

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Фізико-математичний факультет

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою

Фізико-математичного факультету

Протокол № 1 від 23 лютого 2017 р.

Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ В.В. Ванін

м.п.

**ПРОГРАМА**

для додаткового вступного випробування  
на освітньо-професійну програму підготовки аспіранта  
спеціальності 111 Математика

Програму рекомендовано кафедрою  
математичного аналізу та теорії  
ймовірностей

Протокол № 6 від 22 лютого 2017 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ О.І. Клесов

## I. ВСТУП

В сучасній науці і техніці математичні методи дослідження, моделювання і проектування відіграють важливу роль. Важливим завданням курсу вищої математики є розвиток логічного і алгоритмічного мислення студентів, вміння проводити математичний аналіз прикладних задач. Ця програма з вищої математики відображає нові вимоги, які ставить до математичної освіти ХХІ століття. Її характеризує прикладна направленість та орієнтація на використання математичних методів, особлива увага до ймовірно-статистичних методів в зв'язку з її практичною значимістю. Загальний курс математики становить фундамент математичної підготовки.

Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Вступники повинні з повним розумінням знати фундаментальні закони математики, а також методи їх досліджень, вміти застосовувати ці знання при розгляді окремих явищ, поєднувати їх суть з аналітичними співвідношеннями, вміти використовувати знання з курсів базових математичних дисциплін, при вивченні інших дисциплін, як загально-інженерних, так і за фахом.

Кожен з вступників отримує білет, в якому міститься три теоретичних питання з математики. На підготовку відповіді відводиться 90 хв. часу.

## II. ОСНОВНИЙ ВИКЛАД

Програма додаткового випробування складена на основі програм таких дисциплін: «Топологія», «Диференціальна геометрія», «Варіаційне числення і методи оптимізації», «Математична логіка», «Теоретична механіка», – і містить такі розділи:

### **Розділ 1. Варіаційне числення і методи оптимізації**

1. Зв'язок задач варіаційного числення із задачами оптимізації та оптимального керування.
2. Класичні задачі варіаційного числення та оптимізаційні задачі математичної фізики.
3. Методи побудови наближених розв'язків варіаційних задач у параметричних класах функцій.
4. Умови оптимальності та екстремальні розв'язки варіаційних задач. Рівняння Ейлера.
5. Варіаційні задачі із обмеженнями. Узагальнені теореми Каруша-Куна-Таккера.
6. Градієнтні методи побудови розв'язків ускладнених варіаційних задач.
7. Друга варіація і достатні умови екстремуму. Теорема Лежандра.
8. Прямі методи варіаційного числення. Методи Рітца і Гальоркіна.
9. Умови оптимальності розв'язків варіаційних задач для функцій багатьох змінних.

10. Умови оптимальності розв'язків варіаційних задач для функціоналів від функцій і їх похідних вищих порядків. Рівняння Ейлера-Пуассона.

11. Варіаційні принципи.

12. Задачі оптимального керування. Задачі багатокритеріальної оптимізації.

## **Розділ 2. Математична логіка.**

1. Логічні операції над висловленнями. Таблиці істинності. Тавтології.

2. Рівносильність формул алгебри висловлювань. Кон'юнктивна та диз'юнктивна нормальні форми.

3. Булеві функції. Теорема про функціональну повноту. Логічне слідування на базі алгебри висловлювань.

4. Алфавіт числення висловлювань. Правила утворення. Побудова числення висловлювань.

5. Поняття предиката. Логічні операції над предикатами. Квантори. Логічно загально значущі формули логіки предикатів.

6. Застосування символіки математичної логіки в математичних формулюваннях.

## **Розділ 3. Топологія.**

1. Топологія та топологічні простори.

2. Метрика та метричні простори. Топологія, індукована метрикою.

3. Відкриті множини, околи, внутрішність, ізольовані точки.

4. Замкнені множини, замикання множини, граничні точки.

5. Підпростори топологічних просторів. Індукована топологія.

6. Неперервні відображення. Гомеоморфізми.

## **Розділ 4. Диференціальна геометрія.**

1. Крива, елементарна, проста, регулярна. Способи задання кривої. Особливі точки регулярних плоских кривих.

2. Асимптоти плоских кривих. Вектор-функція скалярного аргументу, властивості.

3. Дотична крива. Рівняння дотичних до кривої. Стична (із кривою) площина.

4. Стичні криві. Обвідна сім'я кривих.

5. Довжина дуги кривої: натуральна параметризація. Кривизна кривої.

6. Скрут кривої. Формула Френеля.

7. Теорема про повне завдання поверхні своєю кривизною та скрутом.

8. Плоскі криві. Еволюта, евольвента плоскої кривої.

9. Дотична площина та нормаль до поверхні. Поверхня стична із кривою.

10. Стична сфера. Стичний параболоїд: класифікація точок поверхні.

11. Обвідні сім'ї поверхонь. Обвідні сім'ї площин, залежних від одного параметра.

12. Перша квадратична форма. Довжина ліній поверхні. Кут між лініями на поверхні.

## **Розділ 5. Теоретична механіка.**

1. Кінематика точки.

2. Кінематика твердого тіла.

3. Відносний рух.

4. Статика.
5. Загальні теорема динаміки.
6. Частині завдання динаміки точки.
7. Динаміка невільних систем матеріальних точок.
8. Рух системи матеріальних точок у потенціальному полі.
9. Малі коливання.
10. Динаміка абсолютно твердого тіла.

### ІІІ. ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ

#### 1. Допоміжні матеріали.

На екзамені не допускається користування додатковою літературою.

#### 2. Критерії оцінювання.

Екзаменаційний білет складається з трьох теоретичних питань з математики.

Система оцінювання оцінює здатність вступника:

- узагальнювати отримані знання для вирішення конкретних завдань, проблем;
- застосовувати правила, методи, принципи, закони у конкретних ситуаціях;
- аналізувати і оцінювати факти, події та робити обґрунтовані висновки;
- інтерпретувати схеми, графіки, діаграми;
- викладати матеріал логічно, послідовно, з дотриманням вимог стандартів.

Відповідь вступника оцінюється за 100-бальною шкалою (по 33-34 бали за кожне питання). Правильною відповіддю вважається повне і адекватне висвітлення питання згідно з Програмою додаткового вступного випробування.

Після цього здійснюється перерахування цих балів у оцінку ECTS згідно з таблицею:

Сума набраних балів	Оцінка
<b>95...100</b>	зараховано
<b>85...94</b>	
<b>75...84</b>	
<b>65...74</b>	
<b>60...64</b>	
<b>Менше 60</b>	не зараховано

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики. Т. I (кинематика, статика, динамика точки). 2-е изд. — М.: Наука, 1977. — 480 с.
2. Борисенко О.А. Дифференціальна геометрія та топологія. 1995.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: 2005.
4. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. М.: 1979.
5. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. М.: Мир, 1972.

Розробник програми:

зав. каф. математичного аналізу та теорії ймовірностей, д.ф. -м.н., проф.

Клесов Олег Іванович

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові)