини розв'язків).
26. Лінійно залежні та незалежні системи функцій. Теорема Вронського. Теорема про структуру множини розв'язків лінійного однорідного та неоднорідного диференціального рівняння n-го порядку.
27. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Побудова фундаментальних систем розв'язків для різних випадків коренів характеристичного полінома. Метод Лагранжа розв'язку лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь.

28. Означення числового ряду та його збіжності. Необхідна умова збіжності числового ряду. Залишок числового ряду. Властивості збіжних числових рядів. Критерій Коші збіжності числового ряду.
29. Знакосталі числові ряди. Перша та друга ознаки порівняння.
30. Ознака Даламбера та радикальна ознака Коші збіжності числових рядів.
31. Інтегральна ознака збіжності числового ряду.
32. Ознака Лейбніца збіжності знакозмінного числового ряду. Оцінка залишку знакозмінного числового ряду.
33. Абсолютна та умовна збіжність числового ряду. Ознаки абсолютної збіжності (порівняння, Даламбера, Коші).
34. Функціональні ряди (означення, область збіжності, рівномірна збіжність). Операції над функціональними рядами. Ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності.
35. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Структура області збіжності степеневого ряду. Радіус збіжності степеневого ряду та його обчислення.
37. Ряд Тейлора (означення, умови збіжності). Аналітичні функції (означення, достатня умова аналітичності функції).
38. Ортогональні системи функцій. Тригонометрична система та її ортогональність. Вивести формули для коефіцієнтів Фур'є. Достатня умова збіжності ряду Фур'є.
39. Ряд Фур'є для функцій довільного періоду. Властивості ряду Фур'є для парних та непарних функцій.

