Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

# МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ: ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ
## Частина 1. Вступ до математичного аналізу. Границі. Похідні.

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

| Реквізити навчальної дисципліни | |
|---|---|
| **Рівень вищої освіти** | Перший (бакалаврський) |
| **Галузь знань** | Е -Природничі науки, математика та статистика |
| **Спеціальність** | Е7 «Математика» |
| **Освітня програма** | «Страхова та фінансова математика» |
| **Статус дисципліни** | Нормативна |
| **Форма навчання** | Очна (денна) |
| **Рік підготовки, семестр** | 1 курс, осінній семестр |
| **Обсяг дисципліни** | 240 годин (60 годин – Лекції, 60 години – Практичні, 120 годин – СРС) |
| **Семестровий контроль/ контрольні заходи** | Екзамен/модульна контрольна робота, розрахункова робота |
| **Розклад занять** | http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx |
| **Мова викладання** | Українська |
| **Інформація про керівника курсу / викладачів** | Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Каніовська Ірина Юріївна, ikaniovska@gmail.com<br>Практичні:<br>канд. фіз.-мат. наук, доцент, Каніовська Ірина Юріївна<br>канд. фіз.-мат. наук, ас. Акбергенов Абдивалі Абдигалійович |
| **Розміщення курсу** | https://campus.kpi.ua |

**Програма навчальної дисципліни**

## 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

| | |
|---|---|
| **Цілі дисципліни** | Метою освітньої програми є підготовка фахівців, здатних розв’язувати теоретичні задачі та практичні проблеми в галузі математики та математичної статистики, розвивати математичні теорії, будувати та аналізувати математичні моделі в різних галузях науки, зокрема: в економіці, страхуванні та фінансах, поглиблювати і поширювати наукові знання у сфері математики шляхом інтернаціоналізації та інтеграції освіти, наукових досліджень та інноваційної діяльності. Мета освітньої програми відповідає стратегії розвитку КПІ ім. Ігоря Сікорського щодо формування суспільства майбутнього на засадах концепції сталого розвитку. Також метою навчальної дисципліни є:<br>− формування у здобувачів освіти здатності до логічного мислення, розвиток їх інтелектуальних здібностей;<br>− формування необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики у прикладних задачах та інженерних розрахунках;<br>− набуття вміння доводити розв’язок задачі до практично прийнятного результату<br>– числа, графіка, висновка із застосуванням обчислювальних засобів, таблиць і довідників;<br>− формування вміння самостійно використовувати і вивчати літературу з математики та розвивати гнучкість мислення;<br>− формування вміння самостійно аналізувати одержані результати. |
| **Предмет навчальної дисципліни** | Основні визначення щодо функції однієї змінної – область визначення, область значень, способи задання функцій, основні їх види, основні елементарні функції, їх графіки та характеристики. Основи диференціального числення функцій однієї змінної – границі числових послідовностей, визначні границі, еквівалентності; неперервність функції, точки розриву; похідна та диференціал функції; дотична та нормаль до графіка функції; екстремуми, асимптоти, побудова графіків функцій. моделі і поняття лінійної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу, аналіз та методи розв‘язання. |
| **Компетентності** | Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК01);<br>Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК03);<br>Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями. (ЗК07);<br>Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК08);<br>Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК09);<br>Здатність працювати автономно (ЗК12);<br>Здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності (ЗК16).<br>Здатність проявляти творчий підхід та ініціативу (ЗК17);<br>Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за |

| | |
|---|---|
| | вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів (ЗК18);<br>Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК01);<br>Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК03);<br>Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК04);<br>Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК08);<br>Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК 14). |
| **Програмні результати навчання** | Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці (ПРН01);<br>Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (ПРН03);<br>Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН04);<br>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН10);<br>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді. Здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН11);<br>Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (ПРН12);<br>Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних (ПРН13). |

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

**Пререквізити**: Кредитний модуль «Математичний аналіз: функції однієї змінної» (ПО 01.1) є фундаментом математичної освіти спеціаліста. Він є необхідним для успішного засвоєння подальших спеціальних дисциплін та вивчається в першому семестрі.

**Постреквізити:** Кредитний модуль «Математичний аналіз: функції однієї змінної» передує кредитним модулям «Математичний аналіз: функції однієї змінної. Частина 2. Невизначені, визначені, невласні та Стілтьєса інтеграли» (ПО 01.2), «Математичний аналіз: функції кількох змінних. Частина 1. Ряди. Функції багатьох змінних» (ПО 02.1), Математичний аналіз: функції

кількох змінних. Частина 2. Кратні, криволінійні, поверхневі та залежні від параметрів інтеграли (ПО 02.2).

## 3. Зміст навчальної дисципліни

| Назва розділів і тем | Кількість годин | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Всього | у тому числі | | |
| | | Лекції | Практичні | СРС |
| *1* | *2* | *3* | *4* | *5* |
| **Розділ 1. Елементи числових множин. Відображення** | | | | |
| *Тема 1.1. Числові множини.* | 32 | 10 | 10 | 12 |
| *Тема 1.2. Відображення.* | 18 | 4 | 4 | 10 |
| **Разом за розділом 1** | **50** | **14** | **14** | **22** |
| **Розділ 2. Теорія границь** | | | | |
| *Тема 2.1. Границя послідовності.* | 26 | 8 | 8 | 10 |
| *Тема 2.2. Границя функції. Нескінченно малі величини.* | 26 | 8 | 8 | 10 |
| *Тема 2.3. Неперервність та рівномірна неперервність функції* | 24 | 6 | 6 | 12 |
| *Модульна контрольна робота з розділу 2* | 5 | | 2 | 3 |
| *Розрахункова робота з розділу 2.* | 15 | - | - | 15 |
| **Разом за розділом 2** | **96** | **22** | **24** | **50** |
| **Розділ 3. Диференціальне числення функцій однієї змінної** | | | | |
| *Тема 3.1. Похідна функції* | 30 | 10 | 10 | 10 |
| *Тема 3.2. Застосування похідної* | 36 | 14 | 10 | 12 |
| *Модульна контрольна робота з розділу 3* | 5 | | 2 | 3 |
| *Розрахункова робота з розділу 3* | 15 | – | – | 15 |
| **Разом за розділом 3** | **86** | **24** | **22** | **40** |
| ***Екзамен*** | 8 | – | – | 8 |
| **Всього годин** | **240** | **60** | **60** | **120** |

## 4. Навчальні матеріали та ресурси

**Базова література**

1. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алєксєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,01 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – Т. 1. – 496 с.

http://ela.kpi.ua/handle/123456789/24338

2. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алєксєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,61 Мбайт). – Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019. – Т. 2. – 504 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/30396

3. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / І. В. Алєксєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний [та ін.]. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,67 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 249 с.

https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16620.

4. В. Г. Бондаренко, Г. Б. Подколзін. Матеиатичний аналіз,частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій дійсної змінної, диференціальне числення функцій векторної змінної. ). – Київ : НТУУ «КПІ», 2023. – 291 с.
https://ela.kpi.ua/handle/123456789/6694

5. Збірник задач з математичного аналізу. Частина І. Функції однієї змінної М. О. Денисьєвський, О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко,. О. Петрова, А. В. Чайковський / – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005. – 257 с.
**http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf**

**Додаткова література**

6. Деякі розділи елементарної математики: Метод. вказівки до викон. типової розрахунк. роб. з мат. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ КПІ», 2014. – 84 с.
7. Вступ до математичного аналізу. Метод. вказівки до викон. типової розрахунк. роб. з мат. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ КПІ», 2013. – 105 с.
8. Математичний аналіз. Похідна та диференціал. Розрахункова робота: Навчальний посібник для студентів спеціальності 111 Математика. / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: В.В. Дрозд. – Київ: КПІ імені Ігоря Сікорського, 2018.-153 с.

**Інформаційні ресурси**

1. Барановська Г.Г. Практикум з математики. Показникова і логарифмічна функції [Електронний ресурс] // Електронний каталог науково-технічної бібліотеки НТУУ «КПІ». – 2014. – Режим доступу: http://library.kpi.ua:8991/F/8V7A4N5CQ668NADB87TUH4HRX31QT5QRSDNNK6FLVBFITQ1LTN-00998?func=full-set-set&set_number=754749&set_entry=000025&format=999.

2. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посібн. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с. – Режим доступу: http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-01757?func=full-set-set&set_number=797795&set_entry=000003&format=999

3. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посібн./ Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с. – Режим доступу: http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02049?func=full-set-set&set_number=797796&set_entry=000018&format=999

4. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с. – Режим доступу: http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02550?func=full-set-set&set_number=797798&set_entry=000004&format=999

5. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз. Приклади і задачі: навч. посіб. для студ. техніч. вищих закладів / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 238 с. – Режим доступу:

http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-03070?func=full-set-set&set_number=797800&set_entry=000016&format=999

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Очна (денна) форма**

**Лекційні заняття**

| № з/п | Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС) |
|---|---|
| 1 | Вступ до математичного аналізу. Основні логічні символи. Типи теорем. Множини |

| | |
|---|---|
| | та операції над ними. Індикатор множини.<br><br>СРС. Відображення множин. Декартов добуток множин.<br><br>*Література:* [1], Гл. 1, § 1.1 – 1.2. |
| 2 | Числові множини. Вдастивості дій над дійсними числами. Модуль дійсного числа Принцип математичної індукції.<br><br>*СРС.* Подільність цілих чисел, дроби.<br><br>*Література*: [1], Гл. 1, § 1.4. |
| 3 | Аксіоми теорії дійсних чисел.<br><br>*СРС*. Означення та властивості раціональних чисел. Ірраціональні числа.<br><br>*Література*: [4], Гл.1, § 1.1.-1.4 |
| 4 | Зображення дійсних чисел. Проміжки, околи. Точкова верхня та нижня межі.<br><br>*СРС*. Деякі властивості точкових верхніх та нижніх меж.<br><br>*Література:* [1], Гл. 1, §1.4.3-1.4.5.. |
| 5 | Елементи комбінаторики. Основні комбінації. Біном Ньютона. Означення середнього арифметичного, геометричного і гармонічного чисел. Нерівність, що порівнює їх.<br><br>СРС. Деякі нерівності. Нерівності Я.Бернуллі та Коші Буняковського.<br><br>*Література*: [1], гл.1 § 1.5. |
| 6 | Відображення: сюр’єкція, ін’єкція, бієкція. Функція як відображення.<br><br>СРС. Відпрацювати основні види відображень.<br><br>*Література*: [2], Гл. 5, §5.1. |
| 7 | Основні елементарні функції та їх властивості.<br><br>*СРС*. Гіперболічні функції.<br><br>*Література*: [2], Гл. 5, §5.3 – 5.6. |
| 8 | Границя послідовності. Означення послідовності. Два означення границі послідовності, їх еквівалентність. Приклади. Теореми про єдиність границі. Обмеженість збіжної послідовності. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.<br><br>*СРС*. Арифметичні властивості границі послідовності.<br><br>*Література:* [2], Гл. 6, §6.2, [4], Гл.2, § 2.1. |
| 9 | Властивості збіжних послідовностей. Теореми про перехід до границі в нерівностях між послідовностями та про проміжну послідовність. Нескінченно малі послідовності, їх властивості. Теорема про представлення збіжної послідовності.<br><br>*СРС*. Нескінченно великі послідовності, їх властивості.<br><br>*Література*: [4], Гл. 2, §2.1, 2.2, [2], Гл. 6, §6.2. |
| 10 | Монотонні послідовності. означення, обмеженість монотонної послідовності, що |

| | |
|---|---|
| | має границю. Теорема Вейєрштрасса (критерій збіжності монотонної послідовності). Число *e*, його наближене обчислення, натуральні логарифми.<br><br>*СРС*. Означення підпослідовності. Теорема Больцано-Вейерштрасса.<br><br>*Література*: [4], Гл. 2, § 2.3, [2], Гл. 6, §6.2. |
| 11 | Верхня та нижня границі підпослідовності. Єдиність границі послідовності, яка має границю. Теорема Больцано-Вейєрштрасса про існування підпослідовності, що має границю. Означення верхньої та нижньої границь послідовності, їх знаходження для обмеженої послідовності. Критерій збіжності обмеженої послідовності.<br><br>СРС. Означення фундаментальної послідовності. Критерій Коші .<br><br>*Література*: [4], Гл. 2, § 2.4. |
| 12 | Границя функції. Означення границі функції за Гейне і Коші, еквівалентність цих означень. Приклади. Означення границі функції при прямуванні аргумента до нескінченності та границі функції, яка є нескінченною. Односторонні границі функції.<br><br>СРС. Довести арифметичні властивості границі функції.<br><br>*Література*: [2], гл.6 § 6.1, [4], Гл. 4, § 4.1. |
| 13 | Визначні границі. Критерій існування границі функції. Теореми про границі функції. Перша і друга визначні границі. Означення обмеженості функції. Теореми: про обмеженість, про збереження знаку, про складену функцію, що має границю.<br><br>СРС. Наближене обчислення числа ***e.***<br><br>*Література*: [2], гл.6 § 6.2. |
| 14 | Символи Ландау. Критерій Коші існування границі функції в точці. Нескінченно мала і нескінченно велика функції при x, що прямує до a: означення, теорема про представлення функції, що має границю. Властивості символів Ландау.<br><br>СРС. Застосування символів Ландау до доведення деяких співвідношень.<br><br>*Література*: [2], гл.6 § 6.2. |
| 15 | Критерій еквівалентності функцій. Порівняння нескінченно малих функцій, шкала порівнянь, головна частина функції. Асимптотичний розклад функції. Приклади.<br><br>СРС. Застосування еквівалентних нескінченно малих величин при обчисленні границь.<br><br>*Література*: [2], гл.6 § 6.2. |
| 16 | Неперервність функцій. Означення неперервної функції у точці. Еквівалентні означення. Арифметичні дії над неперервними функціями у точці. Критерій неперервності функції у точці. Неперервність елементарних функцій у точці з області їх визначення. Означення неперервної функції на сегменті. Точки розриву функції та їх класифікація. Приклади.<br><br>СРС. Поняття модуля неперервності функції.<br><br>*Література*: [2], гл.6 § 6.4, . [4], гл.4 § 4.2. |
| 17 | Монотонні функції на інтервалі. Означення, теорема про точки розриву |

| | |
|---|---|
| | монотонної функції. Глобальна характеристика монотонної функції на сегменті. Перша теорема Вейєрштрасса про обмеженість функції, неперервної на сегменті.<br><br>*Література*: [4], Гл. 4, §4.3. |
| 18 | Неперервні функції на інтервалі. Теореми Вейєрштраса, Больцано-Коші.<br><br>СРС. Рівномірна неперервність функції на проміжку. Теорема Кантора.<br><br>*Література*: [2], гл.6 § 6.4.3. [4], гл.4 § 4.3. |
| 19 | Похідна функції. Означення похідної функції в точці. Односторонні похідні. Приклад функції, у якої похідна в точці не існує. Критерій існування похідної в точці. Неперервність та існування похідної в точці. Геометричний зміст похідної в точці: означення дотичної до графіка функції в точці. Фізичний зміст похідної.<br><br>СРС. Функції задані параметрично та їх похідна.<br><br>*Література*: [2], гл.7 § 7.1.1 – 7.1.4. |
| 20 | Властивості похідних. Похідна суми, добутку, частки функцій в точці. Похідні основних елементарних функцій. Похідна складеної функції. Похідна оберненої функції. Приклади.<br><br>СРС. Похідні гіперболічних функцій та обернених до них.<br><br>*Література*: [2], гл.7 § 7.1.3.3-7.1.4. |
| 21 | Диференціал функції. Похідна функції, яка задана неявно. Логарифмічна похідна. Похідна функції, яка задана параметрично. Диференціал: означення і геометричний зміст. Властивості диференціала. Інваріантність форми першого диференціала.<br><br>СРС. Застосування диференціала в наближених обчисленнях.<br><br>*Література*: [2], гл.7 § 7.1.5, 7.1.6. |
| 22 | Похідні вищих порядків. Означення диференційовності функції в точці. Критерій диференційовності. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків: означення, властивості. Означення екстремумів функції в точці. Теорема Ферма (необхідна умова існування локального екстремуму функції).<br><br>СРС.Похідні вищих порядків функцій, які задані параметрично та неявно..<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.2. |
| 23 | Теореми про середнє. Теореми Лагранжа, Ролля, Коші. Їх геометричне трактування, Правила Лопіталя.<br><br>СРС. Застосування основних теорем математичного аналізу при доведенні деяких нерівностей та рівномірної неперервності функції на сегменті.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.3, [4], гл.5 § 5.4, гл.6 § 6.3. |
| 24 | Формула Тейлора. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для диференційовної функції із залишковим членом у формі Лагранжа, Коші та Пеано.<br><br>СРС. Застосування формули Тейлора в наближенних обчисленнях.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.4, [4], гл.5 § 5.5. |
| 25 | Формули Маклорена для деяких функцій. Формула Маклорена для деяких функцій $e^x, \sin x, \cos x$ . Оцінка залишкових членів. Приклади. |

| | |
|---|---|
| | СРС. Формули Маклорена для гіперболічних функцій..<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.4, [4], гл.5 § 5.5. |
| 26 | Монотонність функції. Критерій монотонності функції на інтервалі. Монотонність функції в точці. Означення локальних екстремумів функції, стаціонарних і критичних точок. Достатні умови існування локального екстремуму функції в критичній точці.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.5.1, 7.5.2. |
| 27 | Екстремуми функції. Достатні умови існування локального екстремуму функції в стаціонарній точці. Найбільше і найменше значення функції на сегменті. Приклади.<br><br>СРС. Деякі геометричні та фізичні задачі на пошук найбільшого і найменшого значення функції на сегменті.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.5.3, [4], гл.6 § 6.1. |
| 28 | Опуклість функції. Означення опуклої вниз (вгору) функції на інтервалі. Геометричне трактування. Критерій опуклості.<br><br>СРС. Нерівність Ієнсена.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.5.4, [4], гл.6 § 6.2. |
| 29 | Точки перегину та асимптоти графіка функції. Означення точки перегину. Необхідна умова існування точки перегину. Достатні умови існування точки перегину. Означення асимптоти графіка функції. Необхідні та достатні умови існування похилої асимптоти. Вертикальна і горизонтальна асимптоти.<br><br>СРС. Асимптоти графіка функції, яка заданої параметрично.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.5.4 – 7.5.6, [4], гл.6 § 6.4. |
| 30 | Схема повного дослідження функції за допомогою похідних. Побудова графіка функції. Приклади.<br><br>СРС. Повне дослідження функції, яка задана параметрично.<br><br>*Література:* [2], гл.7 § 7.5.6. |

Практичні заняття

| № з/п | Назва теми заняття та перелік основних питань<br>(перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС) |
|---|---|
| 1 | Контрольна робота КРЗЗ-0 (контрольна робота “збереження знань”). |
| 2 | Дії над натуральними числами: розклад на множники, ділення з остачею. Алгоритм Евкліда. Модуль дійсного числа та його властивості.<br><br>Завдання на СРС: [1], Практикум 1.3, [5], гл.1, § 1.4. |
| 3 | Множини та дії над ними.<br><br>Завдання на СРС: [1], Практикум 1.2, [5], гл.1, § 1.1. |
| 4 | Метод математичної індукції.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 1, [5], гл.1, § 1.5. |
| 5 | Елементи комбінаторики. Біном Ньютона.<br><br>Завдання на СРС: [1], Практикум 1.5. |
| 6 | Відображення. Функції як відображення. Види відображень. |

| | |
|---|---|
| | Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 1, [5], гл.1, § 1.2. |
| 7 | Основні елементарні функції.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 1, [5], гл.1, § 1.3. |
| 8 | Послідовності. Означення границі послідовності.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 2, [5], гл.2, § 2.1. |
| 9 | Критерії збіжності послідовності. Монотонні послідовності.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 2, [5], гл.2, § 2.3. |
| 10 | Обчислення границі послідовності. Теорема Штольца.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 2, [5], гл.2, § 2.2. |
| 11 | Верхня і нижня границі послідовності.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 2. |
| 12 | Границя функції в точці. Перша визначна границя.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 3, [5], гл.3, § 3.1. |
| 13 | Границя функції на нескінченності. Друга визначна границя.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 3, [5], гл.2, § 2.3, [5], гл.3, § 3.1. |
| 14 | Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентність функцій.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 4, [5], гл.3, § 3.2. |
| 15 | Символи Ландау. Порівняння фунцій. Головна частина функції.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 4, [5], гл.3, § 3.2. |
| 16 | Неперервність функції в точці та на множині. Ціла і дробова частина числа. Довизначення функції до неперервної.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 5, [5], гл.3, § 3.3. |
| 17 | Точки розриву, їх класифікація. Ліва і права границя функції в точках розриву. Рівномірна неперервність функції на множині.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 5, [5], гл.3, § 3.3. |
| 18 | Застосування теорем Вейєштраса та Больцано-Коші. Рівномірна неперервність функції на проміжку.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 1. § 5, [5], гл.3, § 3.3. |
| 19 | Контрольна робота МКР-1. |
| 20 | Похідна функції, таблиця похідних елементарних функцій. Похідна складеної функції.<br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 6, [5], гл.4, § 4.1. |
| 21 | Похідна оберненої функції. Похідна функцій, заданих параметрично й неявно.<br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 6, [5], гл.4, § 4.1. |
| 22 | Геометричний зміст похідної. Дотична та нормаль до кривої. Диференціал функції |

| | |
|---|---|
| | та його застосування.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 7, [5], гл.4, § 4.2. |
| 23 | Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Правило Бернуллі – Лопіталя.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 8, 9, [5], гл.4, § 4.5, 4.6. |
| 24 | Формула Тейлора (Маклорена).<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 10, [5], гл.4, § 4.7. |
| 25 | Монотонність функції. Нерівності.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 11, [5], гл.4, § 4.3. |
| 26 | Дослідження функції на екстремум. Знаходження найбільшого та найменшого значення функції на сегменті.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 11, [5], гл.4, § 4.8. |
| 27 | Опуклість функції. Точки перегину.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 11, [5], гл.4, § 4.8. |
| 28 | Повне дослідження функції за допомогою похідних. Побудова графіків функцій.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 12, [5], гл.4, § 4.8. |
| 29 | Повне дослідження функції за допомогою похідних. Побудова графіків функцій.<br><br>Підготовка до МКР-2.<br><br>Завдання на СРС: [3], Модуль 2. § 12, [5], гл.4, § 4.8. |
| 30 | Контрольна робота. МКР- 2 |

## 6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота по вивченню дисципліни включає такі види роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання розрахункової роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до екзамену.
- самостійне вивчення окремих тем, які зазначені в переліку лекційних занять.

## Політика та контроль

## 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

### Поточний контроль в асинхронному режимі

Розрахунка робота виконана здобувачем має бути подана на перевірку у терміни, які визначає викладач. Якщо робота подана на перевірку із запізненням на тиждень, то підсумкова оцінка роботи знижується на 10%, у випадку затримки подання роботи на два тижні – на 20%.

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Здобувачу рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, підготовку до МКР та екзамену.

### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code

### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки здобувачів вищої освіти і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна (денна) форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

| Семестр | Навч. час | | Розподіл навчальних годин | | | Контрольні заходи | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Кредити | Акад. год. | Лекції | Практичні | СРС | МКР | РР | Семестр. атест. |
| 1 | 8 | 240 | 60 | 60 | 120 | 1 | 1 | екзамен |

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (РСО) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського

https://osvita.kpi.ua/sites/default/files/downloads/Pologennia_RSO_2025.pdf

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус https://campus.kpi.ua.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання РР. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля розраховується виходячи із 100 бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- написання модульної контрольної роботи;

- виконання розрахункової роботи.

**Модульна контрольна робота**

Модульна контрольна робота складається з двох частин.

Ваговий бал кожної частини 10.

МКР-1 «Границя послідовностей, функції, неперервність функції»

МКР-2 «Диференціальне числення функцій однієї змінної»

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 9 – 10 балів;

- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) 5 – 8 балів;

- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації 0 – 4 бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів. Максимальний бал 10х2=20.

Викладач заишає за собою можливість зупинити написання МКР здобувачем, в якого перестало працювати відеофіксування написання роботи.

**Розрахункова робота**

Розрахункова робота видається здобувачам двома частинами по мірі проходження відповідного матеріалу на лекціях і відпрацюванню на практичних заняттях.

1. Границі числових послідовностей та функцій, неперервність функції.
2. Диференціальне числення функцій однієї змінної та його застосування.

Кожна частина розрахункової роботи має ваговий бал 12. Написана робота оцінюється у відсотковому відношенні правильно розв’язаних завдань, але не більше 5 балів. Кожна частина розрахункової роботи захищається. На захисті кожної частини здобувач може отримати максимум 7 балів.

Виконання розрахункової роботи за семестр оцінюється у 24 балів (всі частини РР разом).

Кожна частина РР здається в терміни, встановлені викладачем.

При виконанні менше 60% кожної частини РР, вона не зараховується. Перездавати РР не можна.

**Заохочувальні бали**

Здобувач може отримати заохочувальні бали, які не входять до загальної шкали оцінювання, за призові місця у факультетських та університетських олімпіадах з вищої математики участі у конференціях, конкурсах студентських робіт.

Сума заохочувальних балів не може перевищувати 10 балів, при цьому загальний рейтинговий бал здобувача не повинен бути більше 100 балів.

**Форма семестрового контролю – екзамен**

Ваговий бал кожного завдання 10.

На екзамені здобувачі виконують письмову екзаменаційну роботу. Білет складається з 1 теоретичного питання і 4 практичних завдань.

Критерії оцінювання

- «відмінно»: повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації; повне, безпомилкове розв‘язування завдань) 9 – 10 балів;
- «добре»: достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або є незначні неточності 7 – 8 балів;
- «задовільно»: неповна відповідь на завдання (не менше 60%) та є помилки і певні недоліки 5 – 6 балів;
- «незадовільно»: відповідь не відповідає умовам до «задовільно» (незадовільна відповідь, неправильний метод розв‘язування» 0 – 4 бали.

Максимальний бал 10х5=50.

Розмір стартової шкали $R_C$ = 50 балів. Розмір екзаменаційної шкали $R_E$ = 50 бали.

**Розмір шкали рейтингу $R = R_C + R_E$ =100 балів.**

**Умови позитивної проміжної атестації**.

Для отримання “атестовано ” з першої та другої проміжної атестації здобувач повинен мати не менше ніж 50% можливих балів (встановлюється викладачем) на момент проведення календарного контролю.

Перескладання підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Здобувач допускається до екзамену**,** якщо його рейтинг семестру не менший 30 балів, при цьому він повинен мати зараховані модульні контрольні роботи та РР (виконано не менше, ніж на 60%). Здобувачі, які в кінці навчального семестру мають стартовий рейтинг $R_C < 20$ балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перескладання. Здобувачі з рейтингом $20 \leq R_C < 30$ мають можливість добрати бали до допускових, шляхом виконання допускової контрольної роботи.

Екзаменаційна робота пишеться під контролем викладача у Zoom із увімкненою камерою. Не дозволяється **списувати** чи виходити із сесії Zoom під час написання роботи. Користування інформаційними ресурсами під час написання модульних контрольних робіт та екзаменаційної роботи **заборонено.** За порушення принципів академічної доброчесності або морально-етичних норм поведінки у відомості семестрового контролю ставиться відмітка **Усунено**.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

| **Рейтингова оцінка здобувача** | **Університетська шкала оцінок рівня здобутих компетентностей (результатів навчання)** |
|---|---|
| 95...100 | Відмінно |

| | |
|---|---|
| 85...94 | Дуже добре |
| 75...84 | Добре |
| 65...74 | Задовільно |
| 60...64 | Достатньо |
| Менше 60 | Незадовільно |
| **Відмітки у відомості семестрового контролю:** | |
| Невиконання умов допуску до семестрового контролю | Не допущено |
| Порушення принципів академічної доброчесності або морально-етичних норм поведінки | Усунено |
| Здобувач, був допущений, але не з’явився на екзамен | Не з´явився |

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено:**

Доцент кафедри МА та ТЙ, канд. фіз.-мат.наук Каніовська І.Ю.

**Ухвалено** кафедрою МАтаТЙ (протокол № 14 від 25.06.2025 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.)