



# Багатовимірна аналітична геометрія

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

<b>Рівень вищої освіти</b>	Перший (бакалаврський)
<b>Галузь знань</b>	11 Математика та статистика
<b>Спеціальність</b>	111 Математика
<b>Освітня програма</b>	Страхова та фінансова математика
<b>Статус дисципліни</b>	Вибіркова
<b>Форма навчання</b>	Очна (денна)/дистанційна
<b>Рік підготовки, семестр</b>	2 курс, осінній семестр
<b>Обсяг дисципліни</b>	120 годин/4 кредити (36 годин – лекції, 18 годин – практичні, 66 годин – СРС)
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Залік/модульна контрольна робота, розрахункова робота
<b>Розклад занять</b>	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
<b>Мова викладання</b>	Українська
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Федорова Лідія Борисівна <a href="mailto:fedova.lb@gmail.com">fedova.lb@gmail.com</a> Практичні/Семінарські: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Федорова Лідія Борисівна <a href="mailto:fedova.lb@gmail.com">fedova.lb@gmail.com</a>
<b>Розміщення курсу</b>	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<b>Цілі дисципліни</b>	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у здобувачів освіти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- базових знань і основних теоретичних положень n- вимірних афінних, евклідових та псевдоевклідових просторів, симплексів у афінних просторах, сфер Ейлера ортоцентричних симплексів у евклідових просторах;</li> <li>- навичок застосування теоретичних знань до розв'язання типових задач аналітичної геометрії в n- вимірних афінних, евклідових просторах;</li> <li>- здатностей застосовувати математичні методи та типові алгоритми, сучасні комп'ютерні системи та інформаційні технології для розв'язання задач як на доведення так і на обчислення.</li> </ul>
<b>Предмет навчальної дисципліни</b>	<p>Основні моделі і поняття аналітичної геометрії афінних та евклідових просторів, аналіз та методи розв'язання задач в цих просторах.</p>
<b>Компетентності</b>	<p>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1);          Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК2);          Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7);          Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1);          Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК2);          Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3);</p>
<b>Програмні результати навчання</b>	<p>Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики (PH7);          Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою (PH9);          Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (PH10);          Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH11);          Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (PH12);          Розв'язувати типові задачі аналітичної геометрії афінних та евклідових просторів, (PH21);          Знати міждисциплінарні зв'язки між математичною та іншими природничими та соціальними науками; основи міжнародного співробітництва в галузі науки та освіти; математичної мови як універсального способу для моделювання природничих, технічних та соціальних процесів (PH23);          Застосовувати отримані знання з математичних дисциплін, у яких вивчаються моделі природничих процесів; математичні</p>

	методи аналізу та прогнозування; математичні способи інтерпретації числових даних; принципи функціонування природничих процесів, математичні моделі оцінки ризиків в тих предметних областях, де проводяться дослідження (PH24).
--	--

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

**Пререквізити:** Вибіркова дисципліна «Аналітична геометрія афінних та евклідових просторів» викладається у третьому семестрі (2 курс) підготовки бакалаврів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Лінійна алгебра» (ПО3), «Аналітична геометрія» (ПО5).

**Постреквізити:** Дисципліна «Аналітична геометрія афінних та евклідових просторів» викладається в третьому семестрі бакалаврського рівня вищої освіти і передує дисципліні «Скінченновимірний лінійний аналіз» та комплексному атестаційному екзаммену.

## 3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	2	3	4	5
<b>Розділ 1. n-вимірні афінні простори</b>				
Тема 1.1. Означення афінного простору $A^n$ . Аксиоми Вейля	8	4	1	3
Тема 1.2. Афінні координати	6	2	1	3
Тема 1.3. Рівняння m-вимірної площини.	6	2	1	3
Тема 1.4. Взаємне розміщення двох площин афінного простору, заданих рівняннями в афінних координатах.	12	4	2	6
Тема 1.5. Афінні перетворення простору $A^n$ та їх властивості.	6	2	1	3
Тема 1.6. Означення опуклих многогранників в $A^n$ . Прості фігури.	6	2	1	3
Тема 1.7. Симплекси n-вимірного афінного простору.	6	2	1	3
Тема 1.8. Гіперповерхні другого порядку в просторі $A^n$ . Загальна теорія.	6	2	1	3
Тема 1.9. Класифікація гіперповерхонь другого порядку в афінному просторі.	6	2	1	3
Розрахункова робота	8	-	-	8
<b>Розділ 2. n-вимірні евклідові простори</b>				
Тема 2.1. Означення евклідового векторного простору $E^n$ . Основні властивості.	6	2	1	3
Тема 2.2. Означення n-вимірного точкового евклідового простору. Ізоморфність точкового простору $R^n$ .	6	2	-	4
Тема 2.3. Площини в n-вимірному евклідовому просторі. Кут і віддаль між площинами в n-вимірному евклідовому просторі $E_n$ .	6	2	2	2
Тема 2.4. Афінні перетворення евклідового простору. Інваріантні фігури.	6	2	-	4

Тема 2.5. Многогранники в евклідовому просторі. Теорема Шлефлі.	6	2	1	3
Тема 2.6. Гіперповерхні другого порядку в евклідовому просторі. Канонічні рівняння гіперповерхонь в просторі $E_n$ .	6	2	2	2
Модульна контрольна робота	6	-	2	4
Залік	8	2	-	6
<b>Всього годин</b>	120	36	18	66

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література

1. D. Burago, Yu. Burago, and S.Ivanov. A course in Metric Geometry.: American Mathematical Society Press. 2001 – 418 p.
2. Yuditsh Cederberg. A course in Modern geometries. Chapter 2.: Springer Press. 2001. – 455 p.
3. Ю. Дрозд. Вступ до алгебричної геометрії. Лекції. КГУ ім. Т. Шевченка.: 2001. – 320 с.
4. Городецький В.В., Похила М.М. Аналітична геометрія многовимірних афінних та евклідових просторів. Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 1999. – 219 с.
5. Т. Ванах, Б. Бокало та інші. Збірник задач з аналітичної геометрії. – Львів.: Видавництво центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 105 с.

##### Додаткова література

6. Ю.Дрозд, Вступ до аналітичної геометрії. Лекції. КГУ імені Т. Шевченка: 2001. – 320 с.
7. Гумен О.Н. Прикладна багатовимірна геометрія в сучасних наукових дослідженнях. – Київ: Науковий вісник ТДАТУ, Вип. 6, т.1.
8. Гумен О.Н., Мартин С.Є. Гіперповерхні фазових  $n$ -просторів. Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2009. – Вип.24. – с. 64-69

#### Навчальний контент

##### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	<b>Означення векторного простору.</b> Базис та координати векторного простору. Ізоморфізм векторних полів. <i>Рекомендована література:</i> [1 – 4].
2	<b>Означення афінного простору <math>A^n</math>.</b> Система аксіом Вейля. Наслідки з аксіом афінного простору. Ізоморфізм афінних просторів. <i>Рекомендована література:</i> [1 – 4].
3	<b>Афінні координати.</b> Афінна система координат. Перехід до нової системи координат. <i>Рекомендована література:</i> [1 – 4].
4	<b>Рівняння <math>m</math>-вимірної площини.</b> Означення $m$ -вимірної площини в афінному просторі $A^n$ . Параметричне та загальне рівняння площини. Рівняння площини, що проходить через точки в загальному розташуванні. <i>Рекомендована література:</i> [1 – 4].
5	<b>Взаємне розташування площин.</b> Означення паралельних, перетинних та перехресних площин. Теореми єдиності. <i>Рекомендована література:</i> [1 – 4].
6	<b>Формула Грассмана про взаємне розташування площин.</b> Доведення теореми (формули Грассмана).

	<i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
7	<b>Афінні перетворення простору <math>A^n</math>.</b> Означення афінних перетворень та їх властивості. Основна теорема про афінні перетворення. <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
8	<b>Опуклі многогранники в афінному просторі.</b> Найпростіші опуклі множини в $A^n$ : відрізок півпростір, півплощина та промінь. <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
9	<b>Опуклі многогранники в афінному просторі.</b> Означення опуклого многогранника та його межі. Симплекси в $A^n$ : означення і застосування. <i>Рекомендована література: [1 – 4, 6, 7].</i>
10	<b>Гіперповерхні другого порядку.</b> Означення гіперповерхні другого порядку в $A^n$ : Взаємне розташування гіперповерхні та прямої. Центр та діаметральна площина гіперповерхонь.Зведення до центру. <i>Рекомендована література: [1 – 4,7, 8].</i>
11	<b>Класифікація гіперповерхонь другого порядку.</b> Означення та рівняння еліпсоїдів, гіперболоїдів та параболоїдів в афінному $n$ -вимірному просторі. Вироджені гіперповерхні. <i>Рекомендована література: [1 – 4, 6, 7,].</i>
12	<b>Означення евклідового векторного простору <math>E^n</math>.</b> Введення скалярного добутку в $E^n$ . Ортонормований базис в $E^n$ . Приклади евклідових просторів. <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
13	<b>Точковий <math>n</math>-мірний евклідів простір.</b> Означення точкового евклідового простору. Доведення ізоморфності всіх точкових просторів простору $R^n$ . Розв'язання основних задач аналітичної геометрії: відстань між точками, довжина відрізка. Декартова система координат. <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
14	<b>Площина в <math>n</math>-вимірному евклідовому просторі.</b> Означення гіперплощини. Відстань від точки до площини в $n$ -вимірному евклідовому просторі. Ортогональні площини. Кути між площинами. <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
15	<b>Афінні перетворення <math>n</math>-вимірного евклідового простору.</b> Означення і властивості перетворення. Аналітичне завдання перетворення. Типи перетворень: паралельне перенесення, симетрія відносно $k$ - вимірної площини, поворот навколо $(n-2)$ - вимірної площини. <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
16	<b>Многогранники в евклідовому просторі.</b> Визначник Грама. Означення правильного многогранника. Теорема Шлефлі ( класифікація правильних многогранників). <i>Рекомендована література: [1 – 4].</i>
17	<b>Гіперповерхні другого порядку в евклідовому просторі.</b> Квадратичні форми та канонічний базис $E^n$ . Характеристичне рівняння та його інваріанти. Канонічні рівняння гіперповерхонь . <i>Рекомендована література: [1 – 4]</i>
18	<b>Оглядова лекція.</b>

### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Приклади афінних просторів. Перевірка аксіом Вейля. Знаходження афінних координат та їх перетворення. Завдання на СРС: [6].
2	Розв'язання задач на знаходження різних типів рівнянь площини в $n$ -мірному афінному просторі.

	Завдання на СРС: [6].
3	Дослідження взаємного розташування заданих площин в $A^n$ . Завдання для СРС: [6].
4	Матричний запис афінного перетворення. Дослідження опуклих многогранників. Завдання для СРС: [6].
5	Гіперповерхні в афінному просторі: зведення до центру та класифікація. Завдання для СРС: [6].
6	Знаходження взаємного розташування площин в евклідовому просторі. Знаходження відстані від точки до площини. Завдання для СРС: [6].
7	Гіперповерхні другого порядку в евклідовому просторі $E^n$ . Знаходження канонічного базису в просторі. Знаходження канонічних рівнянь гіперповерхонь та їх класифікація. Завдання для СРС: [6].
8	Модульна контрольна робота.
9	Залік

## 6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка презентацій доповідей;
- підготовка до заліку.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання розрахункової роботи, підготовку до МКР, презентації доповіді та заліку.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\ дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
3	4	120	36	18	66	1	1	залік

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання ДКР, підготовку презентацій доповідей. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях, що включає підготовку доповідей за обраною темою з аналітичної геометрії афінних та евклідових просторів;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (РГР).

Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 2

- якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
- якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів Максимальний бал  $10=2 \times 5$ .

Доповідь.

- підготовка презентації і доповідь – 15 балів;
- участь в обговоренні – 2 балів;
- відповіді на запитання – 3 бали; Максимальний бал 20.

Модульна контрольна робота МКР складається з тестових завдань.

Оцінка виставляється шляхом перерахунку відсотка правильно виконаних завдань в рейтингові бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів. Максимальний бал 40

Розрахункова робота

Ваговий бал 5

Розрахункова робота виконується і захищається частинами, що за змістом відповідають кожній темі, і складається з 6 завдань. Кожна частина РР здається в терміни, встановлені викладачем. При виконанні менше 60% РР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована.

Максимальний бал  $5 \times 6 = 30$

Штрафні та заохочувальні бали

- несвоєчасне (пізніше ніж на тиждень) подання розрахункової роботи -1 бал
- заохочувальні бали за виконання творчих завдань
- успішна участь у олімпіаді з вищої математики

Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (10 балів)

Форма семестрового контролю – залік

Якщо виконано усі передбачені види робіт, то залік виставляється «автоматом» згідно рейтингу здобувача, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу, дозволяється написання залікової роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал

Умови позитивної оцінки календарного контролю

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

**Розрахунок шкали рейтингу (R):**

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R = 10 + 20 + 40 + 30 = 100 \text{ балів.}$$

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

**9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** доцентом кафедри МА та ТЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцентом Федоровою Лідією Борисівною

**Ухвалено** кафедрою МА та ТЙ (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2023 р.)