Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра
математичної фізики
та диференціальних
рівнянь

МЕТОДИ НЕЛІНІЙНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	***Перший (бакалаврський)***
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	4 курс, 7 семестр
Обсяг дисципліни	4 кредити ЄКТС (120 годин), з них лекції 36 години, практичні заняття 18 годин, самостійна робота 66 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік, МКР, РГР
Розклад занять	*http://roz.kpi.ua, https://schedule.kpi.ua*
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович Практичні: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович viktor.gera@gmail.com
Розміщення курсу	платформа дистанційного навчання Sikorsky Distance, електронний кампус КПІ ecampus.kpi.ua, сайт кафедри, інформаційні ресурси бібліотеки, група в Telegram
	Підручник: *Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В.* Метод оберненої задачі розсіяння та його застосування. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019 (2-е видання). – 110 с. Режим доступу https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46097

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Метою дисципліни є знайомство майбутніх фахівців-математиків з основними положеннями нелінійної математичної фізики – сучасною теорією нелінійних рівнянь та теорією солітонів.

Лінійна (або класична) математична фізика становить фундамент квазілінійного світу. До середини 20-го століття для описання фізичних явищ зазвичай використовувалися саме лінійні або “лінеаризовані” математичні моделі, що дозволяло скористатися зручною і прозорою, але часто нереалістичною властивістю нелінійних процесів і систем: система, яка характеризується складними (нелінійними) причинно-наслідковими зв’язками розглядалася як сукупність декількох більш простих підсистем, вплив яких на сукупну динаміку можна нібито досліджувати окремо.

Однак, з плином часу, при всій універсальності та глибині лінійна математична фізика та “квазілінійний підхід”, як і будь яка інша теорія та взагалі наукові знання, виявилася недостатньою для розуміння багатьох

важливих явищ і закономірностей оточуючого світу. З'ясування причин цієї недостатності та пошук нових шляхів у великій мірі виявилися пов'язаними з формуванням *нелінійної математичної фізики*.

Дана дисципліна є теоретичною основою сукупності знань та вмінь, що формують поглиблені уявлення про нелінійні рівняння та математичні методи сучасної нелінійної математичної фізики, а також про їх практичні додатки в сучасній науці та техніці. Набуті знання дозволять слухачам розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та дослідницької діяльності.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
ЗК 3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
ЗК 7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
ЗК 8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.
ЗК 12 Здатність працювати автономно.
ЗК 17 Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів.

Фахові компетентності (ФК)

ФК 1 Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
ФК 3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.
ФК 4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних.
ФК 5 Здатність до кількісного мислення.
ФК 6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.
ФК 8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.
ФК 14. Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках.

1.2. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – математичні моделі процесів і явищ, обумовлені виключно *нелінійністю*. Протягом останніх трьох-чотирьох десятиліть стало очевидним, що припущення про лінійність будь-якої складної (нелінійної) моделі призводить до втрати важливих якісних характеристик досліджуваного явища. У разі нелінійних процесів та систем *ціле є дещо більше та інше, ніж проста сукупність його частин*, що проявляється в утворенні нових структур (сутностей), які виявляються когерентними у просторі та часі. Ці нові структури, мають свої унікальні властивості, характеризуються певними часовими інтервалами існування і вступають в специфічні взаємодії одна з одною. Оскільки ці взаємодії є також нелінійними, нелінійна математична фізика індукує на більш високому рівні описання інших нових структур (сутностей).

Розуміння цього факту стало переломним моментом в історії сучасної науки і призвело до зміни наших уявлень про внутрішню організацію наукових знань. Зараз *теорія нелінійних еволюційних процесів та систем* виокремилася в нову область математичної фізики, яка бурхливо розвивається.

Вивчення дисципліни «Нелінійні рівняння математичної фізики» покликане допомогти навчитися студентам першого рівня вищої освіти розробляти та досліджувати математичні моделі нелінійних явищ і процесів, а також опанувати навички та знання, необхідні для виконання науково-дослідних робіт.

1.3. Результати навчання (РН)

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають демонструвати **програмні результати навчання**:

РН 11 Вміти розв'язувати конкретні математичні задачі сформульовані у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення із застосуванням спеціальних функцій;
РН 12 Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.
РН 19 Знати теоретичні основи і застосовувати спеціальні функції для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Освітній компонент «Нелінійні рівняння математичної фізики» викладається у 7 семестрі і є одним із ключових курсів професійної підготовки бакалаврів спеціальності “Математика”. Цей курс дає систематизоване викладення основних нелінійних рівнянь, їх численних теоретичних та практичних застосувань. Ця дисципліна має глибокі логічні зв’язки з попередніми дисциплінами навчального плану математичної підготовки бакалаврів.

Навчальна дисципліна «Нелінійні рівняння математичної фізики» спирається на апарат аналітичної геометрії, лінійної та векторної алгебри, математичного та функціонального аналізу, теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, числових і функціональних рядів, ТФКЗ, перетворень Фур’є, методів математичної фізики та інших дисциплін бакалаврського рівня вищої освіти.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Нелінійні збудження та нелінійні хвилі

Тема 1.1. Нелінійні збудження в природі (вихори, цунамі, перекидання хвиль).

Тема 1.2. Нелінійна динаміки систем з одним ступенем вільності: ангармонічний осцилятор.

Тема 1.3. Нелінійні системи з двома ступенями вільності: інтеграли руху.

Тема 1.4. Локалізація енергії в нелінійних ланцюжках.

Тема 1.5. Довгохвильове наближення динаміки нелінійних ланцюжків.

Тема 1.6. Рівняння Буссінеска.

Розділ 2. Нелінійні еволюційні рівняння

Тема 2.1. Слабодиспергуючі середовища.

Тема 2.2. Рівняння Кортевега-де-Фріза.

Тема 2.3. Сильно диспергуючі системи.

Тема 2.4. Нелінійне рівняння Шредінгера.

Тема 2.5. Солітони, як зв’язані стани багатьох елементарних збуджень.

Тема 2.6. Сінусоїдальне рівняння Клейна-Гордона.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. *Bullough R.K., Caudrey P.J.* Solitons. – Springer Science & Business Media, 2013. – 392 pp.
2. *Lakshmanan M*. Solitons: Introduction and Applications. – Springer Science & Business Media, 2012. – 367 pp.
3. Trullinger S.E., Zakharov V.E., Pokrovsky V.L. Solitons. – Elsevier, 2012. – 916 pp.
4. *Manton N., Sutcliffe P.* Topological solitons. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, Cambridge, 2004. – xii+493 pp.
5. *Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В.* Метод оберненої задачі розсіяння та його застосування. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019 (2-е видання). – 110 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46097.

Допоміжна

6. *Eilenberger G*. Solitons: Mathematical Methods for Physicists. – Springer Science & Business Media,2012. – 194 pp.
7. *Guo B., Pang X-F., Wang Yu-F., Liu N*. Solitons. – Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2018. – 376 pp.
8. *Galaktionov V. A., Vázquez J.L*. A Stability Technique for Evolution Partial Differential Equations: A Dynamical Systems Approach. – Springer Science & Business Media, 2003. – 377 pp.
9. *Dauxois T, Peyrard M*. Physics of Solitons. – Cambridge University Press, 2006. – 422 pp.

Інформаційні ресурси

https://www.youtube.com/watch?v=vbeEXUs5j7Y
http://physics.aps.org/articles/v6/15

- Solitons Home Page (Heriot-Watt University, Edinburgh)
- Soliton-Lab Art Gallery. Many Faces of Solitons (Kyoto University)
- Nonlinear Physics Group (Australian National University)
- Klaus Brauer's SOLITON Page (University of Osnabrück)
- Light Bullet Home Page (Simon Fraser University)
- http://theor.jinr.ru/~shnir/Solitons/345.html (Uniiversiitty off Olldenburg)
- Harmonic maps and integrable systems (ed. A.P. Fordy and J.C. Wood)

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

Розділ 1. Нелінійні збудження та нелінійні хвилі

Тема 1.1. Нелінійні збудження в природі.

Лекція 1. Нелінійні збудження в природі (вихор**и**, цунамі, перекидання хвиль).

Тема 1.2. Нелінійна динаміки систем з одним ступенем вільності.

Лекція 2. Основи нелінійної динаміки систем з одним ступенем вільності: ангармонічний осцилятор.

Лекція 3. Теорія еліптичних функцій. Нелінійний зсув частоти.

Тема 1.3. Нелінійні системі з двома ступенями вільності.

Лекція 4. Нелінійні системі з двома ступенями вільності: інтеграли руху.

Лекція 5. Нерівномірний розподіл енергії між ступенями вільності.

Тема 1.4. Локалізація енергії в нелінійних ланцюжках.

Лекція 5-6. Задача Фермі-Паста-Улама з квадратичною нелінійністю. Солітон Забускі-Крускала.

Тема 1.5. Довгохвильове наближення динаміки нелінійних ланцюжків.

Лекція 7. Нелінійні дискретні системи.

Лекція 8. Системи з розподіленими параметрами.

Тема 1.6. Рівняння Буссінеска.

Лекція 9. Стаціонарні ударні хвилі в середовищі з дисперсією та дисипацією. Рівняння Буссінеска.

Лекція 10. Рівняння Буссінеска і поодинока ударна хвиля в ангармонічного кристалі.

Розділ 2. Нелінійні еволюційні рівняння

Тема 2.1. Слабодиспергуючі середовища.

Лекція 11. Лінійні і нелінійні закони дисперсії. Дисперсія нелінійних хвиль.

Лекція 12. Нестійкість нелінійних хвиль стаціонарного профілю. Критерій Лайтхілла. Модуляційна нестійкість нелінійних хвиль.

Тема 2.2. Рівняння Кортевега-де-Фріза.

Лекція 13. Поширення хвилі в нелінійному середовищі. Стаціонарні нелінійні хвилі.

Лекція 14. Рівняння Кортевега-де Фріза для опису хвиль на воді. Солітони рівняння КдФ. Періодичні розв’язки.

Тема 2.3. Сильно диспергуючі системи.

Лекція 15. Нелінійні хвилі на глибокій воді.

Тема 2.4. Нелінійне рівняння Шредінгера.

Лекція 16. Поширення хвильових пакетів. Солітони нелінійного рівняння Шредінгера для обвідної хвильового пакета. Рівняння Гросса-Пітаєвського. Оптичне самофокусування.

Тема 2.5. Солітони, як зв’язані стани багатьох елементарних збуджень.

Лекція 17. Стійкість солітонів. Взаємодія солітонів і багатосолітонні розв’язки.

Тема 2.6. Синусоїдальне рівняння Клейна-Гордона

Лекція 18. Осцилятор з нелінійністю синуса. Солітони нелінійного рівняння Клейна-Гордона. Періодичні хвилі. Нелінійні стоячі хвилі. Самоіндукована прозорість.

Практичні заняття

Завдання циклу практичних занять: засвоєння основних закономірностей нелінійних хвильових явищ і процесів. Відпрацювання навичок самостійного розв’язування задач нелінійної математичної фізики.

Розділ 1. Нелінійні збудження та нелінійні хвилі

Тема 1.1. Лінійні та нелінійні хвилі.

Заняття 1. Лінійні хвилі: хвильове рівняння, фаза та фазова швидкість, дисперсія хвиль, групова швидкість, еволюція пакету хвиль, затухання хвиль.

Заняття 2. Нелінійні хвилі: рівняння руху, потоки фізичних величин, явище перекидання. Прості хвилі, помірна нелінійність.

Заняття 3. Нелінійні збудження: помірна нелінійність і дисипація, ударні хвилі, помірна нелінійність і дисперсія, гіперболічні та диспергуючі хвилі**,** солітони.

Тема 1.4. Локалізація енергії в нелінійних ланцюжках.

Заняття 4. Поширення енергії в диспергуючій хвилі. Хвилі в активних середовищах, самофокусування, нелінійні хвилі в адіабатичному наближенні.

Заняття 5. Задача Фермі-Паста-Улама з кубічною нелінійністю.

Розділ 2. Нелінійні еволюційні рівняння

Тема 2.1. Слабодиспергуючі середовища

Заняття 6. Просторова та часова дисперсія. Варіаційний принцип Уизема. Модуляційна нестійкість. Колапс нелінійних хвиль.

Тема 2.2. Рівняння Кортевега-де-Фріза.

Заняття 7. Розв'язування задачі Коші для рівняння Кортевега-де-Фріза: одно та двосолітонні розв'язки.

Тема 2.4. Нелінійне рівняння Шредінгера

Заняття 8. Розв'язування задачі Коші для нелінійного рівняння Шредінгера: одно та двосолітонні розв'язки

Тема 2.6. Осцилятор з нелінійністю синуса

Заняття 9. Розв'язування задачі Коші для рівняння синус-Гордона: одно та двосолітонні розв'язки.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів включає опрацювання лекційного матеріалу, підготовку до практичних занять, виконання домашніх завдань та індивідуального семестрового завдання. Індивідуальні завдання припускають комп'ютерне моделювання нелінійних математичних моделей.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

7.1. Форми роботи

Навчальні заняття зазвичай проводяться у навчальних аудиторіях в off-line режимі; в умовах воєнного стану або карантину – в on-line режимі із застосуванням усіх доступних наочних засобів подання матеріалу (Zoom, Meet Google, Skype та інше). Додатково студенти отримують всі навчальні та методичні матеріали по e-mail, telegram-каналу або в електронному кампусі.

7.2. Правила відвідування занять

Заняття проводяться згідно з розкладом у навчальних аудиторіях; в умовах воєнного стану або карантину – в on-line режимі з використанням доступних засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять в on-line режимі регламентується відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про можливий пропуск контрольного заходу. Протягом наступного тижня здобувач вищої освіти має звернутися до викладача для погодження форми та порядку усунення заборгованості.

Якщо аудиторне заняття випадає на неробочий (святковий) день, то матеріал такого заняття частково переноситься в категорію «Самостійна робота студентів», а частково додається до наступного заняття.

7.3. Правила призначення заохочувальних та штрафних балів

Заохочувальні бали:

До 5 балів – за активну роботу щонайменше на 5-ти заняттях (обґрунтовані відповіді на запитання, самостійне розв'язування задач та їх аналіз, участь в обговореннях);

До 10 балів – студенту, який підготував і подав для у часті у студентській науковій конференції матеріал за тематикою навчальної дисципліни (за умови доповіді на конференції).

Штрафні бали:

Під час воєнного стану – не застосовуються.

8. Політика університету

8.1. Політика щодо академічної доброчесності

Безумовне дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділ 3).

Усі завдання мають виконуватися самостійно! Співпраця студентів дозволена лише при розв'язанні проблемних завдань, але свій розв'язок кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту/ заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність вважається порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, детальніше: https://kpi.ua/code

8.2. Норми етичної поведінки

Безумовне дотримання норм етичної поведінки, визначених у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»; детальніше: https://kpi.ua/code

Оцінювання та контрольні заходи

9. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

9.1. Види контролю

Вид контролю	*Спосіб контролю*
Поточний контроль	Перевірка виконання індивідуальних завдань, опитування за темою заняття, модульні контрольні роботи
Календарний контроль	Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу
Семестровий контроль	Залік
Умови допуску до семестрового контролю	Семестровий рейтинг студента не менше 60 балів, за умови зарахування усіх індивідуальних завдань

9.2. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Головна частина рейтингу студента формується завдяки активній творчій праці на практичних заняттях, виконанні індивідуальних домашніх завдань та результатах модульної контрольної роботи.

Види контролю:

- поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий);
- календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

1. Поточний контроль

Включає: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, захист індивідуальних завдань.

1. **Робота на практичних заняттях**
   Ваговий бал – 2, якість роботи – 0 - 2 (відповідь: повна – 2, неповна –1, відсутня – 0, бездоганна – 4).
   Максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях – не обмежена.
2. **Модульна контрольна робота**
   Складається з 2-х частин і виконується перед календарним контролем (атестацією) за пройденим на момент її написання матеріалом. Кожна частина модульної контрольної оцінюється в 14 балів. Максимальна кількість балів за МКР – 28.
   Переписування контрольної роботи з метою підвищення балу – не передбачене.
3. **Розрахунково-графічна робота**
   Ваговий бал – 8. Оцінюється кожне індивідуальне завдання у процентному відношенні до правильно розв'язаних задач. Максимальна кількість балів за 4 індивідуальні завдання складає: 4 × 8 = 32 бали.
   Кожне індивідуальне завдання захищається особисто.

Загальний семестровий рейтинговий бал:

$$R = R_{ПЗ} + R_{МКР} + R_{РГР} = R_{ПЗ} + 28 + 32,$$

де $R_{ПЗ}$ – максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях, $R_{МКР}$ – максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу, $R_{РГР}$ – максимальна кількість балів за індивідуальні завдання.

2. Календарний контроль

Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

3. Семестровий контроль (залік)

Залік виставляється за результатами роботи семестрі. За основу береться загальний семестровий рейтинговий бал.

Якщо на момент семестрового контролю, *за умови виконання всіх умов допуску до семестрового контролю*, здобувача вищої освіти не задовольняє набрана кількість балів за семестр, то результати

рейтингової оцінки скасовуються і здобувач вищої освіти здає залік. У цьому разі він може бути оцінений від 0 до 100 балів.

4 Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Кількість балів	*Оцінка*
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, доктором фіз.-мат. наук, професором Герасимчуком В.С.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25.06.2025р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025р.)