

Міністерство освіти і науки, молоді і спорту України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”

Комплексні числа та елементи вищої алгебри
Дидактичні матеріали до контрольної роботи з аналітичної
геометрії та лінійної алгебри для студентів першого курсу технічних факультетів./Уклад.: Н.М.Задерей,
К.Ю.Мамса, Г.Д.Нефьодова. – К.: НТУУ “КПІ”, 2012. - с.

*Гриф надано Методичною радою ФМФ НТУУ “КПІ”
(Протокол № від)*

Навчальне видання

Комплексні числа та елементи вищої алгебри.

Комплексні числа та елементи вищої алгебри.

Дидактичні матеріали до модульної контрольної роботи
з аналітичної геометрії та лінійної алгебри
для студентів першого курсу технічних факультетів

Дидактичні матеріали до модульної контрольної роботи
з аналітичної геометрії та лінійної алгебри
для студентів першого курсу технічних факультетів

Укладачі : *Задерей Надія Миколаївна, канд. фіз.-мат. наук, доцент.
Мамса Катерина Юрійівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент.
Нефьодова Галина Дмитрівна, канд. фіз.-мат. наук, ст.викл.*

Відповідальний редактор *Ю.П.Буценко, канд. фіз.-мат. наук, доцент.*

Рецензент *А.М. Кулик, канд. фіз.-мат. наук, доцент.*

*За редакцією укладачів.
Електронна версія.*

Вступ.

Тема «Комплексні числа та елементи вищої алгебри» вивчається в курсі аналітичної геометрії та лінійної алгебри в першому семестрі і використовується в курсі математичного аналізу та інших курсах.

Дидактичні матеріали містять 30 варіантів модульної контрольної роботи, яку виконують студенти першого курсу технічних спеціальностей в першому семестрі. Робота складається з чотирьох завдань і розрахована на 45 хвилин.

У першому завданні потрібно виконати дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.

У другому завданні необхідно знайти всі значення кореня з комплексного числа використовуючи формулу Муавра, попередньо здійснивши перехід до тригонометричної форми і зобразити їх точками на комплексній площині.

У третьому завданні необхідно зобразити множину точок на комплексній площині, які задовольняють вказані умови.

У четвертому завданні необхідно раціональний дріб розкласти в суму простих дробів, виділивши попередньо цілу частину і розклавши знаменник на множники.

До всіх задач додаються відповіді.

Варіант 1

1. Виконати дії:

$$\frac{1+2i}{2-i} + 4(2i-3) - i^3$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-8+8\sqrt{3}i}$

3. Зобразити множину точок
 $\{z \in C : 2 \leq |z+i+1| \leq 3, \operatorname{Re} z \geq 0\}$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{2x^4 + 2x^3 + 12x^2 + 9x - 9}{x^3 + x^2 + 5x + 5}$$

Варіант 2

1. Виконати дії:

$$\frac{1-3i}{-1+\sqrt{3}i} + 4i - i^5$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{16}$

3. Зобразити множину точок
 $\{z \in C : |z-2| < |z-2i|; \operatorname{Im} z \leq 3\}$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{3x^3 + 2x^2 - 3x - 14}{x^3 + x^2 + x - 3}$$

Варіант 3

1. Виконати дії:

$$\frac{2i}{\sqrt{2}-i} + 8i^3 - 4i^7$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-1}$

3. Зобразити множину точок
 $\{z \in C : \operatorname{Im} z^2 \leq 2, \operatorname{Re} z \geq -3\}$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 3x - 6}{x^3 + 4x^2 + 7x + 6}$$

Варіант 4

1. Виконати дії:

$$\frac{4i+1}{1-i} + (2-i)(3+i) - i^7$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{\frac{i}{27}}$

3. Зобразити множину точок
 $\left\{z \in C : |z|^2 - 2\operatorname{Re} z < 0, -\frac{\pi}{2} \leq \arg z < 0\right\}$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^3 + x^2 - 3x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 2}$$

Варіант 5

1. Виконати дії:

$$\frac{5i-1}{i+1} + (2+i)(6-i) - i^3$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{1-\sqrt{3}i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : \operatorname{Im} \bar{z} \geq -5, |z+2i| > |z+2|\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{x^4 - x^3 - 2x^2 - 5x - 17}{x^3 - x^2 + x - 6}$$

Варіант 6

1. Виконати дії:

$$\frac{(3+2i)(1-i)}{1+i} - i^7$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{1+i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z|^2 > 2 + 4 \operatorname{Im} z, 0 \leq \arg z < \frac{\pi}{3}\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{-x^4 + 3x^3 - 10x + 20}{x^3 - 3x^2 + x - 3}$$

Варіант 7

1. Виконати дії:

$$\frac{(3-7i)(2-i)}{1-i} - 7i^3$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{-3+3i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{z \in C : |z-i| \leq 1, \frac{-\pi}{2} \leq \arg(z-i) \leq \frac{\pi}{4}\right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{2x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 10x + 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}$$

Варіант 8

1. Виконати дії:

$$\frac{2+3i}{1-3i} + 7(i+2) - i^3$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-\sqrt{3}-i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z+i| \leq 2, |z-i| \geq 2|\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 16x - 9}{x^3 + 2x^2 + 3x + 6}$$

Варіант 9

1. Виконати дії:

$$\frac{(3-i)(1-2i)}{1-i} + i^4$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-2+2\sqrt{3}i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-1+i| \geq 1, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z \leq -1\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{2x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 9x + 1}{2x^4 + x^2 + 2x + 2}$$

Варіант 10

1. Виконати дії:

$$\frac{(1-3i)(1+i)}{1-2i} + 2i^{11}$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{ z \in C : |z|^2 < 1 - 2\operatorname{Re} z, 0 \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4} \right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x - 7}{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}$$

Варіант 11

1. Виконати дії:

$$\frac{(1+2i)(1-2i)}{3-i} + (1+i)^2 + i^3$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{7+7i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-1| > 1, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 0\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^3 + x^2 + 4x - 11}{x^3 + 2x + 3}$$

Варіант 12

1. Виконати дії:

$$\frac{(1-4i)(1+i)}{1-i} + (2+2i)^2 + i^7$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{-5+5i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{ z \in C : |z-2-i| < 1, \frac{\pi}{6} < \arg z \leq \frac{\pi}{4} \right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^3 + 8x^2 + 11x + 9}{x^3 + 5x^2 + 4x + 20}$$

Варіант 13

1. Виконати дії:

$$\frac{(2-i)(3-i)}{1+i} + (3-3i)^2 + i^3$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{81i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{ z \in C : 1 \leq z \cdot \bar{z} < 4, |\arg z| \leq \frac{\pi}{4} \right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{x^4 + 3x^3 + 10x - 12}{x^3 + 3x^2 + 5x + 15}$$

Варіант 14

1. Виконати дії:

$$\frac{(5-i)(1-i)}{2+i} + (1-i)^2 + i^5$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{\sqrt{3}-i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-2+i| \geq 1, \operatorname{Re} z \leq 2, -2 \leq \operatorname{Im} z \leq 0\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 7x - 16}{x^3 - 2x^2 + 7x - 14}$$

Варіант 15

1. Виконати дії:

$$\frac{(3-i)(2-i)}{1+i} + (4-4i)^2 + i^7$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : z \cdot \bar{z} < 2, \operatorname{Re} z \leq 1, |\operatorname{Im} z| < 1\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{2x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 7x + 4}{x^3 + x^2 + 5x + 5}$$

Варіант 16

1. Виконати дії:

$$\frac{(1+4i)}{3-i} + (i-2)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{8i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : 2 \leq |z-2i| < 4, \operatorname{Re} z \leq 0\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 13x^2 + 13x + 11}{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}$$

Варіант 17

1. Виконати дії:

$$\frac{2+2i}{1-4i} + (2-4i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-16+16i\sqrt{3}}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : 1 < |z-1| \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{2x^4 - 9x^3 + 10x^2 - 14x + 11}{x^3 - 4x^2 + x - 4}$$

Варіант 18

1. Виконати дії:

$$\frac{4-i}{2+i} + (1+i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{16i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-2-2i| \leq 1, |z| \leq 2\sqrt{2}\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^4 - x^3 + 5x^2 + 20x - 43}{x^3 + x^2 + 4x + 30}$$

Варіант 19

1. Виконати дії:

$$\frac{3-2i}{4+5i} + (2-i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-16-16\sqrt{3}i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{z \in C : |z+2i| \leq 2, -\frac{\pi}{4} \leq \arg z < 0\right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^4 - 7x^3 + 21x^2 - 35x + 20}{x^3 - 6x^2 + 12x - 16}$$

Варіант 20

1. Виконати дії:

$$\frac{4+7i}{1-8i} + (i-1)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-2i| \leq 2, 0 \leq \operatorname{Im} z < 2\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^4 - 5x^3 + 17x^2 - 8x - 15}{x^3 - 5x^2 + 17x - 13}$$

Варіант 21

1. Виконати дії:

$$\frac{1-2i}{4+3i} + (2-3i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-16}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z+i| = |z+1|\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{x^3 + 7x^2 + 14x - 2}{x^3 + 5x^2 + 7x - 13}$$

Варіант 22

1. Виконати дії:

$$\frac{7+5i}{3-2i} + (2-i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z+i| \leq 2, |z-i| \leq 2\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{2x^3 + 4x^2 + 5x - 7}{x^3 + x^2 + 3x - 5}$$

Варіант 23

1. Виконати дії:

$$\frac{3-4i}{1+2i} + (4-2i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{-i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-2| = |1-2\bar{z}|\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{-x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}$$

Варіант 24

1. Виконати дії:

$$\frac{1-i}{2+4i} + (1+2i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{1-i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-i| = |z-1|\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дробі

$$\frac{2x^3 + 3x^2 + 2x - 1}{x^3 - 1}$$

Варіант 25

1. Виконати дії:

$$\frac{2}{3-4i} + (1-2i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{-8i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{ z \in C : \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{2} \right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{-x^3 + x^2 - 5x + 20}{x^3 + 3x^2 + 12x + 10}$$

Варіант 26

1. Виконати дії:

$$\frac{2+3i}{5-2i} + (i-1)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{-81}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{ z \in C : \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = 2 \right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{-2x^4 + 4x^3 + 3x - 1}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

Варіант 27

1. Виконати дії:

$$\frac{4-5i}{2+2i} + (1-3i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{27i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z-1| = |z+2i|\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{2x^3 + x^2 - 3x + 28}{x^3 + x + 10}$$

Варіант 28

1. Виконати дії:

$$\frac{2-3i}{4+5i} + (4-i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{-27i}$

3. Зобразити множину точок

$$\left\{ z \in C : \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{2} \right\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{-2x^3 + 20x^2 - 56x + 81}{x^3 - 6x^2 + 21x - 26}$$

Варіант 29

1. Виконати дії:

$$\frac{3+i}{7-5i} + (1-2i)^2$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[4]{1+\sqrt{3}i}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : \operatorname{Re} z^2 = 1\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{-2x^3 - 3x^2 - 10x - 1}{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}$$

Варіант 30

1. Виконати дії:

$$\frac{2}{4-8i} + \frac{1}{i^3}$$

2. Знайти всі значення $\sqrt[3]{-8}$

3. Зобразити множину точок

$$\{z \in C : |z+i| \geq 1, -2 \leq \operatorname{Im} z \leq 0, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2\}$$

4. Розкласти раціональний дріб на елементарні дроби

$$\frac{x^4 - 2x^3 + 5x^2 - x + 3}{x^3 - x^2 - x - 2}$$

Відповіді:**Варіант 1**

1. $-\frac{54}{5} - \frac{38}{5}i$

2. $\omega_k = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \right) \right), k = 0, 1, 2, 3.$

3.
$$\begin{cases} 4 \leq (x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

4. $2x - \frac{1}{x+1} + \frac{3x-4}{x^2+5}$

Варіант 2

1. $-\frac{1+3\sqrt{3}}{4} + \frac{15-\sqrt{3}}{4}i$

2. $\omega_k = 2 \left(\cos \frac{k\pi}{2} + i \sin \frac{k\pi}{2} \right), k = 0, 1, 2, 3.$

3.
$$\begin{cases} y < x \\ y \leq 3 \end{cases}$$

4. $3 - \frac{2}{x-1} + \frac{x-1}{x^2+2x+3}$

Варіант 3

1. $-\frac{2}{3} + \frac{2\sqrt{2}-12}{3}i$

2. $\omega_k = \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right), k = 0, 1, 2, 3.$

3.
$$\begin{cases} yx \leq 1 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

4. $1 - \frac{4}{x+2} + \frac{2x}{x^2+2x+3}$

Варіант 4

1. $\frac{11}{2} + \frac{5}{2}i$

2. $\omega_k = \frac{1}{3} \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \right) \right), k = 0, 1, 2.$

3.
$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 < 1 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \arg z < 0 \end{cases}$$

4. $1 + \frac{2}{x-1} + \frac{x-3}{x^2-x+2}$

Варіант 5

1. $15 + 6i$

2. $\omega_k = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \right) \right), k = 0, 1, 2, 3.$

3.
$$\begin{cases} y > x \\ y \leq -5 \end{cases}$$

4. $x - \frac{3}{x-2} + \frac{4}{x^2+x+3}$

Варіант 6

1. $2 - 2i$

2. $\omega_k = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \right) \right), k = 0, 1, 2, 3.$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y-2)^2 > 6 \\ 0 \leq \arg z < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$4. -x - \frac{1}{x-3} + \frac{2x-7}{x^2+1}$$

Варіант 7

$$1. 8 + 3i$$

$$2. \omega_k = \sqrt[3]{18} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \arg(z-i) \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$4. 2x + \frac{3}{x-2} + \frac{x-1}{x^2-x+1}$$

Варіант 8

$$1. 13,3 + 8,9i$$

$$2. \omega_k = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \leq 4 \\ x^2 + (y-1)^2 \geq 4 \end{cases}$$

$$4. x - \frac{3}{x+2} + \frac{5x}{x^2+3}$$

Варіант 9

$$1. 5 - 3i$$

$$2. \omega_k = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 \geq 1 \\ x < 1, \quad y \leq -1 \end{cases}$$

$$4. 2x + \frac{1}{x+1} + \frac{6x-1}{x^2+2}$$

Варіант 10

$$1. \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$$

$$2. \omega_k = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} (x+1)^2 + y^2 < 2 \\ 0 \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$4. x - \frac{2}{x-3} + \frac{x+1}{x^2+2}$$

Варіант 11

$$1. \frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$$

$$2. \omega_k = \sqrt[3]{98} \left(\cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2.$$

$$3. \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 > 1 \\ -1 \leq y \leq 0 \end{cases}$$

$$4. 1 - \frac{3}{x+1} + \frac{4x-5}{x^2-x+3}$$

Варіант 12

$$1. 4 + 8i$$

$$2. \omega_k = \sqrt[3]{50} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2.$$

$$3. \begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 < 1 \\ \frac{\pi}{6} < \arg z \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$4. 1 + \frac{1}{x+5} + \frac{2x-3}{x^2+4}$$

Варіант 13

$$1. 1 - 24i$$

$$2. \omega_k = 3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 < 4 \\ -\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$4. x - \frac{3}{x+3} - \frac{2x-1}{x^2+5}$$

Варіант 14

$$1. \frac{2}{5} - \frac{21}{5}i$$

$$2. \omega_k = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 \geq 1 \\ x \leq 2, \quad -2 \leq y \leq 0 \end{cases}$$

$$4. x - \frac{2}{x-2} - \frac{3x-1}{x^2+7}$$

Варіант 15

$$1. -38i$$

$$2. \omega_k = \cos\left(-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + y^2 < 2 \\ x \leq 1, \quad -1 < y < 1 \end{cases}$$

$$4. 2x + \frac{1}{x+1} - \frac{2x+1}{x^2+5}$$

Варіант 16

$$1. \frac{29}{10} - \frac{27}{10}i$$

$$2. \omega_k = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} 4 \leq x^2 + (y-2)^2 \leq 16 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$4. x + 1 + \frac{2}{x+1} + \frac{x-4}{x^2+2x+5}$$

Варіант 17

$$1. -\frac{210}{17} - \frac{272}{17}i$$

$$2. \omega_k = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} 1 \leq (x-1)^2 + y^2 < 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$4. 2x - 1 + \frac{3}{x-4} + \frac{x-1}{x^2+1}$$

Варіант 18

$$1. \frac{7}{5} + \frac{4}{5}i$$

$$2. \omega_k = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 8 \end{cases}$$

$$4. x - 2 + \frac{2}{x+3} + \frac{x-1}{x^2 - 2x + 10}$$

Варіант 19

$$1. \frac{125}{41} - \frac{187}{41}i$$

$$2. \omega_k = 2\sqrt[4]{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y+2)^2 \leq 4 \\ -\frac{\pi}{4} \leq \arg z < 0 \end{cases}$$

$$4. x - 1 + \frac{2}{x-4} + \frac{x+1}{x^2 - 2x + 4}$$

Варіант 20

$$1. -\frac{52}{65} - \frac{91}{65}i$$

$$2. \omega_k = \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y-2)^2 \leq 4 \\ 0 \leq y < 2 \end{cases}$$

$$4. x - \frac{1}{x-1} + \frac{x+2}{x^2 - 4x + 13}$$

Варіант 21

$$1. -\frac{127}{25} - \frac{311}{25}i$$

$$2. \omega_k = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. y = x$$

$$4. 1 + \frac{1}{x-1} + \frac{x+2}{x^2 + 6x + 13}$$

Варіант 22

$$1. \frac{50}{13} - \frac{23}{13}i$$

$$2. \omega_k = \cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \leq 4 \\ x^2 + (y-1)^2 > 4 \end{cases}$$

$$4. 2 + \frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{x^2 + 2x + 5}$$

Варіант 23

$$1. 11 - 18i$$

$$2. \omega_k = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} \right), \quad k = 0, 1, 2.$$

$$3. x^2 + y^2 = 1$$

$$4. -1 + \frac{2}{x+1} + \frac{x-2}{x^2 + x + 1}$$

Варіант 24

1. $-\frac{31}{10} + \frac{27}{10}i$

2. $\omega_k = \sqrt[8]{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{16} + \frac{\kappa\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{16} + \frac{\kappa\pi}{2}\right) \right), \kappa = 0, 1, 2, 3.$

3. $y = x$

4. $2 + \frac{2}{x-1} + \frac{x+1}{x^2+x+1}$

Варіант 25

1. $-\frac{69}{25} - \frac{92}{25}i$

2. $\omega_k = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\kappa\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\kappa\pi}{3}\right) \right), \kappa = 0, 1, 2.$

3. $x^2 + (y+1)^2 \geq 1$

4. $-1 + \frac{2}{x+1} + \frac{x-2}{x^2+x+1}$

Варіант 26

1. $\frac{4}{29} - \frac{39}{29}i$

2. $\omega_k = 3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\kappa\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\kappa\pi}{2}\right) \right), \kappa = 0, 1, 2, 3.$

3. $(x-1)^2 + y^2 = 1$

4. $-2x + \frac{1}{x-2} + \frac{x+1}{x^2+1}$

Варіант 27

1. $-\frac{33}{4} - \frac{33}{4}i$

2. $\omega_k = 3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\kappa\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\kappa\pi}{3}\right) \right), \kappa = 0, 1, 2.$

3. $2x + 4y + 3 = 0$

4. $2 + \frac{2}{x+2} - \frac{x-1}{x^2-2x+5}$

Варіант 28

1. $\frac{608}{41} - \frac{350}{41}i$

2. $\omega_k = 3 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2\kappa\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2\kappa\pi}{3}\right) \right), \kappa = 0, 1, 2.$

3. $x^2 + (y+1)^2 = 1$

4. $-2 + \frac{3}{x-2} + \frac{x}{x^2-4x+13}$

Варіант 29

1. $-\frac{103}{37} - \frac{137}{37}i$

2. $\omega_k = \sqrt[4]{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\kappa\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\kappa\pi}{2}\right) \right), \kappa = 0, 1, 2, 3.$

3. $x^2 - y^2 = 1$

4. $-2 + \frac{2}{x+1} + \frac{x-1}{x^2+2x+5}$

Варіант 30

1. $\frac{1}{10} + \frac{6}{5}i$

$$2. \omega_k = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \right) \right), \quad k = 0, 1, 2.$$

$$3. \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 2, \quad -2 \leq y \leq 0 \end{cases}$$

$$4. x - 1 + \frac{3}{x-2} + \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

Список рекомендованої літератури.

1. В.В.Булдигін, І.В.Алексєєва, В.О.Гайдей, О.О.Диховичний, Н.Р.Коновалова, Л.Б.Федорова
Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Навчальний посібник. Київ 2011.- 224с.
2. І.В.Алексєєва, В.О.Гайдей, О.О.Диховичний, Н.Р.Коновалова, Л.Б.Федорова
Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Практикум. Київ -2010.- 184с.
3. Сборник задач по математике для втузов.- В 4ч., учеб. пособие (Под общей ред. Ф.В.Ефимова и А.С.Поспелова. – М.: Физмат лит 2001- 288с.