



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»



Кафедра математичного
аналізу та теорії
ймовірностей

Аналіз часових рядів

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

● Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Другий (освітньо-науковий)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика Mathematics
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	1 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	5 кредити (150 годин), з них аудиторні – 36 годин лекційні , 36 годин практичні заняття, СРС – 78 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Іспит/МКР, РГР
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.ф.-м. н., проф. Іванов Олександр Володимирович, e-mail: alexntuu@gmail.com Практичні / Семінарські: д.ф.-м. н., проф. Іванов Олександр Володимирович, e-mail: alexntuu@gmail.com
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

● Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	<p>Аналіз часових рядів відноситься до математичних дисциплін, у яких вивчаються стохастичні моделі природних та соціальних процесів, розглядаються математичні методи аналізу та прогнозування, статистичні процедури інтерпретації числових даних. Мета навчальної дисципліни полягає в тому, щоб ознайомити майбутніх фахівців – математиків з основними класами стаціонарних та гауссівських процесів з дискретним часом та навчити їх розв'язувати чисельні статистичні задачі стосовно цих процесів, включаючи задачі прогнозування стаціонарних процесів та оцінювання їхніх функціональних характеристик та невідомих значень параметрів, якими ці процеси визначаються.</p>
Предмет навчальної дисципліни	<p>Предметом навчальної дисципліни є наступні об'єкти:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● стаціонарні процеси авторегресії та ковзного середнього ($AR(q)$, $MA(q)$, $ARMA(p,q)$ процеси) та їх властивості; ● системи рівнянь Юла-Уолкера та умови стаціонарності $AR(p)$-процесів; ● методи оцінювання параметрів, функціональних характеристик та прогнозування $ARMA(p,q)$-процесів; ● моделей $ARIMA(p,d,q)$ нестаціонарних часових рядів та їх припасування та прогнозу.
Компетентності	<p>ЗК1 Здатність удосконалювати й розвивати свій інтелектуальний, науковий і культурний рівень, планувати професійний розвиток й кар'єру</p> <p>ЗК3 Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації</p> <p>ЗК5 Здатність до самостійного освоєння нових методів математичних досліджень, зміни профілю своєї діяльності</p> <p>ЗК8 Здатність пропонувати концепції, моделі, винаходити й апробувати способи й інструменти професійної діяльності з використанням природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук</p> <p>ФК1 Здатність самостійно розуміти, повторювати та пояснювати іншим міркування та ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу</p> <p>ФК3 Здібність розділяти математичні міркування на логічно поєднані частини та перевіряти абстрактні ідеї на простих модельних прикладах</p> <p>ФК4 Спроможність послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та різницю між ними, навести приклади застосувань у природничих науках</p> <p>ФК6 Спроможність самостійно вводити свої позначення для математичних об'єктів, поєднувати їх з існуючими з метою полегшити розуміння та доведення математичних фактів</p> <p>ФК8 Здатність до простіших узагальнень основних математичних результатів та до передбачення змін у доведеннях, які спричиняються цими узагальненнями</p> <p>ФК10 Здатність до аналізу математичних структур та їх складових частин, здібність застосовувати різноманітні</p>

	<p>математичні підходи до аналізу структур</p> <p>ФК11 Здатність до аналізу математичних структур та їх складових частин, здібність застосовувати різноманітні математичні підходи до аналізу структур</p> <p>ФК14 Здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в учбових закладах тощо</p>
<p>Програмні результати навчання</p>	<p>РН1 Знати світові та національні наукові (у природничій галузі), математичні та культурні досягнення; закони, закономірності, методи та підходи творчої та креативної наукової (математичної, в першу чергу) діяльності, знання системного мислення у професійній сфері</p> <p>РН2 Знати міждисциплінарні зв'язки між математичною та іншими природничими та соціальними науками; основи міжнародного співробітництва в галузі науки та освіти; математичну мову як універсальний спосіб для моделювання природничих, технічних та соціальних процесів</p> <p>РН4 Знати головні результати та сфери застосувань основних математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні: фінансової математики, методів математичної економіки та імітаційного моделювання, комп'ютерної статистики</p> <p>РН7 Знати математичні дисципліни, в яких вивчаються математичні методи аналізу та прогнозування, математичні методи моделювання природничих процесів; математичні способи інтерпретації числових даних; чисельні методи оптимізації; основні математичні моделі ризику; основи математичної статистики</p> <p>РН11 Уміти самостійно працювати з фаховою та довідковою літературою; користуватись он-лайн ресурсами для підтримки своєї професійної діяльності</p> <p>РН12 Уміти усно й письмово спілкуватись рідною мовою з професійних питань; усно й письмово спілкуватись іноземною мовою у професійній діяльності; створювати тези фахових доповідей та резюме (біографічні відомості) іноземною мовою; застосовувати закони, методи та методики проведення наукових та прикладних досліджень</p> <p>РН13 Уміти думати абстрактно; приймати обґрунтовані рішення; ідентифікувати, формулювати та пояснювати іншим наукову проблему</p> <p>РН15 Уміти доводити математичні результати з необхідною строгістю та методами, притаманними математиці; перевіряти умови виконання математичних тверджень; переносити умови та твердження на нові класи об'єктів; розвивати навички роботи з комп'ютером</p>

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити.

Нормативний компонент освітньої програми ПО 4: «Аналіз часових рядів» є одним з перших курсів професійної підготовки здобувачів 2-го (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю «Математика». Він логічно пов'язаний з нормативними компонентами ПО 5: «Ланцюги та процеси Маркова» та ПО 3: «Прикладні моделі нелінійного регресійного аналізу».

Постреквізити.

Знання та уміння, отримані здобувачем під час вивчення цієї дисципліни, будуть потрібні їм при написанні тексту дисертації та подальшої роботи за фахом.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Стаціонарні та нестаціонарні часові ряди. Оцінювання та прогноз.

Тема 1.1. Випадкові процеси з дискретним часом.

Тема 1.2. Деякі задачі статистики стаціонарних часових рядів.

Розділ 2. ARMA (p,q) процеси та їх властивості.

Тема 2.1. Процеси ковзного середнього, або MA(q) процеси.

Тема 2.2. Процеси авторегресії, або AR(p) процеси.

Тема 2.3. Змішані ARMA процеси.

Розділ 3. Оцінювання, припасування та прогнозування ARMA процесів.

Тема 3.1. Оцінювання ARMA процесів.

Тема 3.2. Прогнозування ARMA процесів.

Розділ 4. ARIMA моделі нестаціонарних часових рядів.

Тема 4.1. ARIMA(p,d,q) процеси.

Тема 4.2. Дробові ARIMA процеси.

4. Навчальні матеріали та ресурси

1. Базова література

1. Brockwell P.J., Davis R.A. Introduction to Time Series and Forecasting, 2nd Edition– New York, Berlin, Heidelberg: Springer – Verlag, 2002. – 434p.
2. Leonenko N.N. Time Series Analysis and Forecasting: Lecture Notes. – Cardiff Univesity, Cardiff School of Mathematics, 2013. – 102 p.
3. Subba Rao S. A course in Time Series Analysis, 2021. – 512p. [Електронний ресурс] – режим доступу до ресурсу: web.stat.tamu.edu/~suhasini/teaching673/time_series.pdf

2. Допоміжна

4. Shumway R.H., Staffer D.S. Time series analysis and its applications. With R examples, 3d edition, Springer, 2011. – 202 p. . [Електронний ресурс] – pzs.dstu.dp.ua/DataMining/times/bibl/TimeSeries.pdf

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекції

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
1.1	Випадкові процеси з дискретним часом. Випадкові процеси. Дискретний та неперервний час. Скінченновимірні розподіли. Гауссівські процеси. Строго та слабо стаціонарні процеси. Коваріаційні та кореляційні функції та їх властивості. Білий шум та дробовий білий шум. Слабко та сильно залежні процеси. Центральна гранична теорема для слабо залежних стаціонарних випадкових процесів. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 1–23, 45–51; [2], unit 1.
1.2.1	Оцінки середнього стаціонарного випадкового процесу. Оцінювання середнього значення стаціонарної послідовності та властивості середньоарифметичної оцінки: консистентність та асимптотична нормальність. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 57–62; [2], unit 3.
1.2.2	Корелограмні оцінки коваріаційної та кореляційної функцій стаціонарної послідовності та їх консистентність. Корелограмні оцінки коваріаційної та кореляційної функцій стаціонарної послідовності та їх консистентність. Корелограмні оцінки коваріаційної та кореляційної функцій стаціонарної послідовності та їх асимптотична нормальність. Корелограмні оцінки коваріаційної та кореляційної функцій стаціонарної послідовності та їх асимптотична нормальність. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 57–62; [2], [2], unit 3.
1.2.3	Прогнозування стаціонарного часового ряду. Прогнозування стаціонарного часового ряду на один крок і декілька кроків. Середнє квадратична помилка прогнозу. Надійні інтервали для прогнозу гаусівських стаціонарних процесів. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 63–69; [2], unit 2.
2.1	Процеси ковзного середнього. Означення $MA(q)$ процесу. Коваріаційна та кореляційна функції. Приклад $MA(1)$ процесу. Умова оборотності $MA(q)$ процесу. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 83–99; [2], unit 4;
2.2.1	Процеси авторегресії. Означення $AR(p)$ процесу. Приклад $AR(1)$ процесу та його коваріаційна функція. Представлення $AR(p)$ процесу у вигляді $MA(\infty)$ процес та обчислення коваріаційної функції $AR(p)$ процесу. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 4;
2.2.2	Система рівнянь Юла – Уолкера. Система різцевих рівнянь Юла – Уолкера та умова стаціонарності $AR(p)$ процесів. Умови стаціонарності $AR(2)$ процесів. Вираз кореляційної функції $AR(2)$ процесу через коефіцієнти характеристичного полінома. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 4; [3], с. 263–276.
2.3.1	Змішані ARMA процеси 1. Представлення ARMA процесу через ψ -ваги у вигляді чистого $MA(\infty)$ процесу та його коваріаційна функція. Рекурентні формули для ψ -вагів. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 111–136; [2], unit 4.
2.3.2	Змішані ARMA процеси 2. Представлення ARMA процесу через π -ваги у вигляді чистого $AR(\infty)$ процесу. Умова стаціонарності змішаного ARMA процесу.

	<i>Рекомендована література:</i> [1], с. 111–136; [2], unit 4.
2.3.3	Спектральна щільність ARMA процесу. Виведення формули спектральної щільності ARMA(p,q) процесу та приклади спектральних щільностей. <i>Рекомендована література:</i> [1], с. 111–136; [2], unit 4.
3.1.1	Оцінювання ARMA процесів. Оцінки Юла – Уолкера (моментні оцінки) параметрів AR(p) процесів. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 5; [3], с. 238–251.
3.1.2	Моментна оцінка дисперсії білого шуму в AR(p) моделі. Припасування AR(1), AR(2) та MA(1) процесів. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 5; [3], с. 238–251.
3.2.1	Прогнозування ARMA процесів. Обчислення прогнозу на h кроків ARMA(p,q) процесу. Середнє квадратична помилка прогнозу на h кроків ARMA(p,q) процесу. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 6; [3], с. 265–271.
3.2.2	Прогнозування AR(p) процесів. Прогнозування AR(p) процесу на один крок та на $h > 1$ кроків. Прогнозування AR(1) процесу. Границі прогнозу (надійні інтервали) для гаусівських AR(1) процесів. Прогнозування AR(2) процесу. <i>Рекомендована література:</i> [2], units 5, 6.
4.1.1.	ARIMA(p,d,q) процеси. Загальне означення ARIMA(p,d,q) процесу. ARIMA(0,1,0) процес або випадкове блукання. ARIMA(1,1,0) та ARIMA(1,1,1) процеси та їх нестационарність. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 7; [3], с. 180–187.
4.1.2.	Каузальні ARMA(p,q) процеси, які є різницями порядку d ARIMA(p,d,q) процесів. Зв'язок між вибірками. Некорельованість випадкового вектора (x_{1-d}, \dots, x_0) від $y_t, t \geq 1$. Прогнозування ARIMA(1,1,0) та ARIMA(1,1,1) процесів. Приклади. <i>Рекомендована література:</i> [2], unit 7; [3], с. 180–187.
4.2.1.	Дробові ARIMA процеси. Загальне означення дробового ARIMA(p,d,q) процесу. Узагальнені біномні коефіцієнти. Ряди Ньютона за степенями оператора зворотного зсуву. Спектральна щільність та коваріаційна функція дробового ARIMA(p,d,q) процесу. Ефект його сильної залежності. <i>Рекомендована література:</i> [2], units 7, 8.
4.2.2	Періодограмні оцінки спектральної щільності стаціонарного процесу. Періодограма як емпірична спектральна щільність стаціонарного процесу. Властивості періодограмних оцінок спектру стаціонарного процесу. Оцінювання параметра d дробового ARIMA(p,d,q) процесу. Побудова моделі простої лінійної регресії для знаходження оцінки найменших квадратів параметра d. <i>Рекомендована література:</i> [2], units 7, 8.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.2.1	Оцінювання математичного сподівання стаціонарного випадкового процесу. Властивості вибіркового середнього. Завдання СРС: [2], units 1–3.
1.2.2	Корелограма як оцінка коваріаційної функції стаціонарного випадкового процесу. Властивості корелограми. Завдання СРС: [2], units 1–3.

1.2.3	Властивості процесів ковзного середнього. Умова оборотності процесів ковзного середнього. Завдання СРС: [2], unit 4.
2.1	Властивості процесів авторегресії. Система рівнянь Юла–Уолкера. Завдання СРС: [2], unit 4.
2.2.1	Умови стаціонарності процесів авторегресії та, зокрема, $AR(2)$ процесів. Завдання СРС: [2], unit 4.
2.2.2	Змішані ARMA процеси та їх представлення через ψ –ваги та π –ваги. Завдання СРС: [2], unit 4.
2.3.1	Змішані ARMA процеси та спектральні щільності. Завдання СРС: [2], unit 4.
2.3.2	Оцінювання параметрів $AR(p)$ процесу. Моментні оцінки. Завдання СРС: [2], unit 5.
2.3.3	Припасування $AR(1)$, $AR(2)$ та $MA(1)$ процесів. Завдання СРС: [2], unit 5.
3.1.1	Найкращий лінійний прогноз значень стаціонарного процесу на h кроків вперед і його середня квадратична помилка. Завдання СРС: [2], units 1–3.
3.1.2	Найкращий лінійний прогноз ARMA процесу на h кроків вперед у вигляді суми ряду інновацій, зважених ψ –вагами. Завдання СРС: [2], units 5, 6.
3.2.1	Прогнозування $AR(p)$ процесів. Загальний результат. Завдання СРС: [2], units 5, 6.
3.2.2	Прогнозування $AR(1)$ та $AR(2)$ процесів. Побудова надійних інтервалів для значень гауссівських $AR(1)$ та $AR(2)$ процесів. Завдання СРС: [3], units 5, 6.
4.1.1	Властивості ARIMA процесів. Завдання СРС: [2], units 7, 8.
4.1.2	Прогнозування ARIMA процесів на прикладі $ARIMA(1,1,1)$ процесу. Завдання СРС: [2], units 7, 8.
4.2.1	Дробові $ARIMA(p,d,q)$ процеси. Загальні властивості. Завдання СРС: [2], units 7, 8.
4.2.2	Оцінювання параметра дробового $ARIMA(p,d,q)$ процесу методом найменших квадратів з використанням періодограми процесу. Завдання СРС: [2], units 7, 8.
18	Модульна контрольна робота. Завдання СРС: [2], units 1–3.

6. Самостійна робота студента/аспіранта другого рівня вищої освіти

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи (тестові завдання в дистанційних курсах на платформі Moodle);
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до іспиту.

● Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях. Здобувачу другого рівня вищої освіти рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливою частиною якісного засвоєння навчального матеріалу та відпрацювання методів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Крім вказаного вище, вона містить підготовку до МКР, РГР та екзамену.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Зокрема, рейтинг здобувача третього рівня вищої освіти з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально 50 балів) та балів за іспит (максимально 50 балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Рейтингова система оцінювання включає якість виконання домашніх завдань МКР та РГР. Кожний здобувач другого рівня освіти отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг здобувача другого рівня освіти з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- виконання домашніх завдань;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахунково-графічної роботи;
- відповіді на екзамені.

Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання:

Метод оцінювання	Кількість	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Виконання домашніх завдань	5	5	10

Модульна контрольна робота	1	12	20
Розрахунково-графічна робота	1	13	20
Стартовий рейтинг		30	50
Іспит	1		50
Підсумковий рейтинг		60	100

Сума стартових балів та балів за іспит переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено



Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри МАтаТЙ, д.ф.-м.н., професором Івановим О.В.

Ухвалено кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 13 від 11.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024 р.)