



ВСЕУКРАЇНСЬКА ОЛІМПІАДА
З МАТЕМАТИКИ
КПІ ІМ. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
ОЧНИЙ ТУР, 2018 Р.



1. Група з трьох дорослих і п'ятнадцяти дітей їде на екскурсію, вартість якої для дорослих складає 180 грн., а для дитини 35% від вартості для дорослого. Скільки коштує екскурсія для всієї групи?

2. Чому дорівнює значення виразу

$$2\log_5(a+b) - \log_5 2018ab,$$

якщо $a^2 + b^2 = 2016ab$, ($a > 0, b > 0$)?

3. Сума сторін прямокутного трикутника дорівнює 36. Сума квадратів його сторін дорівнює 450. Знайдіть площу цього трикутника.

4. Знайдіть $f(\sqrt{3,92})$, попередньо спростивши вираз

$$f(x) = (5 - 2x^2) \left(\frac{1+x+x^2}{x^2+2x} + 2 - \frac{1-x+x^2}{2x-x^2} \right)^{-1}.$$

5. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{x^3 - x^2}{|x-1|}.$$

6. Відомо, що $x + y = \sqrt{5}$, $x - y = \sqrt{3}$. Знайдіть

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x}.$$

7. Відомо, що $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$. Чому дорівнює

$$(\sin \alpha)^3 + (\cos \alpha)^3?$$

8. Розв'яжіть нерівність

$$2^{1-2/\sqrt{x}} < 0,125.$$

9. Знайдіть квадратичну функцію $y = ax^2 + bx + c$, яка при $x = -\frac{3}{4}$ набуває найбільшого значення, рівного 3,25, а при $x = 0$ її значення дорівнює одиниці.

10. Перший член b_1 зростаючої геометричної прогресії (b_n) дорівнює 6. Знайдіть найменше значення виразу $9b_1 - 4b_3 + b_5$.