Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

Основи теорії випадкових процесів

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	**Перший (бакалаврський)**
Галузь знань	11 – Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна(денна)/змішана
Рік підготовки, семестр	4 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	150 годин (54 лекційних, 36 практичних, 60 СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота, розрахунково-графічна робота
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.ф.-м. н., проф. Іванов Олександр Володимирович, e-mail: alexntuu@gmail.com, тел. моб. +38(067)966-84-21 Практичні / Семінарські: доцент, к.ф.-м.н. Орловський Ігор Володимирович, i.v.orlovsky@gmail.com ; асистент Юськович Віктор Костянтинович, viktyusk@gmail.com
Розміщення курсу	https://do.ipo.kpi.ua/course/view.php?id=6899

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є формування у здобувачів освіти здатностей: • володіти основними поняттями та методами теорії випадкових процесів, зокрема, знати означення, основні характеристики та загальні властивості випадкових процесів; процеси з незалежними приростами; гауссові випадкові процеси; мартингали; стаціонарні процеси; марківські та дифузійні процеси; випадкові процеси у фінансовій математиці, теорії масового обслуговування та теорії ризику; • застосовувати методи теорії випадкових процесів для розв’язування теоретичних і прикладних задач; • ефективно використовувати методи теорії випадкових процесів; • навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками та іншими інформаційними ресурсами. • уміти аналізувати одержані результати.
Предмет навчальної дисципліни	Основні поняття та методи теорії випадкових процесів; основні характеристики та загальні властивості випадкових процесів; процеси з незалежними приростами; гауссові випадкові процеси; мартингали; стаціонарні процеси; марківські та дифузійні процеси; випадкові процеси у фінансовій математиці, теорії масового обслуговування та теорії ризику
Компетентності	• Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1). • Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК3). • Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7). • Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК8). • Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК9). • Здатність працювати автономно (ЗК12). • Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання (ФК1). • Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі (ФК2). • Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3). • Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК4). • Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі

	явищ, процесів та систем (ФК6). • Здатність математичними методами оцінювати ризики в тих предметних областях, де проводяться дослідження (ФК11). • Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК14).
Програмні результати навчання	• Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики (РН7). • Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (РН10). • Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (РН11). • Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ (РН17).

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Теорія ймовірностей, основи математичної статистики

Постреквізити: Лінійний регресійний аналіз, основні математичні моделі процесів ризику

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні поняття теорії випадкових процесів

Тема 1.1. Короткий огляд необхідних понять та відомостей з теорії ймовірностей

Тема 1.2. Означення випадкової функції, випадкової послідовності та випадкового процесу. Траєкторії, скінченновимірні розподіли, функція середніх, моментні функції, коваріаційна функція та характеристична функція випадкового процесу. Приклади випадкових процесів.

Тема 1.3. Теорема Колмогорова про скінченновимірні розподіли. Теорема Бохнера. Теорема Колмогорова у термінах характеристичних функцій.

Тема 1.4. Класифікація випадкових процесів.

Розділ 2. Процеси з незалежними приростами

Тема 2.1. Випадкові блукання.

Тема 2.2. Гіллясті процеси.

Тема 2.3. Процес Пуассона.

Тема 2.4. Складний процес Пуассона.

Тема 2.5. Вінерівський процес

Розділ 3. Гауссові випадкові процеси

Тема 3.1. Гауссові процеси

Тема 3.2. Процеси дробового броунівського руху та їх застосування у фінансовій математиці

Розділ 4. Мартингали та пов`язані з ними процеси

Тема 4.1. Умовні математичні сподівання та їх властивості.

Тема 4.2. Мартингали, субмартингали та супермартингали. Моменти зупинки.

Тема 4.3. Основні властивості мартингалів та супутніх процесів.

Розділ 5. Стаціонарні процеси

Тема 5.1. Стаціонарні процеси з дискретним та неперевним часом.Процеси зі стаціонарними приростами.

Тема 5.2. Стохастичне інтегрування.

Тема 5.3. Інтерполяція та прогноз.

Розділ 6. Ланцюги Маркова, марковські та дифузійні процеси

Тема 6.1. Ланцюги Маркова

Тема 6.2. Процеси народження та загибелі

Тема 6.3. Означення, основні властивості та приклади марковських процесів.

Тема 6.4. Означення, основні властивості та приклади дифузійних процесів.

Розділ 7. Випадкові процеси у теоріях масового обслуговування та ризику.

Тема 7.1. Процеси масового обслуговування

Тема 7.2. Процеси ризику.

Тема 7.3. φ-субгауссові випадкові процеси та їх застосування

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. - К.: ВПЦ “Київський університет”, 2007. - 494 с.
2. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів: Навч. Посібник. - К.: Либідь, 1990. - 168 с.
3. Гусак Д.В., Кулик О.М., Мішура Ю.С., Пилипенко А.Ю. Збірник задач з теорії випадкових процесів та її застосувань у фінансовій математиці та теорії ризику. - К.: ВПЦ “Київський університет”, 2008. - 287 с.
4. Василик О.І. Козаченко Ю.В., Ямненко Р.Є. φ-субгауссові випадкові процеси. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет». - 2008. - 231 с.

Допоміжна література

1. B. Hajek. An Exploration of Random Processes for Engineers. - 2012.
2. Linda J. S. Allen. An Introduction to Stochastic Processes with Applications to Biology. - 2003.
3. Rabi N. Bhattacharya, Edward C. Waymire. Stochastic processes with applications. – New York : Wiley, 1990.
4. Y. Mishura, G. Shevchenko. Theory and Statistical Applications of Stochastic Processes, - 2017, Wiley-ISTE.
5. Ofosu, J. B., Hesse, C. A. & Otchere, F. (2014). Applied stochastic processes. EPP Books Services, Accra.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна/дистанційна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.	Короткий огляд необхідних понять та відомостей з теорії ймовірностей. *Рекомендована література:* [1], розділ 1.
2.	Означення випадкової функції, випадкової послідовності та випадкового процесу. Траєкторії, скінченновимірні розподіли, функція середніх, моментні функції. Коваріаційна функція та характеристична функція випадкового процесу. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.1; [2], п.1; [3], розділ I.
3.	Приклади випадкових процесів. Теорема Колмогорова про скінченновимірні розподіли. Теорема Бохнера. Теорема Колмогорова у термінах характеристичних функцій. *Рекомендована література:* [2], п.1,2; [3], розділ II.
4.	Класифікація випадкових процесів. *Рекомендована література:* [2], п.2. Випадкові блукання. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
5.	Випадкові блукання. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
6.	Випадкові блукання (продовження). *Рекомендована література:* [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
7.	Гіллясті процеси. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.12; [2], п.24.
8.	Гіллясті процеси (продовження). *Рекомендована література:* [1], розділ 2.12; [2], п.24. Ланцюги Маркова. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
9.	Ланцюги Маркова (продовження). *Рекомендована література:* [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
10.	Процес Пуассона. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.15; [3], розділ V.
11.	Складний процес Пуассона. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.17; [3], розділ XVII.
12.	Процеси народження та загибелі. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.16; [2], п.23; [3], розділ X.
13.	Вінерівський процес. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.18; [3], розділ VI.
14.	Гауссові процеси. *Рекомендована література:* [3], розділ VI.
15.	Процес дробового броунівського руху. *Рекомендована література:* [3], розділ VI.
16.	Умовні математичні сподівання та їх властивості. Частина 1. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.5.
17.	Умовні математичні сподівання та їх властивості. Частина 2. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.5.
18.	Мартингали, субмартингали та супермартингали: означення, приклади, основні властивості.

	Рекомендована література: [1], розділ 2.13; [2], п.4; [3], розділ VII.
19.	Моменти зупинки мартингалів та супутніх процесів. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.13; [2], п.4; [3], розділ VII.
20.	Стаціонарні випадкові процеси. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.7; [2], п.6, 16, 17,18; [3], розділ VIII.
21.	L2-теорія. *Рекомендована література:* [2], п.14.
22.	Стохастичні інтеграли. *Рекомендована література:* [2], п.15; [3], розділ VIII.
23.	Інтерполяція та прогноз. Прогноз стаціонарної послідовності. *Рекомендована література:* [3], розділ VIII.
24.	Марківські процеси. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ XII.
25.	Дифузійні процеси. *Рекомендована література:* [2], п.29; [3], розділ XII.
26.	Процеси ризику. *Рекомендована література:* [3], розділ XVII.
27.	φ-субгауссові випадкові процеси та їх застосування. *Рекомендована література:* [4].

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: навчити студента самостійно розв’язувати всі типи математичних задач, які належать до кредитного модуля «Основи теорії випадкових процесів»

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.	Короткий огляд необхідних понять та відомостей з теорії ймовірностей. *Рекомендована література:* [1], розділ 1.
2.	Означення випадкової функції, випадкової послідовності та випадкового процесу. Траєкторії, скінченновимірні розподіли. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.1; [2], п.1; [3], розділ I.
3.	Функція середніх, моментні функції, коваріаційна функція. *Рекомендована література:* [2], п.1; [3], розділ II. Характеристична функція випадкового процесу. *Рекомендована література:* [2], п.2.; [3], розділ II.
4.	Випадкові блукання. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
5.	Гіллясті процеси. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.12; [2], п.24.
6.	Ланцюги Маркова. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
7.	Ланцюги Маркова: класифікація станів. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
8.	Процес Пуассона. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.15; [3], розділ V.
9.	Складний процес Пуассона. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.17; [3], розділ XVII.

10.	Процеси народження та загибелі. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.16; [2], п.23; [3], розділ X.
11.	Процеси народження та загибелі в теорії черг. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.16; [2], п.23; [3], розділ X.
12.	Вінерівський процес. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.18; [3], розділ VI. Гауссові випадкові процеси. *Рекомендована література:* [3], розділ VI.
13.	Умовні математичні сподівання та їх властивості. I. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.5.
14.	Мартингали. Моменти зупинки. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.13; [2], п.4; [3], розділ VII.
15.	Стаціонарні випадкові процеси. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.7; [2], п.6, 16, 17,18; [3], розділ VIII.
16.	Марківські процеси. *Рекомендована література:* [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ XII.
17.	Процеси ризику. *Рекомендована література:* [2], п.29; [3], розділ XII.
18.	**МКР**

Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання розрахункової роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до іспиту.

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які ставляться перед студентом:

- відвідування лекційних та практичних занять є обов’язковою складовою вивчення матеріалу;
- на лекції викладач користується власним конспектом лекцій та презентаційним матеріалом; використовує гугл-диск, кафедральний сайт https://do.matan.kpi.ua, власний курс на Платформі дистанційного навчання "Сікорський" або створену групу у Telegram (за узгодженням з групою) для викладання матеріалу поточної лекції, додаткових ресурсів, матеріалу для самостійної роботи та інше; викладач відкриває доступ до відповідного курсу у системі Moodle для виконання індивідуальних робіт;
- на лекції заборонено відволікати викладача від викладання матеріалу, усі питання, уточнення та ін. студенти задають в кінці лекції у відведений для цього час;
- Індивідуальні роботи захищаються;
- модульні контрольні роботи пишуться на практичних заняттях без застосування допоміжних засобів (мобільні телефони, планшети та ін.); результат пересилається у файлі до відповідної директорії гугл-диску або завантажується у відповідне завдання в дистанційному курсі у системі Moodle;
- заохочувальні бали виставляються за: активну участь на лекціях; за повний конспект лекцій; за участь у факультетських та інститутських олімпіадах з навчальних дисциплін, участь у

конкурсах робіт, підготовка оглядів наукових праць; презентацій по одній із тем СРС дисципліни, тощо. Кількість заохочуваних балів не більше 5.

- **Відвідування занять**

Відвідування лекцій та практичних занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання практичних завдань та успішного написання МКР, виконання РР у рукописному форматі

- **Пропущені контрольні заходи**

Результат модульної контрольної роботи для студента(-ки), який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. У такому разі, студент(-ка) має можливість написати модульну контрольну роботу, але максимальний бал за неї буде дорівнювати 50% від загальної кількості балів. Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

- **Календарний рубіжний контроль.**

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем. Метою проведення атестації є підвищення якості навчання студентів та моніторинг виконання графіка освітнього процесу студентами.

Критерій			Перша атестація	Друга атестація
Термін атестації			14.10.24-26.10.24	02.12.24-14.12.24
Умови одержання атестації	Поточний рейтинг		більше 50% можливих на даний момент балів	більше 50% можливих на даний момент балів
	Поточний контрольний захід	РР	+	+
		МКР	–	+

- **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code

- **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна\ дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РР	Семестр. атест.
1	5	150	54	36	60	1	1	Екзамен

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (РСО) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус https://campus.kpi.ua.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання РГР. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

- Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали, з них 50 балів складає стартова шкала. Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує за:
  - виконання домашніх завдань;
  - виконання модульної контрольної роботи;
  - виконання розрахункової роботи.

- **Критерії нарахування балів:**

Виконання домашніх завдань

Ваговий бал: 10 балів.

Домашні завдання оцінюються у процентному відношенні до кількості правильно зроблених завдань, максимальний бал – 10 за всі домашні роботи.

Модульна контрольна робота

Ваговий бал: 20 балів.

Модульна контрольна робота складається з 5 задач. Ваговий бал кожної задачі – 4 бали. Розв'язок задачі оцінюється в 0-4 бали наступним чином:

- якщо задача повністю розв'язана, то студент отримує 4 бали;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, або ж задача розв'язана частково, студент отримує $4 \cdot \frac{P}{100}$ балів, де P – відсоток виконання задачі;
- якщо відповідь незадовільна, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів.

Розрахункова робота

Ваговий бал: 20 балів.

Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань. Задача зараховується лише за умови повного розв'язку.

Штрафні та заохочувальні бали за:

- кожний тиждень затримки із поданням розрахункової роботи нараховується штрафний – 1 бал (усього не більше –5 балів);
- За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті одному або двом кращим студентам на кожному практичному занятті може бути добавлений як заохочувальний 1 бал. Максимальна кількість заохочувальних балів на всіх практичних заняттях дорівнює 1 бал х 5 = 5 балів.
- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та захист рефератів, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля; виконання індивідуального семестрового завдання: 1-5 балів (усього не більше 5 балів).

- Умовою позитивної першої та другої атестацій є отримання у поточному рейтингу не менше 50% можливих на даний момент балів.

- Умовою допуску до екзамену є зарахування розрахункової роботи та стартовий рейтинг студента не менше 30 балів.

- На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожний варіант складається з 1 теоретичного питання та 4 практичних. Перелік запитань наведений у Рекомендаціях до

засвоєння кредитного модуля. Кожне запитання (завдання) оцінюється у 10 балів за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання) – 9-10 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями) – 7-8 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до «стереотипного» рівня та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками) – 4-6 балів;
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» (незадовільна відповідь, неправильний метод розв'язування) – 0-4 бали.

● Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

Бали	**Оцінка**
100…95	Відмінно
94…85	Дуже добре
84…75	Добре
74…65	Задовільно
64…60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
0…29 або не зараховано розрахункову роботу	Не допущено

8. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

У випадку дистанційної форми навчання у РСО відбуваються наступні зміни:

- Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle.
- Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру R_C встановлюється на рівні 50 балів.
- Допусковий бал до екзамену R_D встановлюється на рівні 30 балів.
- Сума балів R_I, набрана студентом протягом семестру згідно затвердженого РСО, повідомляється на останньому практичному занятті.
- Підтвердження виконання студентом вимог поточного контролю та умов допуску до екзамену повинно бути відображено в Електронному кампусі.
- У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити R_I шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового з відповідним відображенням результатів в Електронному кампусі.
- Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю, а також виконання студентом умов допуску до екзамену відповідно до затвердженого РСО.
- Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}.$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею 1.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено проф. О.В. Іванов

Ухвалено кафедрою Математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 14 від 25.06.2025)

Погоджено Методичною комісією Фізико-математичного факультету (протокол № 10 від 27.06.2025)