



# ТЕОРІЯ ОПЕРАТОРІВ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### 1. Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС, 120 годин (36 годин – лекції, 18 годин – практичні, 66 годин – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік, РГР, МКР</i>
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>к. ф.-м. н., Пелехата Ольга Богданівна</i> <i>e-mail: pelehataob2015@gmail.com</i> . Практичні / Семінарські: <i>д. філософії., Скоробогач Тетяна</i> <i>Богданівна, e-mail: TetianaSkorobohach@gmail.com</i>
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

### 2. Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<b>Цілі дисципліни</b>	Метою навчальної дисципліни є ознайомлення майбутніх фахівців-математиків з основними поняттями та результатами теорії операторів та методами розв'язання інтегральних рівнянь, що виникають в численних задачах математичної фізики.
<b>Предмет навчальної дисципліни</b>	Основні поняття і твердження функціонального аналізу, теорії операторів, теорії інтегральних рівнянь.

<p><b>Компетентності</b></p>	<p>ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.;</p> <p>ЗК2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</p> <p>ЗК3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</p> <p>ЗК4 Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово;</p> <p>ЗК8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;</p> <p>ФК3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок</p> <p>ФК4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.</p> <p>ФК6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.</p>
<p><b>Програмні результати навчання</b></p>	<p>РН3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень</p> <p>РН4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.;</p> <p>РН11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.</p>

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

**Пререквізити:** Дисципліна «Теорія операторів і інтегральні рівняння» є одним із вибіркового курсів професійної підготовки здобувачів першого (бакалавського) рівня спеціальності «Математика», які навчаються за освітньо-професійною програмою «Страхова та фінансова математика». Цей вибіркового компонент доповнює обов'язкові дисципліни циклу професійної підготовки в напрямку аналізу та його застосувань, і знайомить студентів з математичними поняттями та методами, які використовуються для розв'язання інтегральних рівнянь, які виникають, зокрема, в задачах математичної фізики. Дисципліна базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз» та «Функціональний аналіз».

**Постреквізити:** Дисципліна «Теорія операторів і інтегральні рівняння» пов'язана з освітнім компонентом «Методи математичної фізики» та передуватиме освітньому компоненту «Наукова робота за темою магістерської дисертації».

## 3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Обмежені лінійні оператори.

Тема 2. Лінійні оператори в гільбертовому просторі.

Тема 3. Спектр лінійного оператора.

Тема 4. Компактні лінійні оператори.

Тема 5. Рівняння з компактними операторами.

#### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

##### **1. Базова література.**

1. Березанський Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель В. Г. Функціональний аналіз. – Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2014. – 560 с.

2. Kadets V. A Course in Functional Analysis and Measure Theory – Springer, 2018. – 553 p.

##### **2. Допоміжна література.**

3. Гарасим Я.С., Недашковська А.М., Остудін Б.А. Методи розв'язування типових задач функціонального аналізу: Методичний посібник для студентів. – Львів: Простір М, 2015. – 72 с.

4. Городній М.Ф., Константінов О.Ю., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Навчальні завдання до практичних занять з функціонального аналізу. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2006. – 103 с.

5. Навчальні завдання до практичних занять з функціонального аналізу / Укладачі О. Ю. Константінов, О. Н. Нестеренко, А. В. Чайковський. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2014. – 41 с.

6. Анікушин А.В., Семенов В.В. Збірник задач з функціонального аналізу. – К.: Видавничополіграфічний центр "Київський університет", 2017. – 64 с.

### **3. Навчальний контент**

#### **5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

##### **Очна/дистанційна форма**

##### **Лекційні заняття**

##### **Лекція 1. Лінійні неперервні оператори.**

Неперервність лінійного оператора в точці і на всьому просторі. Обмеженість і неперервність лінійного оператора. Норма лінійного оператора.

##### **Лекції 2-3. Простір лінійних обмежених операторів.**

Умови його повноти. Рівномірна і сильна збіжність операторів. Принцип рівномірної обмеженості. Теорема Банаха-Штейнгауза.

##### **Лекція 4. Добуток лінійних операторів.**

Приклади. Поняття нормованої алгебри.

##### **Лекції 5-6. Обернений лінійний оператор.**

Приклади. Умови оборотності оператора. Оборотність операторів  $1-A$  і  $A+B$ .

##### **Лекція 7. Спряжений оператор.**

Приклади. Властивості спряженого оператора.

##### **Лекції 8-9. Лінійні оператори в гільбертових просторах.**

Білінійні форми. Самоспряжені оператори. Невід'ємні оператори. Напівобмеженість.

##### **Лекція 10. Оператори Гільберта-Шмідта.**

Абсолютна норма. Інтегральні оператори Гільберта-Шмідта.

**Лекція 11. Спектр лінійного оператора.**

Спектр лінійного обмеженого оператора. Точковий спектр. Резольвента лінійного обмеженого оператора. Властивості резольвенти.

**Лекція 12. Компактні лінійні оператори.**

Властивості компактних операторів. Компактність оператора Гільберта-Шмідта.

**Лекція 13. Рівняння з компактними операторами.**

Перша і друга теореми Фредгольма. Узагальнення альтернативи Фредгольма на рівняння з компактними операторами.

**Лекція 14. Інтегральні рівняння Фредгольма.**

Умови компактності інтегральних операторів. Теорія розв'язності інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду. Інтегральні рівняння з виродженими ядрами.

**Лекція 15. Спектр компактного оператора.**

**Лекція 16. Спектральний радіус оператора.**

Степеневі ряди з операторними коефіцієнтами. Спектральний радіус лінійного неперервного оператора.

**Лекція 17. Розв'язування інтегральних рівнянь з виродженим ядром.**

Метод послідовних наближень. Квазінільпотентність операторів Вольтерра.

**Лекція 18. Залік.**

### Практичні заняття

#### *Перелік (орієнтовно) практичних занять*

Практичні заняття 1-2. Лінійні неперервні оператори. Норма оператора.

Практичні заняття 3. Збіжність операторів.

Практичне заняття 4. Алгебра лінійних неперервних операторів.

Практичне заняття 5. Обернений лінійний оператор. Приклади.

Практичні заняття 6-7. Спектр лінійного оператора. Приклади.

Практичне заняття 8. Розв'язування інтегральних рівнянь з виродженим ядром.

Практичне заняття 9. МКР

### **6. Самостійна робота студента/аспіранта**

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання розрахунково-графічної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до заліку.

## 4. Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання розрахунково-графічної роботи, підготовку до МКР та заліку.

### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

## **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

*На першому занятті студенти ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf)*

*Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РР.*

*Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силябусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.*

*Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується виходячи із 100-бальної шкали і складається з балів, які він отримує за:*

- роботу на практичних заняттях;*
- виконання домашніх робіт;*
- написання модульної контрольної роботи;*
- виконання розрахункової роботи.*

### **1. Робота на практичному занятті**

*За умови якісної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 бал за заняття, максимально 8 балів за семестр.*

### **2. Виконання домашніх робіт.**

*За виконання домашніх робіт студент отримує від 0 до 4 балів за кожну домашню роботу, максимально  $8 \times 4 = 32$  бали за семестр.*

### **3. Модульна контрольна робота**

*Модульна контрольна робота оцінюється від 0 до 30 балів і складається з 6 задач. Ваговий бал кожної задачі – 5 балів.*

### **4. Розрахункова робота**

*Розрахункова робота складається з 10 задач і оцінюється від 0 до 30 балів.*

### **Форма семестрового контролю – залік.**

*Якщо виконано усі передбачені види робіт, то залік виставляється «автоматом» згідно рейтингу здобувача, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу дозволяється написання залікової роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал*

### **Умови позитивної оцінки календарного контролю**

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Розрахунок шкали рейтингу (R):

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R = 8 + 32 + 30 + 30 = 100 \text{ балів.}$$

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

## **9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відеоконференцій в Zoom.

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** професором кафедри МА та ТЙ, доктором фіз.-мат. наук, професором Михайлецем В.А.

**Ухвалено** кафедрою МА та ТЙ (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)