

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою

Фізико-математичного факультету

Протокол № 1 від 23 лютого 2017 р.

Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ В.В. Ванін

м.п.

**ПРОГРАМА**

основного вступного випробування

на освітньо-професійну програму підготовки аспіранта

спеціальності 111 Математика

Програму рекомендовано кафедрою

математичного аналізу та теорії

ймовірностей

Протокол № 6 від 22 лютого 2017 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ О.І. Клесов

## I. ВСТУП

В сучасній науці і техніці математичні методи дослідження, моделювання і проектування відіграють важливу роль. Важливим завданням курсу вищої математики є розвиток логічного і алгоритмічного мислення студентів, вміння проводити математичний аналіз прикладних задач. Ця програма з вищої математики відображає нові вимоги, які ставить до математичної освіти ХХІ століття. Її характеризує прикладна направленість та орієнтація на використання математичних методів, особлива увага до ймовірно-статистичних методів в зв'язку з її практичною значимістю. Загальний курс математики становить фундамент математичної підготовки.

Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Вступники повинні з повним розумінням знати фундаментальні закони математики, а також методи їх досліджень, вміти застосовувати ці знання при розгляді окремих явищ, поєднувати їх суть з аналітичними співвідношеннями, вміти використовувати знання з курсів базових математичних дисциплін, при вивченні інших дисциплін, як загально-інженерних, так і за фахом. Вступне випробування відбувається у вигляді письмового екзамену.

Кожен з вступників отримує білет, в якому міститься три теоретичних питання з математики. На підготовку відповіді відводиться 90 хв. часу.

## II. ОСНОВНИЙ ВИКЛАД

Програма вступного випробування складена на основі програм таких дисциплін: «Функціональний аналіз», «Теорія ймовірностей», «Комплексний аналіз», «Випадкові процеси», «Математична статистика», «Аналіз часових рядів»— і містить такі розділи:

### 1. Функціональний аналіз

1. Принцип стислих відображень в метричних просторах.
2. Міра Лебега в  $\mathbb{R}$ .
3. Компактність та повна обмеженість. Теорема Хаусдорфа.
4. Інтеграл Лебега.
5. Критерій компактності в просторі неперервних функцій (теорема Арцела).
6. Теорема про продовження міри з алгебри на  $\sigma$ -алгебру.
7. Повні метричні простори. Принцип вкладених куль.
8. Інтеграл Лебега-Стілтєса.
9. Теореми Єгорова та Лузіна.
10. Оператори Гілберта-Шмідта та інтегральні оператори.
11. Теорема Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла.
12. Теорема Кантора про незліченність множини дійсних чисел.

13. Теорема Ф. Рісса про загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів на просторі неперервних функцій.
14. Добуток мір та теорема Фубіні.
15. Критерій компактності в  $\mathbb{R}$ .
16. Типи збіжності вимірних функцій.
17. Лінійні неперервні функціонали. Теорема Хана-Банаха.
18. Формула Гріна.
19. Оборнений оператор. Теорема Банаха про оборнений оператор.
20. Теорема Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла.
21. Вимірні функції та їх властивості.
22. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.
23. Властивості неперервних на компактній функцій.

## **2. Теорія ймовірностей**

1. Дискретні розподіли: Бернуллі, біноміальний, Пуассона
2. Неперервні розподіли: рівномірний, нормальний
3. Ймовірнісний простір: аксіоми теорії ймовірностей; неперервність ймовірності
4. Умовна ймовірність, формула повної ймовірності
5. Випадкові величини, функція розподілу
6. Моменти випадкової величини; математичне сподівання, дисперсія
7. Нерівність Чебишева; закон великих чисел
8. Випадкові вектори, спільна функція розподілу
9. Кореляція, коваріація; нерівність Буняковського-Коші
11. Багатовимірний нормальний розподіл
11. Характеристичні функції, властивості
12. Слабка збіжність розподілів
13. Закон великих чисел Хінчіна
14. Центральна гранична теорема

## **3. Випадкові процеси**

1. Процес Пуассона
2. Вінерівський процес
3. Ланцюги Маркова; кластфікація станів
4. Ланцюги Маркова; ергодичність
5. Ланцюги Маркова: стаціонарний розподіл
6. Стохастичні диференціальні рівняння; означення, приклади
7. Стохастичні диференціальні рівняння; формула Іто

## **4 Математична статистика**

1. Вибіркове оцінювання параметрів розподілу
2. Метод максимальної правдоподібності
3. Задача регресії; оцінка параметрів методом найменших квадратів

## **5. Аналіз часових рядів**

1. Стаціонарні послідовності; властивості, приклади
2. Процеси ARMA(p,q)

3. Задача прогнозування стаціонарних послідовностей
4. Стаціонарні процеси; приклади
5. Ергодичність стаціонарних процесів
6. Спектральна функція, спектральна щільність стаціонарних процесів
7. Задача фільтрації для стаціонарних процесів
8. Крос-характеристики фільтрів для стаціонарних процесів

### **6. Комплексний аналіз**

1. Аналітичні функції.
2. Умови аналітичності функції комплексної змінної.
3. Інтеграл функції комплексної змінної
4. Інтегральна теорема, формула Коші.
5. Інтегральна теорема Коші
6. Інтегральна формула Коші.
7. Ряд Лорана, особливі точки.
8. Розклад в ряд Лорана.
9. Теорія лишків.
10. Обчислення інтегралів за допомогою лишків.

### **III. ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ**

#### **1. Допоміжні матеріали.**

На екзамені не допускається користування додатковою літературою.

#### **2. Критерії оцінювання.**

Екзаменаційний білет складається з трьох теоретичних питань з математики.

Система оцінювання оцінює здатність вступника:

- узагальнювати отримані знання для вирішення конкретних завдань, проблем;
- застосовувати правила, методи, принципи, закони у конкретних ситуаціях;
- аналізувати і оцінювати факти, події та робити обґрунтовані висновки;
- інтерпретувати схеми, графіки, діаграми;
- викладати матеріал логічно, послідовно, з дотриманням вимог стандартів.

Відповідь вступника оцінюється за 100-бальною шкалою (по 33-34 бали за кожне питання). Правильною відповіддю вважається повне і адекватне висвітлення питання згідно з Програмою основного фахового випробування.

Після цього здійснюється перерахування цих балів у оцінку ECTS згідно з таблицею:

Сума набраних балів	Оцінка
<b>95...100</b>	A
<b>85...94</b>	B
<b>75...84</b>	C
<b>65...74</b>	D
<b>60...64</b>	E
<b>Менше 60</b>	F

### **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ, Киев, Вища школа, 1990..
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Ч. 1,2. Київ, Либідь, 1994.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа, Москва, "Наука", 1989.
4. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика, Киев, Вища школа, 1979.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей, М., Наука, 1988.
6. Клесов О. І., Теорія ймовірностей та математична статистика, електронний конспект лекцій, Київ, НТУУ «КПІ», 2012.
7. Крамер Г. Математические методы статистики, М., Мир, 2003.
8. Ширяев А.Н. Вероятность-1, М., МЦНМО, 2004.
9. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. — Изд. 13-е. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. — 432 с.

Розробник програми:

зав. каф. математичного аналізу та теорії ймовірностей, д.ф.-м.н., проф.

Клесов Олег Іванович

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові)