Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ: ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ
Частина 2. Невизначені, визначені, невласні та Стілтьєса інтеграли

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	**Перший (бакалаврський)**
Галузь знань	Е -Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 «Математика»
Освітня програма	«Страхова та фінансова математика»
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	1 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	240 годин (60 годин – Лекції, 60 години – Практичні, 120 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Каніовська Ірина Юріївна, ikaniovska@gmail.com Практичні: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Каніовська Ірина Юріївна канд. фіз.-мат. наук, ас. Акбергенов Абдивалі Абдигалійович
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою освітньої програми є підготовка фахівців, здатних розв’язувати теоретичні задачі та практичні проблеми в галузі математики та математичної статистики, розвивати математичні теорії, будувати та аналізувати математичні моделі в різних галузях науки, зокрема: в економіці, страхуванні та фінансах, поглиблювати і поширювати наукові знання у сфері математики шляхом інтернаціоналізації та інтеграції освіти, наукових досліджень та інноваційної діяльності. Мета освітньої програми відповідає стратегії розвитку КПІ ім. Ігоря Сікорського щодо формування суспільства майбутнього на засадах концепції сталого розвитку. Також метою навчальної дисципліни є: − формування у здобувачів освіти здатності до логічного мислення, розвиток їх інтелектуальних здібностей; − формування необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики у прикладних задачах та інженерних розрахунках; − набуття вміння доводити розв’язок задачі до практично прийнятного результату – числа, графіка, висновка із застосуванням обчислювальних засобів, таблиць і довідників; − формування вміння самостійно використовувати і вивчати літературу з математики та розвивати гнучкість мислення; − формування вміння самостійно аналізувати одержані результати.
Предмет навчальної дисципліни	Обчислювання невизначених та визначених інтегралів, обчислювання площ, об’ємів за допомогою визначеного інтеграла, обчислювання довжин простих кривих на площині та в просторі за допомогою визначеного інтеграла; обчислювання та досліджування невласних інтегралів на збіжність; обчислювання інтегралів Стілтьєса для елементарних функцій.
Компетентності	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК01); Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК03); Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями. (ЗК07); Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК08); Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК09); Здатність працювати автономно (ЗК12); Здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності (ЗК16). Здатність проявляти творчий підхід та ініціативу (ЗК17); Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів (ЗК18); Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання (ФК01);

	Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК03); Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК04); Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК08); Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК 14).
Програмні результати навчання	Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці (ПРН01); Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (ПРН03); Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН04); Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН10); Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді. Здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН11); Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (ПРН12); Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних (ПРН13).

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Кредитний модуль «Математичний аналіз: функції однієї змінної» (ПО 01.2) є фундаментом математичної освіти спеціаліста. Він є необхідним для успішного засвоєння подальших спеціальних дисциплін та вивчається в другому семестрі.

Постреквізити: Кредитний модуль «Математичний аналіз: функції однієї змінної» передує кредитним модулям «Математичний аналіз: функції кількох змінних» (ПО 02), «Диференціальні рівняння» (ПО 08), «Розвиток класичних ідей у сучасній математиці» (ПО 10), «Комплексний аналіз» (ПО 14).

3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	*2*	*3*	*4*	*5*
Розділ 1. Невизначені та визначені інтеграли				
Тема 1.1. Невизначені інтеграли.	54	18	18	18
Тема 1.2. Визначені інтеграли.	52	22	16	14
Модульна контрольна робота з розділу 1	6	-	2	4
Розрахункова робота з розділу 1	15	-	-	15
Разом за розділом 1	**127**	**40**	**36**	**51**
Розділ 2. Невласні інтеграли. Функції обмеженої варіації				
Тема 2.1. Невласні інтеграли.	36	10	10	16
Тема 2.2. Функції обмеженої варіації	24	4	6	14
Розділ 3. Інтеграл Стілтьєса				
Тема 3.1. Інтеграл Стілтьєса	24	6	6	12
Модульна контрольна робота з розділу 2 та 3	6	-	2	4
Розрахункова робота з розділу 2 та 3	15	-	-	15
Разом за розділами 2 та 3	**105**	**20**	**24**	**61**
Екзамен	**8**	-	-	**8**
Всього години	**240**	**60**	**60**	**120**

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Вища математика: підручник. У 2 кн. Кн.1/ Г. Й. Призва, В. В. Плахотник, Л. Д. Гординський та ін.; за ред. Г. Л. Кулініча. — К.: Либідь, 2003. — 400 с. — ISBN 966-06-0229-4.

2. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посібн. / Дубовик В. П., Юрик І. І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

3. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч.1. / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко. – 3-тє вид., випр. – К. : Техніка. – 2003. – 600 с.

4. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / І. В. Алєксєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний [та ін.]. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,67 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 249 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16620

5. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алєксєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського.

– Електронні текстові дані (1 файл: 6,84 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – Т. 3. – 454 с.
https://ela.kpi.ua/handle/123456789/39003

Додаткова література

6. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Том 1. К., Либідь, 1994 – 321 с.

7. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Том 2. К., Либідь, 1994 – 305 с.

8. Задачник з курсу математичного аналізу для студентів технічних вузів. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної/ Укл.: Ю.П. Буценко, О.О. Дем'яненко, К.Ю. Мамса, М.М. Перестюк. – К.: , 2014.–НТУУ «КПІ».-124 с.

9. Невизначені інтеграли: Метод. вказівки до викон. типової розрахунк. роботи з матем. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: З.П. Ординська, Л.А. Репета, В.В. Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017-81 с.

10. Інтеграл Рімана: Метод. Вказівки до викон. типової розрахунк. роботи з матем. аналізу для студ. 1 курсу фіз..-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 83с.

Інформаційні ресурси.

11. Збірник задач з математичного аналізу. Частина І. Функції однієї змінної М. О. Денисьєвський, О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко,. О. Петрова, А. В. Чайковський / – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005. – 257 с.
http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf

12. Дубовик В.П., Вища математика. Збірник задач: навч. посібн./ Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005.– 648 с. – Режим доступу:
http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02049?func=full-set-set&set_number=797796&set_entry=000018&format=999

13. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с. – Режим доступу:
http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02550?func=full-set-set&set_number=797798&set_entry=000004&format=999

14. Стрижак Т.Г., Математичний аналіз. Приклади і задачі: навч. посіб. для студ. техніч. вищих закладів / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.:Либідь, 1995.– 238 с. – Режим доступу:
http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-03070?func=full-set-set&set_number=797800&set_entry=000016&format=999

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна (денна) форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Первісна функція та її властивості. Достатні умови існування первісної. Приклад

	розривної функції, для якої не існує первісна. Означення невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів. СРС. Інтегрування гіперболічних функцій. *Література:* [1], Гл. 8, §8.1.
2	Елементарні властивості невизначеного інтеграла. Заміна змінної та інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Класи функцій, що інтегруються частинами. Елементарні методи інтегрування. Приклади елементарних функцій, невизначений інтеграл від яких не є елементарною функцією. СРС. Повторне інтегрування частинами. *Література*: [1], Гл. 8, §§ 8.2 -8.5.
3	Означення елементарних дробів. Інтегрування елементарних дробів I-III типів. Рекурентна формула і метод Остроградського інтегрування елементарного дробу IV типу. *Література*: [1], Гл. 8, §8.6.
4	Комплексні числа та дії над ними в алгебраїчній та тригонометричній формах. Формула Муавра. СРС. Показникова форма комплексного числа. *Література*: [2], Гл. 7, §1.4.
5	Елементи теорії многочленів: теорема про рівність двох многочленів, теорема Безу, теорема Ґаусса (основна теорема алгебри). Теорема про розклад многочлена на множники. Теорема про представлення правильного раціонального дробу у вигляді суми елементарних дробів. СРС. Схема Горнера *Література*: [1], Гл. 2, §2.6, [2], Гл. 7, §1.5.
6	Інтегрування раціональних дробів. Метод Остроградського інтегрування правильного раціонального дробу. *Література*: [1], Гл. 8, § 8.6, 8.7.
7	Означення раціональної функції однієї та двох змінних. Інтегрування раціональної функції від тригонометричних функцій. *Література*: [1], Гл. 8, §8.8.9.
8	Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Підстановки Ейлера. *Література*: [1], Гл. 8, §8.8.1, 8.8.2.
9	Інтегрування диференціальних біномів. Теорема Чебишова. СРС. Інтеграли, що не виражаються через елементарні функції. *Література*: [1], Гл. 8, § 8.8.3.
10	Задачі, які приводять до визначеного інтеграла (площа криволінійної трапеції; шлях, який пройшла матеріальна точка при прямолінійному нерівномірному русі). Означення визначеного інтеграла за Ріманом на відрізку.. Необхідна умова існування інтеграла Рімана. Приклад Діріхле функції, для якої не існує визначений інтеграл Рімана. . Означення сум Дарбу, їх геометрична інтерпретація. Властивості сум Дарбу. Означення інтегралів Дарбу. Необхідні та достатні умови існування інтеграла Дарбу. Означення коливання функції на відрізку. Запис необхідних і достатніх умов існування інтеграла Дарбу через коливання функції на відрізку. *Література*: [1], Гл. 9, § 9.1, 9.2
11	Теорема Дарбу про еквівалентність інтегровності функції за Ріманом і за Дарбу. Теорема про інтегровність за Ріманом функції, неперервної на відрізку. Класи функцій, інтегровних за Ріманом. Властивості інтеграла Рімана: лінійність, адитивність відносно проміжку інтегрування, інтегрування нерівностей, груба оцінка інтеграла. Теорема про середнє для визначеного інтеграла. СРС. Критерій Рімана інтегрованості функцій. *Література*: [1], Гл. 9, §9.2.
12	Визначений інтеграл Рімана як функція змінної верхньої границі інтегрування.Теорема Барроу (про рівномірну неперервність і похідну по змінній верхній границі інтегрування інтеграла від неперервної функції на сегменті). Теорема про існування первісної для неперервної функції на відрізку. Формула

	Ньютона-Лейбніца та її наслідки (формула Лейбніца, інтегрування періодичної функції по періоду). СРС. Інтегральні нерівності Коші-Буняковського. Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца. *Література*: [2], Гл. 7, §2.3, 2.4.
13	Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування парної і непарної функцій по симетричному відрізку. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Приклади. Формула Стірлінга. СРС. Формули Валліса. *Література*: [2], Гл. 7, §2.5.
14	Поняття площі плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. СРС. Площа фігури обмеженою кривою заданою параметрично. *Література*: [2], Гл. 7, §3.1.
15	Поняття об’єму. Обчислення об’ємів тіл по відомих площах паралельних перерізів, об’єми тіл обертання. СРС Об’єм тіла обертання в полярній системі координат. *Література*: [2], Гл. 7, §3.3.
16	Означення векторної функції. Границя і неперервність векторної функції, їх властивості. Означення похідної векторної функції, нескінченно малої векторної функції відносно скалярної функції. *Література*: [7], Гл. 12, §1..
17	Диференційовність векторної функції в точці: означення, необхідна і достатня умова диференційовності. Диференціал, формула Тейлора і теорема Лагранжа про середнє для векторної функції. *Література*: [7], Гл. 12, §2.
18	Означення довжини дуги кривої як точної верхньої межі довжини ламаних, вписаних в дугу. Параметризація кривої. Означення гладкої кривої. Теорема про спрямлюваність гладкої кривої. Параметризація кривої натуральним параметром. СРС. Кривина кривої. *Література*: [3], Гл. 6, §7.5.
19	Параметризація гладкої дуги натуральним параметром. Формули обчислення довжини гладкої кривої. Теорема про еквівалентність довжини гладкої дуги і довжини хорди, що її стягує. *Література*: [3], Гл. 6, §7.5.
20	Площа поверхні тіл обертання. Еквівалентне означення довжини незамкненої гладкої дуги як границі довжини ламаної, вписаної в неї, при необмеженому зменшенні діаметру поділу. Диференціал дуги. СРС. Площа поверхні обертання в полярній системі координат. *Література*: [5], Гл. 9, §9.9.1, 9.9.2.
21	Невласні інтеграли I роду (від обмеженої функції по необмеженому проміжку інтегрування): означення, властивості та геометричний зміст. Критерій Коші збіжності інтеграла, формула Ньютона-Лейбніца. Ознаки порівняння збіжності невласних інтегралів I роду від невід’ємних функцій. *Література*: [5], Гл. 9, §9.8.1.
22	Невласні інтеграли II роду (від необмежених функцій по скінченному проміжку інтегрування): означення, властивості та геометричний зміст. Умови збіжності: теорема порівняння. Головні значення невластивих інтегралів. СРС. Невласні інтеграли з особливостями в кількох точках. *Література*: [5], Гл. 9, §9.8.2.
23	Абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів. Теореми Діріхле і Абеля. Приклади важливих невласних інтегралів (інтегральний синус і косинус, інтеграли Френеля), їх збіжність. *Література*: [5], Гл. 9, §9.8.3.

24	Гамма-функція Ейлера: означення, збіжність, основна властивість. Узагальнення факторіала. Графік гамма-функції. СРС. Обчислення значень гамма-функцій при деяких значеннях аргумента. *Література*: [2], Гл. 6, §4.1.
25	Бета-функція Ейлера: означення, зведення до невласного інтеграла І роду. Зв'язок бета функції з гамма-функцією Ейлера, збіжність. СРС. Обчислення значень бета-функцій при деяких значеннях аргумента. *Література*: [2], Гл. 6, §4.2.
26	Монотонні функції. Властивості монотонних функцій. *Література*: [6], Гл. 9, § 1.
27	Функції обмеженої варіації. Основні властивості. Теорема Жордана. *Література*: [6], Гл. 9, § 2.
28	Означення інтеграла Рімана-Стільтьєса. Означення сум та інтегралів Дарбу-Стільтьєса, їх властивості. Загальний критерій інтегровності за Ріманом-Стілтьєсом. Теорема про існування інтеграла Рімана Стілтьєса у випадках неперервної функції і функції обмеженої варіації на сегменті інтегрування. СРС. Інші критерії інтегровності функції за Ріманом-Стілтьєсом. *Література:* [6], гл.9, § 3.
29	Властивості інтеграла Рімана-Стілтьєса. Інтегрування частинами в інтегралі Рімана Стілтьєса. Формули обчислення: для неперервної функції і для неперервної функції, крім скінченного числа точок розриву І роду на сегменті інтегрування. Приклад. *Література:* [6], гл.9, § 3
30	Рівномірна збіжність послідовності функцій. Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана. Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана-Стілтьєса. Теорема Хеллі про граничний перехід. *Література:* [6], гл.9, § 3.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Знаходження невизначених інтегралів безпосереднім зведенням до табличного. Таблиця інтегралів. *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.1.
2	Знаходження невизначених інтегралів методом заміни змінної. *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.2.
3	Інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Інтегральний синус та косинус. *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.3.
4	Комплексні числа та дії над ними в алгебраїчній та тригонометричній формах. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 1, § 3.
5	Інтегрування раціональних дробів. Розкладання раціональних дробів на елементарні. *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.4.
6	Метод Остроградського інтегрування раціональних дробів- *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.4.
7	Інтегрування тригонометричних функцій.Рекурентні формули для інтегралів від тригонометричних функцій.

	Завдання на СРС: [5], Гл. 9, Практикум 9.5.
8	Інтегрування ірраціональних функцій. Дробово-лінійна та квадратична ірраціональність. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою гіперболічних підстановок. *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.6.
9	Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою підстановок Ейлера. Інтегрування диференціальних біномів. Теорема Чебишова. *Завдання на СРС*: [5], Гл. 9, Практикум 9.6.
10	Обчислення визначених інтегралів за означенням. Застосування формули Ньютона Лейбніца. Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 5, [5], Гл. 9, Практикум 9.7.
11	Інтегрування частинами і заміною змінної. Інтегрування парних та непарних функцій на симетричному проміжку. Інтегрування натуральних степенів синуса та косинуса на проміжку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, §5, [5], Гл. 9, Практикум 9.7.
12	Обчислення площі плоскої фігури в декартовій системі координат. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 8, [5], Гл. 9, Практикум 9.8.
13	Обчислення площі плоскої фігури в полярній системі координат та границя яких задана параметрично. Побудова графіків функцій заданих параметрично та в полярній системі координат. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 8, [5], Гл. 9, Практикум 9.8.
14	Обчислення об’ємів через площі паралельних перерізів та об’ємів тіл обертання. Побудова графіків поверхонь 2-го порядку. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 8, [5], Гл. 9, Практикум 9.8.
15	Вектор-функції. Диференційовність векторної функції в точці. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 8, [5], Гл. 9, Практикум 9.8.
16	Довжина дуги кривої. Знаходження довжини дуги кривої. Побудова кривих на площині та в просторі. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 8, [5], Гл. 9, Практикум 9.8.
17	Знаходження площі поверхні обертання. Побудова графіків поверхонь обертання. *Завдання на СРС*: [8], Гл. 3, § 8, [5], Гл. 9, Практикум 9.8.
18	Модульна контрольна робота 1.
19	Обчислення невласних інтегралів I роду. Дослідження їх на збіжність. *Завдання на СРС*: [5], гл. 9, § 9.8.1, 9.8.2.
20	Обчислення невласних інтегралів II роду. Дослідження їх на збіжність. Невласні інтеграли з особливостями в кількох точках *Завдання на СРС*: [5], гл. 9, § 9.8.3, 9.8.4.
21	Абсолютна і умовна збіжність невласних інтегралів. Теореми Діріхлє і Абеля.

	Завдання на СРС: [5], гл. 9, Практикум 9.9.
22	Гамма-функція Ейлера. *Завдання на СРС*: [2], Гл. 6, §4.1
23	Бета-функція Ейлера. *Завдання на СРС*: [2], Гл. 6, §4.2:
24	Функції обмеженої варіації. Знаходження зміни і повної варіації функції на сегменті. *Завдання на СРС*: [11], Гл. 9, § 9.1.
25	Представлення монотонної функції у вигляді суми неперервної та дискретної частини. Представлення функції обмеженої варіації у вигляді двох монотонно неспадних (монотонно зростаючих) функцій. *Завдання на СРС*: [11], Гл. 9, § 9.1.
26	Спрямлювані криві. Завдання на СРС: [11], Гл. 9, § 9.1.
27	Безпосереднє обчислення інтеграла Стілтьєса. *Завдання на СРС*: [11], Гл. 9, § 9.2.
28	Інтегрування частинами в інтегралі Стілтьєса. Деякі застосування інтегралу Стілтьєса. *Завдання на СРС*: [11], Гл. 9, § 9.2.
29	Рівномірна збіжність послідовності функцій. Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана-Стілтьєса. *Завдання на СРС*: [11], Гл. 9, § 9.2.
30	Модульна контрольна робота 2

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота по вивченню дисципліни включає такі види роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання розрахункової роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до екзамену.
- самостійне вивчення окремих тем, які зазначені в переліку лекційних занять.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Поточний контроль в асинхронному режимі

Розрахунка робота виконана здобувачем має бути подана на перевірку у терміни, які визначає викладач. Якщо робота подана на перевірку із запізненням на тиждень, то підсумкова оцінка роботи знижується на 10%, у випадку затримки подання роботи на два тижні – на 20%.

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Здобувачу рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, підготовку до МКР та екзамену.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки здобувачів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна(денна) форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РР	Семестр. атест.
2	8	240	60	60	120	1	1	екзамен

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (РСО) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://osvita.kpi.ua/sites/default/files/downloads/Pologennia_RSO_2025.pdf

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус https://campus.kpi.ua.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання РР. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи.

Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота складається з двох частин.

Ваговий бал кожної частини 10.

МКР-1 «Невизначені та визначені інтеграли.»

МКР-2 «Невласні інтегради, функції обмеженої варіації, інтеграл Стілтьєса.»

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 9 – 10 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) 5 – 8 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації 0 – 4 бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів. Максимальний бал 10х2=20.

Викладач заишає за собою можливість зупинити написання МКР здобувачем, в якого перестало працювати відеофіксування написання роботи.

Розрахункова робота

Розрахункова робота видається здобувачам двома частинами по мірі проходження відповідного матеріалу на лекціях і відпрацюванню на практичних заняттях.

1. Невизначені інтеграли, застосування визначених інтегралів.
2. Невласні інтеграли, функції обмеженої варіації, інтеграл Стілтьєса.

Кожна частина розрахункової роботи має ваговий бал 12. Написана робота оцінюється у відсотковому відношенні правильно розв’язаних завдань, але не більше 5 балів. Кожна частина розрахункової роботи захищається. На захисті кожної частини можна отримати максимум 7 бали.

Виконання розрахункової роботи за семестр оцінюється у 24 балів (всі частини РР разом).

Кожна частина РР здається в терміни, встановлені викладачем.

При виконанні менше 60% кожної частини РР, вона не зараховується. Перездавати РР не можна.

Заохочувальні бали

Здобувач може отримати заохочувальні бали, які не входять до загальної шкали оцінювання, за призові місця у факультетських та університетських олімпіадах з вищої математики участі у конференціях, конкурсах студентських робіт.

Сума заохочувальних балів не може перевищувати 10 балів, при цьому загальний рейтинговий бал здобувача не повинен бути більше 100 балів.

Форма семестрового контролю – екзамен

Ваговий бал кожного завдання 10.

На екзамені здобувачі виконують письмову екзаменаційну роботу. Час написання екзаменаційної роботи – 90 хвилин. Білет складається з 1 теоретичного питання і 4 практичних завдань.

Критерії оцінювання

- «відмінно»: повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації; повне, безпомилкове розв‘язування завдань) 9 – 10 балів;
- «добре»: достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або є незначні неточності 7 – 8 балів;
- «задовільно»: неповна відповідь на завдання (не менше 60%) та є помилки і певні недоліки 5 – 6 балів;
- «незадовільно»: відповідь не відповідає умовам до «задовільно» (незадовільна відповідь, неправильний метод розв‘язування» 0 – 4 бали.

Максимальний бал 10х5=50.

Розмір стартової шкали R_C = 50 балів. Розмір екзаменаційної шкали R_E = 50 бали.

Екзаменаційна робота пишеться під контролем викладача у Zoom із увімкненою камерою. Не дозволяється **списувати** чи виходити із сесії Zoom під час написання роботи. Користування інформаційними ресурсами під час написання модульних контрольних робіт та екзаменаційної роботи **заборонено.** За порушення принципів академічної доброчесності або морально-етичних норм поведінки у відомості семестрового контролю ставиться відмітка **Усунено**.

Розмір шкали рейтингу $R = R_C + R_E$ =100 балів.

Умови позитивної проміжної атестації.

Для отримання “атестовано ” з першої та другої проміжної атестації студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів (встановлюється викладачем) на момент проведення календарного контролю.

Перескладання підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Здобувач допускається до екзамену**,** якщо його рейтинг семестру не менший 30 балів, при цьому він повинен мати зараховані модульні контрольні роботи та РР (виконано не менше, ніж на 60%).

Здобувачі, які в кінці навчального семестру мають стартовий рейтинг $R_C < 20$ балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перескладання. Здобувачі з рейтингом $20 \leq R_C < 30$ мають можливість добрати бали до допускових, шляхом виконання допускової контрольної роботи.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Рейтингова оцінка	Університетська шкала

здобувача	оцінок рівня здобутих компетентностей (результатів навчання)
95...100	Відмінно
85...94	Дуже добре
75...84	Добре
65...74	Задовільно
60...64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Відмітки у відомості семестрового контролю:	
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено
Порушення принципів академічної доброчесності або морально-етичних норм поведінки	Усунено
Здобувач, був допущений, але не з’явився на екзамен	Не з´явився

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

Доцент кафедри МАтаТЙ, канд. фіз.-мат. наук Каніовська І.Ю.

Ухвалено кафедрою МАтаТЙ (протокол № 14 від 25.06.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р).