Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

Аналіз сигналів за допомогою вейвлет перетворень

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

– Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	**Перший (бакалаврський)**
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	4 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	120 годин/4 кредити (30 годин – Лекції, 30 години – Практичні, 60 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: кандидат фіз.-мат. наук, доцент Федорова Лідія Борисівна Практичні / Семінарські: канд. фіз.-мат. наук, ст. викладач, Москвичова Катерина Костянтинівна
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

- **Програма навчальної дисципліни**

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є формування у студентів компетентностей. − здатність у процесі навчання та при самостійній підготовці до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, здатність використовувати інформаційні та комунікаційні технології; − спроможність отримувати наслідки з постулатів математичних моделей (оцінка параметрів, прогноз, перевірка гіпотез), здібність до висунення постулатів альтернативних математичних структур і порівняння нових моделей з існуючими; − здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в учбових закладах тощо.
Предмет навчальної дисципліни	Буде вивчатися аналіз сигналів за допомогою вейвлет-аналізу як новітній розділ прикладної математики, створений на границі між 20 та 21 століттями. Вейвлет-аналіз виник в теорії геофізичних сигналів (як розділ прикладної математики) і лише згодом розвинувся як розділ фундаментальної науки. На даний момент застосовується в різних прикладних науках і тому може бути використаний в прикладних дослідженнях, де є необхідною кваліфікація в області математики. Це розширює суттєво список областей діяльності, де математик може отримати високооплачувану роботу
Компетентності	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1); Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК2); Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК6); Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7); Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК9); Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1); Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК2); Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (ФК6); Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК8);
Програмні результати навчання	Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики (РН7); Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою (РН9); Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (РН10); Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у

	формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (РН11); Знати міждисциплінарні зв'язки між математичною та іншими природничими та соціальними науками; основи міжнародного співробітництва в галузі науки та освіти; математичної мови як універсального способу для моделювання природничих, технічних та соціальних процесів (РН23);

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Вибіркова дисципліна «Аналіз даних за допомогою вейлет перетворень» викладається у восьмому семестрі (4 курс) базується на математичного аналізу, теорії матриць, теорії функцій комплексної змінної, теорії диференціальних і інтегральних рівнянь, математичної фізики, Фур'є аналізу

Постреквізити: Дисципліна «Аналіз даних за допомогою вейлет перетворень» викладається в останньому семестрі бакалаврського рівня вищої освіти і передує комплексному атестаційному екзамену.

3. Зміст навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1				
Тема 1. Вступ	10	4	2	4
Тема 2 Ряд і інтегральне перетворення Фур'є (погляд з точки зору застосувань і вейвлет аналізу)	14	4	4	6
Тема 3. Деякі довейвлетні інтегральні перетворення і їх застосування	20	6	6	8
Тема 4. Вейвлетні ряди.	20	6	6	8
Тема 5. Вейвлетне інтегральне перетворення.	30	10	8	12
МКР	6		2	4
РГР	10			10
Залік	10		2	8
Всього годин	120	30	30	60

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Геранін В.О., Писаренко Л.Д., Рущицький Я.Я. Математичні аспекти хвилькового аналізу. Навчальний посібник з 16 лекцій. Київ: ВПФ УкрІНТЕІ, 2001. – 164 с.
2. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM (Sjciety of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, 1982, 357 pp.
3. Mayer Y. Wavelets. Algorithms and Applications.SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, Pennsylnania, 1993, 133 pp.

4. Kaiser G A Friendly Guide to Wavelets.Boston – Dasel – Derlin , Birkhauser , 1994, 143 pp.
5. Wojtaszczyk PAA Mathematical Introduction to Wavelets. London Mathematical Society Student Texts. Cjmbridge, Combridge University Press, 1997 366 pp.
6. Burrus C.S., Gopinath R.A., Guo H. Introduction to Wavelets and Wawelet Transforms. Hrentice_Hall, Inc., New Jersey,1998 268 pp.
7.Наконечний А.Й., Наконечний Р.А., Павлиш В.А.Цифрова обробка сигналів. Навчальний посібник. Львів: Львівська політехніка, 2010,-368 с.
8. Sntven I/B/? J/ Natan Kutz. Data Driven Science & Engineering Steven I.Brunton, j Natan Kutz (Machine Learning). Branton& Kutz 2017, 521 pp.
9. Кущ С.М., Прогонов Д.О., Широкосмугові сигнали в системах технічного захисту інформації. Навчальний посібник (лабораторний практикум ч.1.). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 77 с.

Допоміжна література

7. Nievergelt Y. Wavelets Made Easy.Dirkhauser, Boston – Basel – Berlin, 1999, 297 pp.
8. Aboufadel E., Schlicker S. Discovering Wavelets.John Wiley Sons, New York –Toronto, 1999, 125 pp.
9. Walker J. A Primer on Wavelets and Theis Scientific Applications. Chapmaan and Hall, 1999, 155 pp.
10. Peitgtn H. O., Jurgens H.,Saupe D. Chaos and Fractals. Springer Verlag, New York, 1993. – 984 pp.
11. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. W.H.Freeman and Co., New York, 1982. – 244 pp.
12 .Cronover R.M. Introduction to Fractals and Chaos. Jones and Bartlett Publishers, Boston-London, 200. – 352 pp.
13. Belair J., Dubuc S (Eds) Fractal Geometry and Analysis. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991. – 366 pp.
14. Feder J. Fractals. Plenum Press, New York, 1988. – 344 pp.

– Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна/дистанційна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	**Основи вейвлет-перетворення:** :витоки вейвлет-перетворення, його переваги й недоліки, гільбертові простори, Основні простори функцій - $L^2(\mathbb{R}), L^p(\mathbb{R}), H^p(\mathbb{R})$ - необхідні у вейвлетному аналізі. Фізичний коментар простору, термінологія ; Ескізна схема хвилькового аналізу. Підручники та монографії. Про зміст та завдання спеціального курсу
2	**Зв'язок Фур'є-аналізу з вейвлет-аналізом:** ряди Фур'є в просторі L^2 (R) (означення, властивість мінімальності, нерівність Бесселя. теорема Парсеваля-Планшереля, теорема Ріса-Фішера); три шляхи розвитку теорії рядів Фур'є.
3 - 4	**Інтегральне перетворення Фур'є:** перехід від ряду до перетворення, означення прямого і оберненого перетворення Фур'є та його властивост і(класична теорема про достатні умови існування і збіжності інтегралу Фур'є); Амплітудний й частотний спектри сигналу (спектральна густина і функція Дірака, дзвіноподібна функція); фізичний зміст перетворення Фур'є; інші інтенральні перетворення

	(Лапласа, Мелліна, Ханкеля).
5	**Віконне перетворення Фур'є:** означення, приклади віконних функцій (віконна функція Габора, прямокутне та трикутне вікно, вікно Хаммінга), сімейство когерентних станів, властивості віконного перетворення; дискретизація і дискретне віконне перетворення Фур'є-Габора та його здатність розрізнення деталей. Критичний коментар.
6	**Неперервне вейвлет-перетворення:** вейвлет-перетворення функцій з обмеженою шириною частотної смуги (теорема Шеннона), загальний випадок неперервного вейвлет-перетворення (умова допустимості, теорема відновлення), застосування неперервного вейвлет-перетворення до аналізу сигналів; приклади модельних сигналів й спектрів їх неперервних вейвлет-перетворень .
7 -8	**Дискретне вейвлет-перетворення:** дискретизація неперервного вейвлет-перетворення, базиси (ортогональні й біоргональні базиси. стійкість дискретного базису); фрейми (рамки) (теорема про жорсткий фрейм, оператор фрейма, теорема про мінімальність коефіцієнтів фрейма, приклади фреймів)
9 -10	**Кратномасштабний аналіз:** основна ідея та принцип кратномасштабного аналізу (вкладені простори апроксимації), аналіз функцій, оснований на здатності розрізнення (масштабна функція та батьківський вейвлет). Алгоритм конструюваня вкладених підпросторів основаного на на прикладі масштабної функції Хаара (прямокутного імпульсу); масштабні коефіцієнти (Фундаментальна теорема та рівняння здрібнення, необхідні і достатні теореми щодо масштабних коефіцієнтів) ,матриці здрібнення та переходу.
10	**Ортонормовані базиси вейвлетів:** декомпозиція простору $L^2(R)$ (ортогональні доповнення до вкладених просторів, двомасштабна послідовність вкладених підпросторів); множина вейвлетних функцій та вейвлетних коефіцієнтів (теореми про зв'язок масштабних і вейвлетних коефіцієнтів, приклади вейвлетів, побудованих на функції Хаара та лінійному сплайні, приклад побудови множин вейвлетних функцій Хаара).
11	**Вейвлет – розклад функції з простору $L^2(R)$):** загальна теорія дискретного вейвлет-перетворення, аналіз – перехід від дрібного до грубого масштабу, синтез – перехід від грубого до дрібного масштабу; аналог теореми Парсеваля; аналіз за рівнем масштабу і локалізацією за часом, приклад застосування просторів масштабних функцій та просторів деталей (алгоритм Малла)
12	**Приклади кратномасштабного аналізу й вейвлетів:** вейвлети Шеннона-Котельнікова, В – сплайни,вейвлети Добеші з компактним носєм, грубі вейвлети на основі функції Гауса, комплексні вейвлети.
13	**Двовимірне вейвлет-перетворення:** основні означення (прямий добуток множин, двовимірна масштабна функція), декомпозиція простору $L^2(R^2)$ (двомірні масиви вертикальних, горизонтальних, діагональних масштабних й вейвлетних коефіцієнтів розкладу сигналу), масштабуючі співвідношення для двовимірних вейвлетів, приклад двовимірного дискретного вейвлет-перетворення плоских зображень, математичний алгоритм стикання й реконструкції зображення.
14	**Загальний випадок двовимірного вейвлет-перетворення:** основні означення (неперервного двовимірного перетворення Фур'є й вейвлет-перетворення),основні властивості неперервного двовимірного вейвлет-перетворення (формула реконструкції та ізометрії (збереження енергії сигналу)), випадок зображень (двовимірне діадне вейвлет-перетворення), приклади двовимірних вейвлетів.

15	**Огляд теми «Аналіз сигналів за допомогою вейвлет-перетворення»:** порівняння амплітудно-частотних спектрів неперіодичних сигналів й можливостей частотно-часового розрізнення для перетворень Фур'є, віконного перетворення Фур'є та вейвлет-перетворення, переваги й недоліки.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Основні простори функцій - $L^2(\mathbb{R}), L^p(\mathbb{R}), H^p(\mathbb{R})$ - необхідні у вейвлетному аналізі. Простір Харді.
2-3	Ряд і інтегральне перетворення Фур'є (погляд з точки зору застосувань і вейвлет аналізу). Приклади застосувань.
4-5	Вікна (віконні функції): 1. прямокутне вікно (вікно Діріхлє); 2. трикутне вікно; 3. трикутне вікно Бартлета; 4. вікно Хаммінга (припіднятий косинус); 5. вікно Ханна (припіднятий косинус); 6. вікно Такея (клиновидне вікно); 7. синусоїдальне вікно; 8. вікно Ланцоша (sinc - вікно); 9. вікно Гаусса (вікно Габора); 10. вікно Бартлета-Ханна.
6-7	Вікна (віконні функції): 11. вікно Блекмана; 12. вікно Блекмана-Нутелла; 13. вікно Блекмана-Харріса; 14. вікно Кайзера; 15. вікно Нутелла; 16. вікно з плоским верхом; 17. експоненціальне вікно; 18. вікно Дольфа-Чебишова; 19. вікно Бесселя; 20. вікно Райфа-Вінсента. Базиси: 1. базис Шаудера. 2. базис Шеннона.
8-9	Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 1.вейвлет Хаара (Haar wavelet). 2. вейвлет Стромберга (Stromberg wavelet). 3. вейвлет Габора (Gabor wavelet). 4. вейвлет Дюбеші-Жаффара-Журне (Daubechies-Jaffard-Journe wavelet).
10-11	Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 5. вейвлет Габора--Мальвара (Gabor-Malvar wavelet). 6. вейвлет Дюбеші (Daubechies wavelets). 7. вейвлет Гроссмана-Морле (Grossmann-Morlet wavelet). 8. вейвлет "мексіканський капелюх" (Mexican hat wavelet).
12-13	Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 9. вейвлет Койфмана "койфік" (Coifman wavelet - coiflet).10. вейвлет Мальвара-Мейера-Койфмана (Malvar-Meyer-Coifman wavelet). 11. вейвлет Шеннона (Shannon wave-let) або sinc хвилька. Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 12. вейвлет Коена-Дюбеші-Фово (Cohen-Daubechies-Feaveau wavelet). 13. вейвлет Жеронімо-Хардіна-Масопуста (Geronimo-Hardin-Massopust wavelet) 14. вейвлет Беттла-Лемері (Battle-Lemarie wavelet)
14	Модульна контрольна робота.
15	Залік

6. Самостійна робота студента

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка презентацій доповідей;
- підготовка до заліку.

− Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.
Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання розрахункової роботи, підготовку до МКР, презентації доповіді та заліку.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
1	4	120	30	30	60	1	1	залік

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (РСО) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.
Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.
Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус https://campus.kpi.ua.
Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: модульну контрольну роботи, якість виконання РГР, підготовку презентацій доповідей. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях, що включає підготовку доповідей за обраною темою;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (РГР).

Відповіді під час практичних занять

Розрахункова робота

Кожне завдання РР здається в терміни, встановлені викладачем. При виконанні менше 60% завдання не зараховується і має бути доопрацьованим. Оцінка виставляється шляхом перерахунку відсотка правильно виконаних завдань в рейтингові бали.
Максимальний бал 30

Доповідь

Впродовж семестру відбувається захист розрахункових робіт у вигляді 3 доповідей за завданнями РР.

- підготовка презентації і доповідь – 6 балів;
- відповіді на запитання – 4 бали;

Максимальний бал (6+4)*3=30.

Модульна контрольна робота

МКР проводиться на останньому практичному занятті
Оцінка виставляється шляхом перерахунку відсотка правильно виконаних завдань в рейтингові бали.
Відсутність на контрольній роботі – 0 балів.
Максимальний бал 40

Штрафні та заохочувальні бали

- несвоєчасне (пізніше ніж на тиждень) подання розрахункової роботи -1 бал
- заохочувальні бали за виконання творчих завдань
- успішна участь у олімпіаді з вищої математики

Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (10 балів)

Форма семестрового контролю – залік

Якщо виконано усі передбачені види робіт, то залік виставляється «автоматом» згідно рейтингу здобувача, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу, дозволяється написання залікової роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал

Умови позитивної оцінки календарного контрлю

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Розрахунок шкали рейтингу (R):

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

R = 30 + 30 + 40 = 100 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

Доцент кафедри МАтаТЙ, кандидат фіз.-мат. наук, Федорова Лідія Борисівна

Ухвалено кафедрою МАтаТЙ (протокол № 14 від 25.06.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.)