



## МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ: ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

### Частина 1. Вступ до математичного аналізу. Границі. Похідні.

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### – Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	1 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	240 годин (72 годин – лекції, 72 години – практичні, 96 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Дрозд Вячеслав Володимирович, <a href="mailto:slava572@ukr.net">slava572@ukr.net</a> Практичні: к.ф.м.н., доцент Сиротенко Антон Володимирович, <a href="mailto:antonsyrotenko86@gmail.com">antonsyrotenko86@gmail.com</a>
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

**1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання**

<p><b>Цілі дисципліни</b></p>	<p>Метою освітньої програми є підготовка фахівців, здатних розв'язувати теоретичні задачі та практичні проблеми в галузі математики та математичної статистики, розвивати математичні теорії, будувати та аналізувати математичні моделі в різних галузях науки, зокрема: в економіці, страхуванні та фінансах, поглиблювати і поширювати наукові знання у сфері математики шляхом інтернаціоналізації та інтеграції освіти, наукових досліджень та інноваційної діяльності. Мета освітньої програми відповідає стратегії розвитку КПІ ім. Ігоря Сікорського на 2020- 2025 роки щодо формування суспільства майбутнього на засадах концепції сталого розвитку.</p> <p>Також метою навчальної дисципліни є:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– формування у здобувачів освіти здатності до логічного мислення, розвиток їх інтелектуальних здібностей;</li> <li>– формування необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики у прикладних задачах та інженерних розрахунках;</li> <li>– набуття вміння доводити розв'язок задачі до практично прийнятного результату – числа, графіка, висновка із застосуванням обчислювальних засобів, таблиць і довідників;</li> <li>– формування вміння самостійно використовувати і вивчати літературу з математики та розвивати гнучкість мислення;</li> <li>– формування вміння самостійно аналізувати одержані результати.</li> </ul>
<p><b>Предмет навчальної дисципліни</b></p>	<p>Основні визначення щодо функції однієї змінної – область визначення, область значень, способи задання функцій, основні їх види, основні елементарні функції, їх графіки та характеристики.</p> <p>Основи диференціального числення функцій однієї змінної – границі числових послідовностей, визначні границі, еквівалентності; неперервність функції, точки розриву; похідна та диференціал функції; дотична та нормаль до графіка функції; екстремуми, асимптоти, побудова графіків функцій. моделі і поняття лінійної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу, аналіз та методи розв'язання.</p>
<p><b>Компетентності</b></p>	<p>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. (ЗК 01);                  Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК 03);                  Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК 07);                  Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК 08);                  Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК 09);                  Здатність працювати автономно (ЗК 12);                  Здатність проявляти творчий підхід та ініціативу (ЗК 17);</p>

	<p>Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів(ЗК 18);</p> <p>Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання(ФК 01);</p> <p>Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок(ФК 03);</p> <p>Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК 04);</p> <p>Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК 08);</p> <p>Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК 14).</p>
<p><b>Програмні результати навчання</b></p>	<p>Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці (ПРН 01);</p> <p>Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (ПРН 03);</p> <p>Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН 04);</p> <p>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН 10)</p> <p>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН 11);</p> <p>Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (ПРН 12);</p> <p>Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних (ПРН 13)</p>

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

**Пререквізити:** Кредитний модуль «Математичний аналіз: функції однієї змінної» (ПО1) є фундаментом математичної освіти спеціаліста. Він є необхідним для успішного засвоєння подальших спеціальних дисциплін та вивчається в першому і другому семестрі. ,

**Постреквізити:** Кредитний модуль «Математичний аналіз: функції однієї змінної» передуює кредитним модулям «Математичний аналіз: функції однієї змінної» (ПО2), «Основи фінансової математики» (ЗО5).

## 3. Зміст навчальної дисципліни

– Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	2	3	4	5
<b>Розділ 1. Елементи числових множин. Відображення</b>				
Тема 1.1. Числові множини	35	14	12	7
Тема 1.2. Відображення	13	6	10	5
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>54</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	<b>12</b>
<b>Розділ 2. Теорія границь</b>				
Тема 2.1. Границя послідовності	26	10	8	8
Тема 2.2. Границя функції. Нескінченно малі.	22	8	10	4
Тема 2.3. Неперервність та рівномірна неперервність функції	20	8	8	4
Контрольна робота з розділу 2	5		2	3
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>73</b>	<b>26</b>	<b>28</b>	<b>19</b>
<b>Розділ 3. Диференціальне числення функцій однієї змінної</b>				
Тема 3.1. Похідна функції	30	10	10	10
Тема 3.2. Застосування похідної	33	16	8	9
Контрольна робота з розділу 3	5		2	3
<b>Разом за розділом 3</b>	<b>68</b>	<b>26</b>	<b>20</b>	<b>22</b>
<b>Розрахункова робота</b>	<b>25</b>			<b>25</b>
<b>Екзамен</b>	<b>20</b>		<b>2</b>	<b>18</b>
<b>Всього годин</b>	<b>240</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>96</b>

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література

1. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,01 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – Т. 1. – 496 с.  
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/24338>
2. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посібн. / Дубовик В. П., Юрик І. І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
3. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
4. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. У 4-х частинах. Ч. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія [Електронний ресурс]: навчальний посібник / НТУУ «КПІ»; уклад. І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, [та інші]. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,45 Мбайт). – Київ: НТУУ «КПІ». 2015. –180 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16606>
5. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний [та ін.]. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,67 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 249 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16620>
6. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач: навч. посібн. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

##### Додаткова література

7. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Ч. 1. К., Либідь, 1994.
8. Деякі розділи елементарної математики: Метод. вказівки до викон. типової розрахунк. роб. з мат. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ КПІ», 2014. – 84 с.
9. Вступ до математичного аналізу. Метод. вказівки до викон. типової розрахунк. роб. з мат. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ КПІ», 2013. – 105 с.
10. Математичний аналіз. Похідна та диференціал. Розрахункова робота: Навчальний посібник для студентів спеціальності 111 Математика. / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: В.В. Дрозд. – Київ: КПІ імені Ігоря Сікорського, 2018.-153 с.

##### Інформаційні ресурси

1. Барановська Г.Г. Практикум з математики. Показникова і логарифмічна функції [Електронний ресурс] // Електронний каталог науково-технічної бібліотеки НТУУ «КПІ». – 2014. – Режим доступу:

[http://library.kpi.ua:8991/F/8V7A4N5CQ668NADB87TUH4HRX31QT5QRSDNNK6FLVBFITQ1LTN-00998?func=full-set-set&set\\_number=754749&set\\_entry=000025&format=999](http://library.kpi.ua:8991/F/8V7A4N5CQ668NADB87TUH4HRX31QT5QRSDNNK6FLVBFITQ1LTN-00998?func=full-set-set&set_number=754749&set_entry=000025&format=999).

2. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посібн. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с. – Режим доступу:

[http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-01757?func=full-set-set&set\\_number=797795&set\\_entry=000003&format=999](http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-01757?func=full-set-set&set_number=797795&set_entry=000003&format=999)

3. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посібн./ Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с. – Режим доступу:

[http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02049?func=full-set-set&set\\_number=797796&set\\_entry=000018&format=999](http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02049?func=full-set-set&set_number=797796&set_entry=000018&format=999)

4. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с. – Режим доступу:

[http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02550?func=full-set-set&set\\_number=797798&set\\_entry=000004&format=999](http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-02550?func=full-set-set&set_number=797798&set_entry=000004&format=999)

5. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз. Приклади і задачі: навч. посіб. для студ. техніч. вищих закладів / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 238 с. – Режим доступу:

[http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-03070?func=full-set-set&set\\_number=797800&set\\_entry=000016&format=999](http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-03070?func=full-set-set&set_number=797800&set_entry=000016&format=999)

#### – Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### Очна/дистанційна форма

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Числові множини. Первинні поняття. Поняття множини, дії з множинами. Квантори. Круги Ейлера. Правило дуальності (двоїстості). Індикатор множини і його властивості. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.1, § 3.
2	Множина натуральних чисел. Аксиоми, означення, властивості. Теорема про ділення натуральних чисел з остачею. Прості числа та їх властивості. Найбільший спільний дільник, алгоритм Евкліда, його обґрунтування. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.1, § 3.
3	Множини цілих та раціональних чисел. Поняття протилежного числа. Означення та властивості цілих чисел. Поняття оберненого числа. Означення та властивості раціональних чисел. Представлення раціонального числа у вигляді десяткового дробу. <i>Рекомендована література:</i> : [10], гл.1, § 1.1
4	Упорядкованість множини раціональних чисел. Аксиоми, означення. Властивості нерівностей. Степінь раціонального числа з цілим показником, її властивості. <i>Рекомендована література:</i> : [10], гл.1, § 1.1
5	Точні межі числових множин. Означення обмеженої числової множини, точних меж множин. Приклади. Теорема про еквівалентне означення точних меж. Теорема про існування точних меж обмеженої числової множини. Властивості точних меж.

	<i>Рекомендована література:</i> [1], гл.1 § 3.
6	Множина дійсних чисел. Означення ірраціонального числа. Означення дій на множині дійсних чисел, які задані нескінченними десятковими дробами. Модуль дійсного числа, його властивості. Властивість Архімеда. Теорема про те, що між двома дійсними числами завжди лежить раціональне число. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.2 § 2.1.
7	Степінь числа $s$ дійсним показником. Приклад про квадрат числа, що дорівнює 2. Теорема про існування кореня з дійсного невід'ємного числа. Означення степені з раціональним та дійсним показником, його властивості. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.1, § 1.3.
8	Комбінаторика. Деякі нерівності. Біном Ньютона. Нерівності Я.Бернуллі та Коші-Буняковського. Означення середнього арифметичного, геометричного і гармонічного чисел. Нерівність, що порівнює їх. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.1 § 4.
9	Відображення: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція. Функція як відображення. Основні елементарні функції, їх графіки. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.1 § 4.
10	Потужність числових множин. Злічені множини і їх властивості. Зліченість множини раціональних чисел. Теореми про існування незлічених множин та про незліченість множини дійсних чисел. Незліченість множини трансцендентних чисел. Принцип вкладених проміжків. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.1 § 2.
11	Границя послідовності. Означення послідовності. Два означення границі послідовності, їх еквівалентність. Приклади. Теореми про єдиність границі. Теорема Банаха. Обмеженість збіжної послідовності. Арифметичні дії над збіжними послідовностями. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.2 § 2,3 .
12	Властивості збіжних послідовностей. Теореми про перехід до границі в нерівностях між послідовностями та про проміжну послідовність. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності, їх властивості. Теорема про представлення збіжної послідовності. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.2 § 2,3.
13	Монотонні послідовності. означення, обмеженість монотонної послідовності, що має границю. Теорема Вейерштрасса (критерій збіжності монотонної послідовності). Число $e$ , його наближене обчислення, натуральні логарифми. Означення підпослідовності. Теорема Больцано-Вейерштрасса. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.2 § 3,4.
14	Верхня та нижня границі підпослідовності. Єдиність границі послідовності, яка має границю. Теорема Больцано-Вейерштрасса про існування підпослідовності, що має границю. Означення верхньої та нижньої границь послідовності, їх знаходження для обмеженої послідовності. Критерій збіжності обмеженої послідовності. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.3 § 3.4,3.5.

15	Критерій Коші . Означення фундаментальної послідовності, її обмеженість. Критерій Коші збіжності послідовності. Означення точки скупчення числової послідовності. Необхідна і достатня умова того, що точка є точкою скупчення множини. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.2 § 5.
16	Границя функції. Означення границі функції за Гейне і Коші, еквівалентність цих означень. Приклади. Означення границі функції при прямуванні аргумента до безмежності та границі функції, яка є безмежністю. Односторонні границі функції. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.1.
17	Визначні границі. Критерій існування границі функції. Теореми про границі функції. Перша і друга визначні границі. Означення обмеженості функції. Теореми: про обмеженість, про збереження знаку, про складену функцію, що має границю. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.3 § 1.
18	Символи Ландау. Критерій Коші існування границі функції в точці. Нескінченно мала і нескінченно велика функції при $x \rightarrow a$ : означення, теорема про представлення функції, що має границю. Символи Ландау, їх властивості. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.3 § 2.
19	Критерій еквівалентності функцій. Порівняння нескінченно малих функцій, шкала порівнянь, головна частина функції. Асимптотичний розклад функції. Приклади. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.3 § 2.
20	Неперервність функцій. Означення неперервної функції у точці. Еквівалентні означення. Арифметичні дії над неперервними функціями у точці. Критерій неперервності функції у точці. Неперервність елементарних функцій у точці з області їх визначення. Означення неперервної функції на сегменті. Точки розриву функції та їх класифікація. Приклади. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.3 § 3.
21	Монотонні функції на інтервалі. Означення, теорема про точки розриву монотонної функції. Глобальна характеристика монотонної функції на сегменті. Перша теорема Вейєрштрасса про обмеженість функції, неперервної на сегменті. <i>Рекомендована література:</i> [4], гл.4 § 4.3.
22	Неперервні функції на інтервалі. Друга теорема Вейєрштрасса про найбільше і найменше значення неперервної на сегменті функції. Перша (про нулі функції) та друга (про проміжні значення функції) теореми Больцано-Коші про неперервну на сегменті функцію. Теорема про обернену функцію. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.4 § 4.4.
23	Рівномірна неперервність на множині. Означення рівномірно неперервної функції на множині. Теорема Кантора про рівномірну неперервність функції на сегменті. Поліноми Бернштейна. Третя теорема Вейєрштрасса про рівномірне наближення поліномами функції, неперервної на сегменті. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.4 § 4.4.
24	Похідна функції. Означення похідної функції в точці. Односторонні похідні. Приклад функції, у якій похідна в точці не існує. Критерій існування похідної в точці. Неперервність та існування похідної в точці. Геометричний зміст похідної в точці:



	<p>означення дотичної до графіка функції в точці при <math>f'(x_0) = k &lt; \infty</math> і при <math>f'(x_0) = \pm\infty</math>. Фізичний зміст похідної. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.1</p>
25	<p>Властивості похідних. Похідна суми, добутку, частки функцій в точці. Похідні основних елементарних функцій. Похідна складеної функції. Похідна оберненої функції. Приклади. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.1,5.3-5.4.</p>
26	<p>Диференціал функції. Похідна функції, яка задана неявно. Логарифмічна похідна. Гіперболічні функції та їх похідні. Похідна функції, яка задана параметрично. Диференціал: означення і геометричний зміст. Властивості диференціала. Інваріантність форми першого диференціала. Застосування диференціала в наближених обчисленнях. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.3-5.4.</p>
27	<p>Похідні вищих порядків. Означення диференційовності функції в точці. Критерій диференційовності. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків: означення, властивості. Означення екстремумів функції в точці. Теорема Ферма (необхідна умова існування локального екстремуму функції). <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.</p>
28	<p>Теореми про середнє. Теореми Лагранжа, Ролля, Коші. Їх геометричне трактування, застосування при доведенні нерівностей та рівномірної неперервності функції на сегменті. Правило Лопіталя. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.</p>
29	<p>Формула Тейлора. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для диференційовної функції із залишковим членом у формі Лагранжа, Коші та Пеано. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.9.</p>
30	<p>Формули Маклорена для деяких функцій. Формула Маклорена для функцій <math>e^x, \sin x, \cos x, (1+x)^\alpha</math> (<math>\alpha \in \mathbb{R}</math>), <math>\ln(1+x)</math>. Оцінка залишкових членів. Приклади. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.10.</p>
31	<p>Монотонність функції. Критерій монотонності функції на інтервалі. Монотонність функції в точці. Означення локальних екстремумів функції, стаціонарних і критичних точок. Достатні умови існування локального екстремуму функції в критичній точці. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.</p>
32	<p>Екстремуми функції. Достатні умови існування локального екстремуму функції в стаціонарній точці. Найбільше і найменше значення функції на сегменті. Приклади. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.</p>
33	<p>Опуклість функції. Означення опуклої вниз (вверх) функції на інтервалі. Геометричне трактування. Критерій опуклості. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.12-5.</p>
34	<p>Точки перегину та асимптоти графіка функції. Означення точки перегину. Необхідна умова існування точки перегину. Достатні умови існування точки перегину. Означення асимптоти графіка функції. Необхідні та достатні умови існування похилої асимптоти. Вертикальна і горизонтальна асимптоти.</p>

	<i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.
35	Повне дослідження функції. Повне дослідження функції за допомогою похідних (приклад). Нерівність Ієнсена. Механічний зміст похідної. Наслідок: доведення нерівності Коші між середніми. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4.
36	Векторні функції. Векторні функції однієї змінної. Операції над ними. Неперервність і похідні векторної функції. Похідна скалярного та векторного добутків векторних функцій. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.6 § 6.4-6.5.

### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Контрольна робота "Збереження знань" КР33-0.
2	Дії над натуральними числами: розклад на множники, ділення з остачею. Метод математичної індукції. Завдання на СРС: [6], гл.І. § 3.
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Цілі та раціональні числа. Алгебраїчні тотожності. Модуль числа.</li> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 3</li> </ul>
4	Степенева функція з раціональним показником. Поліноми та алгебраїчні рівняння. Завдання на СРС: [6], гл.І. § 5.
5	Раціональні функції та алгебраїчні нерівності. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 5.</li> </ul>
6	Тригонометричні функції. Обернені тригонометричні функції. Тригонометричні нерівності. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 7.</li> </ul>
7	Показникова та логарифмічна функція. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 7.</li> </ul>
8	Множини та дії над ними. Індикатор множини. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 1.</li> </ul>
9	Метод математичної індукції. Біном Ньютона. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 2.</li> </ul>
10	Відображення: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція. Функція як відображення. Основні елементарні функції. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Завдання на СРС: [6], гл.І. § 7.</li> </ul>

11	Раціональні та ірраціональні числа. Точні межі числових множин. – Завдання на СРС: [6], гл.I. § 3.
12	Числові множини, їх потужність. Числові нерівності. – Завдання на СРС: [6], гл.I. § 4.
13	Послідовності. Означення границі послідовності. Завдання на СРС: [6], гл.II, . § 8
14	Критерій Коші збіжності послідовності. Монотонні послідовності. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 8.
15	Обчислення границі послідовності. Теорема Штольца. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 8.
16	Верхня і нижня границі послідовності. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 8.
17	Графіки функцій, заданих параметрично і в полярній системі координат. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 7.
18	Границя функції в точці. Перша визначна границя. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 9.
19	Границя функції на нескінченності. Друга визначна границя. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 9.
20	Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентність функцій. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 9.
21	Символи Ландау. Порівняння функцій. Символи Ландау. Головна частина функції. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 9.
22	Неперервність функції в точці та на множині. Ціла і дробова частина числа. Довизначення функції до неперервної. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 10.
23	Точки розриву, їх класифікація. Ліва і права границя функції в точках розриву. Рівномірна неперервність функції на множині. Завдання на СРС: [6], гл.II. § 10, 12.
24	Контрольна робота МКР-1
25	Похідна функції, яка задана явно. Похідна складеної функції. Завдання на СРС: [6], гл.III. § 13.
26	Похідна оберненої функції. Похідна функцій, заданих параметрично і неявно. Завдання на СРС: [6], гл.III. § 13.
27	Геометричний зміст похідної. Дотична і нормаль до кривої. Диференціал функції та його застосування. Завдання на СРС: [6], гл.III. § 14.
28	Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Завдання на СРС: [6], гл.III. § 15.
30	Формула Тейлора.

	Завдання на СРС: [6], гл.IV. § 16, 17.
31	Монотонність функції. Нерівності. Завдання на СРС: [6], гл.IV. § 18.
32	Дослідження функції на екстремум. Завдання на СРС: [6], гл.IV. § 20.
33	Опуклість функції. Точки перегину. Завдання на СРС: [6], гл.IV. § 20.
34	Повне дослідження функції за допомогою похідних. Завдання на СРС: [6], гл.IV. § 20.
35	Повне дослідження функції. Асимптоти графіка. Завдання на СРС: [6], гл.IV. § 21.
36	Контрольна робота. МКР- 2

### Самостійна робота

Самостійна робота студента по вивченню дисципліни включає такі види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи (тестові завдання в дистанційних курсах на платформі Moodle);
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до іспиту.
- самостійне вивчення окремих тем:

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання
1	<b>Розділ 2.</b> Наближене обчислення числа $e$ . <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.2 § 3,4
2	<b>Розділ 2. Властивості модуля неперервності функції.</b> <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.4 § 4.4.
3	<b>Розділ 3. Фізичний зміст похідної.</b> <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.1
4	<b>Розділ 3.</b> Похідні гіперболічних функцій. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.1,5.3-5.4
5	<b>Розділ 3.</b> Застосування диференціала в наближених обчисленнях. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.3-5.4
6	<b>Розділ 3.</b> Формули Маклорена для гіперболічних функцій. <i>Рекомендована література:</i> [10], гл.5 § 5.10
7	<b>Розділ 3.</b> Асимптоти графіка функції, заданої параметрично. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4

## 6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, виконання завдань ДКР з подальшим захистом, написання тестів, підготовку до МКР та іспиту.

### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

## 7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
1	8	240	72	72	96	2	1	екзамен

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання РГР. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- виконання самостійних робіт на практичних заняттях, написання тестів;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (РГР) із подальшим захистом.

Робота на практичних заняттях

Ваговий бал 1 за кожну самостійну роботу, або виконаний тест

- якщо задачі повністю розв'язані, то здобувач отримує максимальну кількість

- запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує відсоток від максимуму, який вказується в нормі оцінювання самостійної роботи, або запрограмований у тесті;
- якщо незадовільні відповіді, метод розв'язування задач неправильний, або у випадку відсутності на заході – 0 балів

Максимальний бал  $15=1 \times 15$

#### Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота складається з двох частин

Ваговий бал кожної частини 10

МКР-1 «Границя функції, неперервність»

МКР-2 «Диференціальне числення функцій однієї змінної»

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 9 – 10 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) 5 – 8 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації 0 – 4 бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів.

Максимальний бал  $10 \times 2 = 20$

#### Розрахункова робота

Домашня контрольна робота складається з двох частин

РГР-1 «Границя функції, неперервність»

Ваговий бал 5

РГР-2 «Диференціальне числення функцій однієї змінної»

Ваговий бал 10

Розрахункова робота виконується і захищається частинами, що за змістом відповідають модульній контрольній роботі. Кожна частина РГР здається в терміни, встановлені викладачем.

При виконанні менше 60% РГР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована.

Максимальний бал 15

#### Штрафні та заохочувальні бали

Штрафні бали можуть накладатись за несвоєчасне виконання всіх видів робіт.

Заохочувальні бали можуть нараховуватись за удосконалення дидактичного матеріалу, за участь в наукових конференціях та олімпіадах з вищої математики.

Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (5 балів)

#### Форма семестрового контролю – екзамен

Ваговий бал кожного завдання 10

На екзамені студенти виконують письмову екзаменаційну роботу. Білет складається з 2 теоретичних питань і 3 практичних завдань.

Критерії оцінювання

- «відмінно»: повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації; повне, безпомилкове розв'язування завдань) 9 – 10 балів;
- «добре»: достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або є незначні неточності 7 – 8 балів;
- «задовільно»: неповна відповідь на завдання (не менше 60%) та є помилки і певні недоліки 5 – 6 балів;
- «незадовільно»: відповідь не відповідає умовам до «задовільно» (незадовільна відповідь,

неправильний метод розв'язування» 0 – 4 бали.

Максимальний бал  $10 \times 5 = 50$

**Розмір стартової шкали  $R_C = 50$  балів. Розмір екзаменаційної шкали  $R_E = 50$  балів.**

**Розмір шкали рейтингу  $R = R_C + R_E = 100$  балів.**

Умови позитивної проміжної атестації.

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

**Студент допускається до екзамену, якщо його рейтинг семестру не менший 30 балів, при цьому він повинен мати зараховані модульні контрольні роботи та РГР (виконано не менше, ніж на 60%).**

Студенти, які в кінці навчального семестру мають стартовий рейтинг  $R_C < 20$  балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перескладання. Студенти з рейтингом  $20 < R_C < 30$  мають можливість добрати бали до допусків, шляхом виконання допусків контрольної роботи на останньому тижні навчального семестру.

У випадку дистанційної форми навчання додаткові контрольні роботи приймаються до 18:00 того дня, коли блокується екзаменаційна відомість.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

#### **8. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється із застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + 40 \frac{(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$$

та переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею 1.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено:** доцент кафедри МАтаТЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцент Дрозд В.В.

**Ухвалено:** кафедрою МАтаТЙ (протокол № 13 від 11.06.2024р.)

**Погоджено:** Методичною радою ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024р.)