

**Колоквіум**  
**з математичного аналізу**  
**для студентів I курсу ФІОТ**

1. Множини: основні поняття, дії над множинами та їх властивості. Об'єднання та перетин множин і їх властивості (діаграми Ейлера-Вінна).
  2. Числові множини, обмежені та необмежені числові множини. Точна верхня і точна нижня межі числових множин. Існування точних меж. Приклади.
  3. Числова послідовність та її границя, означення, геометрична інтерпретація, єдиність границі. Необхідна умова збіжності числової послідовності. Збіжність геометричної прогресії.
  4. Арифметичні властивості збіжних числових послідовностей. Збіжність проміжної послідовності. Властивості збіжних числових послідовностей, що виражаються нерівностями.
  5. Число  $e$ . Існування  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ . Натуральні логарифми. Наслідки.
  6. Монотонні та обмежені числові послідовності: означення, приклади. Теорема Вейєрштрасса про існування границі числової послідовності. Підпослідовність послідовності. Верхня та нижня границі числової послідовності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса.
  7. Поняття границі функції за Гейне та за Коші. Приклади, геометрична інтерпретація. Односторонні границі функції в точці і їх зв'язок з границею функції в точці. Критерій Коші існування границі функції.
  8. Перша чудова границя. Наслідки.
  9. Друга чудова границя. Наслідки.
  10. Узагальнення поняття границі на випадок нескінченно великого значення аргумента та нескінченного значення функції ( $x \rightarrow \infty, f(x) \rightarrow \infty$ ). Геометрична інтерпретація.
  11. Локальні властивості функцій, що мають границю в точці: обмеженість функції в околі точки; єдиність границі; знак функції та знак границі.
  12. Властивості границь функцій, що виражаються нерівностями. Теорема про границю проміжної функції.
  13. Нескінченно малі функції: означення, властивості, порівняння нескінченно малих функцій.
  14. Еквівалентні нескінченно малі функції: означення, приклади. Критерій еквівалентності нескінченно малих функцій. Головна частина нескінченно малої функції. Приклади.
  15. Еквівалентність нескінченно малих функцій: означення. Обчислення границь функцій за допомогою еквівалентних нескінченно малих функцій.
  16. Теорема про зв'язок значення функції, її границі та нескінченно малої функції. Критерій Коші існування границі функції.
-

17. Поняття неперервної функції в точці: основні означення, приклади. Одностороння неперервність в точці, її зв'язок з неперервністю функції в точці. Неперервність елементарних функцій. Точки розриву функції та їх характеристика. Геометрична інтерпретація, приклади

18. Поняття складеної функції. Теорема про неперервність складеної функції в точці. Правило граничного переходу для неперервної функції.

19. Дії над неперервними функціями в точці. Існування і неперервність обернених функцій.

20. Поняття неперервної на відрізку функції. Теореми Больцано-Коші про проміжні значення та про перетворення в нуль неперервної на відрізку функції. Метод половинного ділення відрізка наближеного розв'язання алгебраїчних рівнянь.

21. Неперервність функції на відрізку. Теорема Вейерштрасса про обмеженість неперервної функції на відрізку та досягнення нею найбільшого та найменшого значень.

22. Гіперболічні функції, їхні властивості та графіки.