Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

Скінченновимірний лінійний аналіз

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

1 Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	*Перший (бакалаврський)*
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	1 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	150 годин (30 годин – Лекції, 30 години – Практичні, 90 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	*Екзамен, модульна контрольна, розрахункова робота*
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Горбачук Володимир Мирославович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук v.m.horbach@gmail.com Практичні / Семінарські: Горбачук Володимир Мирославович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук v.m.horbach@gmail.com
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси бібліотеки, електронний кампус

2 Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Мета навчальної дисципліни:

Навчитись досліджувати лінійні оператори

Приведення матриці оператора до нормальної жорданової форми

Вміти факторизувати простори по підпросторами

Вміти знаходити спектр оператора і будувати функціональне числення для операторів

Знати властивості групи унітарних операторів

Предмет навчальної дисципліни:

Дослідження властивостей просторів скінченної розмірності та властивості операторів у них.

Компетентності :

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК01);
- Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК03);
- Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК07);
- Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК08);
- Здатність працювати автономно (ЗК12);
- Здатність проявляти творчий підхід та ініціативу (ЗК17);
- Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК02);
- Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК03);
- Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК04);
- Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК08);
- Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК14).

Програмні результати навчання:

- Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці (ПРН01);
- Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (ПРН03);
- Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН04);
- Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН10);
- Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (РН11).

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Освітній компонент «Скінченновимірний лінійний аналіз» (ПО4) викладається в другому семестрі першого курсу підготовки бакалаврів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Лінійна алгебра» (ПО3), «Аналітична геометрія» (ПО5).

Постреквізити: Освітній компонент «Скінченновимірний лінійний аналіз» (ПО4) передує дисциплінам «Дослідження операцій та сучасні наближені методи обчислень», «Методи математичної економіки» які вивчаються на бакалаврському рівні вищої освіти за освітньою програмою «Страхова та фінансова математика».

3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Алгебра лінійних операторів

2.1 Кореневі підпростори
2.2 Інваріантні підпростори
2.3 Теорема Жордана
2.4 Резольвента та операторне числення
2.5 Комутуючі оператори функція від оператора
2.6 Слід оператора
2.7 Проектори та розклад одиниці

Тема 2. Лінійні простори

2.1 Фактор-простори

2.2 Гомоморфізм просторів, спряжені простори

2.3 Альтернати Фредгольма

2.4 Ортогональні та біортогональні системи

Тема 3. Унітарні простори. Оператори в унітарних просторах

3.1 Унітарні простори
3.2 Спряжений оператор, спектральна теорія самоспряжених операторів
3.3 Спектральна теорія унітарних операторів
3.4 Спектральна теорія нормальних операторів

Тема 4. Розширення операторів

4.1 Лінійні оператори на підпросторах

4.2 Теорія розширення самоспряжених операторів

4.3 Спектр самоспряжених та унітарних операторів

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Боднарчук Ю.В., Олійник Б.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. – К КМА 2009, 150 с.
2. Маринич О.В. Проскурін Д.П. Скінченновимірний лінійний аналіз. Теорія визначників. – К. КНУ Центр навчальної літератури, 2014, 2009 с.
3. Березанський Ю.М. Ус Г.Ф. Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. – К 1990, 600 с.
4. Муратов М.А. Островський В.Л. Самойленко Ю.С. Конечномерный линейный анализ 1. Линейные операторы в конечномерных гильбертовых пространствах К 2012 173 с.

Додаткова література

1. I.M. Glazman, Ja.I. Lubich Finite – Dimensional linear Analysis, Mineola, NevYork, 2006.

3 Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Тема 1. Алгебра лінійних операторів

Лекція 1. 1.1 Лінійні оператори та їх властивості [1,2]

Лекція 2. 1.2 Операції з лінійними операторами [1,2]

Лекція 3. 1.3 Інваріантні підпростори лінійного оператора [1,2]

Лекція 4. 1.4 Влазні значення та власні вектори [1,2]

Лекція 5. 1.6 Матриця лінійного оператора, властивості [1,2]

Лекція 6. 1.8 Характеристичне рівняння властивості.

Лекція 7. 1.10 Жорданова нормальна форма нільпотентного оператора [1,2]

Лекція 8. 1.11 Теорема Гамільтона-Келі [1,2]

Лекція 9. 1.12 Кореневі підпростори [1,2]

Лекція 10. 1.13 Теорема Жордана [1,2]

Тема 2. Лінійні простори

Лекція 11. 2.1 Гомоморфізм просторів, спряжені простори [2,3]

Тема 3. Унітарні простори. Оператори в унітарних просторах

Лекція 12. 3.1 Унітарні простори [1,2,3]

Лекція 13. 3.2 Спряжений оператор, спектральна теорія самоспряжених операторів [1,2,3]

Лекція 14. 3.3 Спектральна теорія унітарних операторів [1,2,3]

Тема 4. Розширення операторів

Лекція 15. 4.1 Лінійні оператори на підпросторах [1,2,3]

Практичні заняття

Тема 1. Алгебра лінійних операторів

Заняття 1. 1.1 Лінійні оператори та їх властивості

Заняття 2. 1.2 Операції з лінійними операторами

Заняття 3. 1.3 Інваріантні підпростори лінійного оператора

Заняття 4. 1.4 Влазні значення та власні вектори

Заняття 5. 1.5 Діагоналізація оператора, нільпотентність

Заняття 6. 1.6 Матриця лінійного оператора, властивості

Заняття 7. 1.7 Матриця оператора в різних базисах

Заняття 8. 1.8 Характеристичне рівняння властивості.

1.9 Клітки Жордана

1.10 Жорданова нормальна форма нільпотентного оператора

1.11 Теорема Гамільтона-Келі

1.12 Кореневі підпростори

1.13 Теорема Жордана

Тема 2. Лінійні простори

Заняття 9. 2.1 Спряжений простір

2.2 Гомоморфізм просторів, спряжені простори

Заняття 10. 2.3 Альтернативи Фредгольма

2.4 Ортогональні та біортогональні системи

Тема 3. Унітарні простори. Оператори в унітарних просторах

Заняття 11. 3.1 Унітарні простори

Заняття 12. 3.2 Спряжений оператор, спектральна теорія самоспряжених операторів

3.3 Спектральна теорія унітарних операторів

Заняття 13. 3.4 Спектральна теорія нормальних операторів

Тема 4. Розширення операторів

Заняття 14. 4.1 Лінійні оператори на підпросторах

Заняття 15. 4.2 Теорія розширення самоспряжених операторів

4.3 Спектр самоспряжених та унітарних операторів

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;

4 Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

7.1 Форми роботи

Навчальні заняття зазвичай проводяться у навчальних фудиторіях в off-line режимі. В умовах карантину використовується on-line режим із застосуванням усіх доступних наочних засобів подання матеріалу (Zoom, Meet Google, Skype та інше). Додатково студенти отримують всі навчальні та методичні матеріали по e-mail, telegram-каналу або в електронному кампусі.

7.2 Правила відвідування занять

Заняття проводяться згідно з розкладом у навчальних аудиторіях, або в умовах карантину в on-line режимі з використанням доступних засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять в on-line режимі регламентується відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про можливий пропуск контрольного заходу. Протягом наступного тижня здобувач вищої освіти має звернутися до викладача для погодження форми та порядку усунення заборгованості.

Якщо аудиторне заняття випадає на неробочий (святковий) день, то матеріал такого заняття частково переноситься в категорію «Самостійна робота студентів», а частково додається до наступного заняття.

8. Політика університету

8.1. Політика щодо академічної доброчесності

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділ 3).

Усі завдання мають виконуватися самостійно! Співпраця студентів дозволена лише при розв’язанні

проблемних завдань, але свій розв’язок кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність вважається порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, детальніше: https://kpi.ua/code

8.2. Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного

технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше:

https://kpi.ua/code

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	ДКР	Семестр. атест.
1	5	150	30	30	90	1	1	екзамен

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (РСО) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.
Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.
Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус https://campus.kpi.ua.
Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання ДКР. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях;
- виконання додаткових задач;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (ДКР);
- екзамен.

Відповіді під час практичних занять

- якщо задача повністю розв’язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв’язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
- якщо незадовільна відповідь, метод розв’язування задачі неправильний – 0 балів

Максимальний бал 6=2х3.

Виконання додаткових задач

Включає виконання задач підвищеної складності, поставлених на лекціях чи під час гурткової роботи.
Максимальний бал 8.

Модульні контрольні роботи

МКР складаються із п’яти задач, одна із яких носить теоретичний характер, інші практичний.
Відсутність на контрольній роботі – 0 балів.
Максимальний бал за кожний модуль 15.

Розрахункова робота

Розрахункова робота виконується і захищається частинами, що за змістом відповідають кожній темі, і складається з 6 завдань. Кожна частина РР здається в терміни, встановлені викладачем.
При виконанні менше 60% РР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована.
Максимальний бал 6.

Іспит

Екзаменаційна складова 50 балів.

Заохочувальні бали

- заохочувальні бали за виконання задач підвищеної складності
- успішна участь у олімпіаді з математики математики

Максимальна кількість заохочувальних балів не перевищує 10% (10 балів)

Форма семестрового контролю – іспит

Якщо виконано усі передбачені види робіт, то іспит виставляється «автоматом», де сумарна підсумкова оцінка вираховується за формулою: сумарні бали за семестр помножені на $5/3$, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу, дозволяється написання екзаменаційної роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал.

Умови позитивної оцінки календарного контрлю

Для отримання “задовільно” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Розрахунок шкали рейтингу (R):

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

R = 6 + 8 + 30 + 6+50 = 100 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо

Менше 60	Незадовільно

1. **Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

Проф. каф. математичної фізики та диференціальних рівнянь , доктор фіз.-мат. наук, Горбачук В.М.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 9 від 25.06.2025р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.)