



# Методи Монте-Карло

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

• Реквізити навчальної дисципліни

<b>Рівень вищої освіти</b>	Другий (освітньо-науковий)
<b>Галузь знань</b>	11 Математика та статистика
<b>Спеціальність</b>	111 Математика
<b>Освітня програма</b>	Математика Mathematics
<b>Статус дисципліни</b>	Вибіркова
<b>Форма навчання</b>	Очна (денна)
<b>Рік підготовки, семестр</b>	Перший/весняний семестр
<b>Обсяг дисципліни</b>	5 кредитів (150 годин), з них аудиторні – 36 годин лекційні , 18 годин практичні заняття, СРС – 96 годин
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Іспит/МКР, РГР
<b>Розклад занять</b>	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
<b>Мова викладання</b>	Українська
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	Лектор: д.ф.-м. н., проф. Іванов Олександр Володимирович, e-mail: <a href="mailto:alexntuu@gmail.com">alexntuu@gmail.com</a> , тел. моб. +38(067)966-84-21. Практичні / Семінарські: к.ф.-м. н., ст. викладач Москвичова Катерина Костянтинівна, e-mail: <a href="mailto:moskvychovakateryna@gmail.com">moskvychovakateryna@gmail.com</a> , тел. моб. +38(050)383-40-34
<b>Розміщення курсу</b>	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

• Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<p><b>Цілі дисципліни</b></p>	<p>Дисципліна «Методи Монте-Карло» спрямована на засвоєння здобувачами вищої освіти основних сучасних методів чисельного статистичного моделювання, які широко застосовуються в розв'язанні задач математичної фізики, фінансової математики, а також в моделюванні випадкових процесів та полів в природничих та соціальних науках з використанням сучасної комп'ютерної техніки.</p> <p>Мета навчальної дисципліни полягає в тому, щоб ознайомити майбутніх фахівців-математиків з основними методами моделювання дискретних та неперервних випадкових величин та векторів, навчити їх знаходити наближені значення кратних інтегралів методами Монте-Карло, знаходити наближені розв'язки рівнянь математичної фізики та моделювати найважливіші випадкові процеси.</p>
<p><b>Предмет навчальної дисципліни</b></p>	<p>Предмет навчальної дисципліни – це основні поняття та алгоритми методів Монте-Карло: алгоритми моделювання випадкових величин та векторів із заданими розподілами; випадкових процесів, зокрема ланцюгів Маркова, гауссівських процесів, пуассонівського процесу тощо; алгоритми наближеного обчислення кратних інтегралів; алгоритми наближеного розв'язання інтегральних та диференціальних рівнянь.</p>
<p><b>Компетентності</b></p>	<p>ЗК1 Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики</p> <p>ЗК3 Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу</p> <p>ЗК4 Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань</p> <p>ЗК5 Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації</p> <p>ЗК14 Здатність пропонувати концепції, моделі, винаходити й апробувати способи й інструменти професійної діяльності з використанням природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук</p> <p>ФК1 Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань</p> <p>ФК2 Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем</p> <p>ФК4 Спроможність розуміти наукові проблеми та виділяти їх суттєві риси</p> <p>ФК5 Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти</p> <p>ФК8 Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань</p> <p>ФК13 Здатність сформулювати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, у фінансовій та страховій сферах</p>

	ФК14 Здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в улюбених закладах тощо
<b>Програмні результати навчання</b>	<p>РН1 Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики</p> <p>РН2 Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії</p> <p>РН3 Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема тих, які вивчають моделі природничих і соціальних процесів</p> <p>РН4 Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів</p> <p>РН7 Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики та/або розв'язувати задачі в інших галузях знань методами математичного моделювання</p> <p>РН12 Уміти самостійно планувати виконання дослідницького та/або інноваційного завдання та формулювати висновки за його результатами</p> <p>РН14 Знати головні результати та сфери застосувань основних математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні: фінансової та актуарної математики, методів математичної економіки та імітаційного моделювання, комп'ютерної статистики</p>

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

### **Пререквізити.**

У структурно-логічній схемі освітньої програми підготовки за даної спеціальності вибіркової навчальній дисципліни «Методи Монте-Карло» (ПВ 3) передують нормативні компоненти «Аналіз часових рядів» (ПО 4) та «Ланцюги та процеси Маркова» (ПО 5).

### **Постреквізити.**

Знання та уміння, отримані здобувачем під час вивчення цієї дисципліни, будуть потрібні їм під час наукової роботи за темою магістерської дисертації.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

Розділ 1. Моделювання випадкових величин та векторів

Тема 1.1. Генератори випадкових чисел

Тема 1.2. Моделювання дискретних випадкових чисел

Тема 1.3. Моделювання неперервних випадкових чисел

Тема 1.4. Моделювання векторів

Розділ 2. Моделювання випадкових процесів

Тема 2.1. Моделювання ланцюга Маркова

- Тема 2.2. Моделювання вінерівського процесу
- Тема 2.3. Моделювання ARMA-процесів
- Тема 2.4. Моделювання гауссівських випадкових процесів
- Тема 2.5. Моделювання пуассонівського процесу
- Розділ 3. Чисельне інтегрування методом Монте-Карло.
- Тема 3.1. Стандартний метод Монте-Карло
- Тема 3.2. Інші методи Монте-Карло чисельного інтегрування
- Розділ 4. Наближене розв'язання рівнянь методом Монте-Карло
- Тема 4.1. Наближене розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь
- Тема 4.2. Наближене розв'язання інтегральних рівнянь
- Тема 4.3. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### 1. Базова література

1. Malvin H. Kalos, Paula A. Whitlock Monte Carlo Methods. John Wiley & Sons, 2009, 215p. [Електронний ресурс] – режим доступу до ресурсу: <https://phyusdb.files.wordpress.com/2013/03/monte-carlo-methods-second-revised-and-enlarged-edition.pdf>
2. D.P. Kroese. Monte Carlo Methods, The University of Queensland, Brisbane, 2011, 176p. [Електронний ресурс] – режим доступу до ресурсу: <https://people.smp.uq.edu.au/DirkKroese/mccourse.pdf>
3. R.Y. Rubinstein, D.P. Kroese. Simulation and the Monte Carlo Method, Third Edition, Wiley, 2017, 396 p. [Електронний ресурс] – режим доступу до ресурсу: [http://www.ru.ac.bd/wp-content/uploads/sites/25/2019/03/308\\_03\\_Rubinstein\\_Simulation-and-the-Monte-Carlo-Method-Wiley-2017.pdf](http://www.ru.ac.bd/wp-content/uploads/sites/25/2019/03/308_03_Rubinstein_Simulation-and-the-Monte-Carlo-Method-Wiley-2017.pdf)

##### 2. Допоміжна

4. T. Kennedy. Monte Carlo Methods - a Special Topics Course, 2016, 167p. [Електронний ресурс] – режим доступу до ресурсу: <https://www.math.arizona.edu/~tgk/mc/book.pdf>

#### ● Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### Лекції.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
1.1.1	<b>Генератори випадкових чисел.</b> Властивості випадкового числа. Два типи генераторів випадкових чисел. Моделювання псевдовипадкових чисел за допомогою мультиплікативного методу. Тестування генераторів випадкових та псевдовипадкових чисел. Критерій хі-квадрат Пірсона. Критерій Колмогорова. Критерій омега-квадрат фон Мізеса. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 1.1; [3], розділ 2.2
1.2.1	<b>Моделювання дискретних випадкових величин.</b> Стандартний алгоритм. Моделювання біномної та пуассонівської випадкових величин. Моделювання рівномірного дискретного розподілу. Випадкова цифра.

	<i>Рекомендована література</i> [2], розділи 1.2, 1.3; [3], розділ 2.4.
1.3.1	<b>Моделювання неперервних випадкових величин.</b> Метод оберненої функції. Моделювання нормальної випадкової величини. Моделювання гамма-розподіленої випадкової величини. <i>Рекомендована література:</i> [1], с.48–53, 71–74; [2], с.9–30; [3], с.37–48; [6], розділи 1.4, 1.9, 1.10.1.
1.4.1	<b>Моделювання випадкових векторів.</b> Моделювання гауссівського випадкового вектора з незалежними компонентами. Моделювання гауссівського випадкового вектора з залежними компонентами. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 1.4, 1.9, 1.10; [3], розділ 2.4
2.1.1	<b>Моделювання марковського випадкового процесу.</b> Випадок гауссівського марковського процесу. Моделювання ланцюгів Маркова. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 2.1, 2.4, 4.2; [3], розділ 2.7, глава 6.
2.2.1	<b>Моделювання вінерівського процесу.</b> Моделювання траєкторії вінерівського процесу. Наближене обчислення інтеграла Іто. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 2.4.
2.3.1	<b>Моделювання ARMA-процесів.</b> Моделювання процесів авторегресії. Моделювання процесів ковзного середнього. Мішана модель авторегресії і ковзного середнього. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 2.4.
2.4.1	<b>Моделювання гауссівських випадкових процесів з неперервним часом.</b> Випадок гауссівського стаціонарного процесу. Оцінювання точності моделювання. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 2.5; [3], розділи 2.8.
2.5.1	<b>Моделювання процесів з незалежними приростами.</b> Моделювання пуассонівського процесу. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 2.4; [3], розділи 2.6.
3.1.1	<b>Стандартний метод Монте-Карло чисельного інтегрування.</b> Стандартний алгоритм та його похибка. Трудомісткість метода Монте-Карло. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 3.1.
3.2.1	<b>“Вибірка за важливістю” (important sampling) та її похибка.</b> Вибірка за важливістю за частиною змінних. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 3.2, 3.3.
3.2.2	<b>Метод умовних математичних сподівань.</b> Критерій якості оцінки: зменшення дисперсії. Поняття про метод розщеплення. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 3.4.
4.1.1	<b>Наближене розв’язання стохастичних диференціальних рівнянь.</b> Метод Ойлера та оцінювання похибок наближення. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 2.4.
4.2.1	<b>Наближене розв’язання інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду методом Монте-Карло I.</b> Допоміжні результати. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 4.1.

4.2.2	<b>Наближене розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду методом Монте-Карло II.</b> Алгоритм. Похибка наближення. Оцінювання лінійних функціоналів від розв'язку рівняння. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 4.4, 4.5.
4.2.3	<b>Наближене розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Монте-Карло.</b> Зведення до дискретного аналога рівнянь Фредгольма 2-го роду. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 4.3.
4.3.1	<b>Наближене розв'язання задачі Діріхле для рівняння Пуассона.</b> Зведення до різницевого рівняння. Моделювання відповідного ланцюга Маркова і траєкторії наближення до межі області. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 7.1, 7.2.
4.3.2	<b>Наближене розв'язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа.</b> Побудова випадкових траєкторій. Блукання по сферах. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 7.1, 7.2.

## Практичні заняття.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.1.1	<b>Генератори випадкових чисел.</b> Завдання СРС: [2], розділ 1.1.
1.2.1	<b>Моделювання дискретних випадкових величин.</b> Завдання СРС: [2], розділи 1.2, 1.3.
1.3.1	<b>Моделювання неперервних випадкових величин.</b> Завдання СРС: [2], розділи 1.4, 1.9, 1.10.
1.4.1	<b>Моделювання випадкових векторів.</b> Завдання СРС: [2], розділ 1.5.
2.1.1	<b>Моделювання ланцюгів Маркова.</b> Завдання СРС: [2], розділи 2.1, 2.4, 4.2.
2.2.1	<b>Моделювання вінерівського процесу.</b> Завдання СРС: [2], розділ 2.4.
2.3.1	<b>Моделювання ARMA-процесів.</b> Завдання СРС: [2], розділ 2.4.
2.4.1	<b>Моделювання гауссівського стаціонарного процесу.</b> Завдання СРС: [2], розділ 2.5.
2.5.1	<b>Моделювання пуассонівського процесу.</b> Завдання СРС: [2], розділ 2.4.
3.1.1	<b>Стандартний метод Монте-Карло чисельного інтегрування. (Модульна контрольна робота)</b> Завдання СРС: [2], розділ 3.1.
3.2.1	<b>Чисельне інтегрування за допомогою “вибірки за важливістю”.</b> Завдання СРС: [2], розділи 3.2, 3.3.
3.2.2	<b>Метод умовних математичних сподівань чисельного інтегрування.</b>

	Завдання СРС: [2], розділ 3.4.
4.1.1	<b>Наближене розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь.</b> Завдання СРС: [2], розділ 2.4.
4.2.1	<b>Наближене розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду методом Монте-Карло I.</b> Завдання СРС: [2], розділ 4.1.
4.2.2	<b>Наближене розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду методом Монте-Карло II.</b> Завдання СРС: [2], розділи 4.4, 4.5.
4.2.3	<b>Наближене розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Монте-Карло.</b> Завдання СРС: [2], розділ 4.3.
4.3.1	<b>Наближене розв'язання задачі Діріхле для рівняння Пуассона.</b> Завдання СРС: [2], розділи 7.1, 7.2.
4.3.2	<b>Наближене розв'язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа.</b> Завдання СРС: [2], розділи 7.1, 7.2.

## 6. Самостійна робота студента/аспіранта другого рівня вищої освіти

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи (тестові завдання в дистанційних курсах на платформі Moodle);
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до іспиту.

### ● Політика та контроль

## 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях. Здобувачу другого рівня вищої освіти рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливою частиною якісного засвоєння навчального матеріалу та відпрацювання методів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Крім вказаного вище, вона містить підготовку до МКР, РГР та екзамену.

### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf).

Зокрема, рейтинг здобувача третього рівня вищої освіти з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально 50 балів) та балів за іспит (максимально 50 балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Рейтингова система оцінювання включає якість виконання домашніх завдань МКР та РГР. Кожний здобувач другого рівня освіти отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг здобувача другого рівня освіти з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- виконання домашніх завдань;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахунково-графічної роботи;
- відповіді на екзамені.

#### Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання:

Метод оцінювання	Кількість	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Виконання домашніх завдань	5	5	10
Модульна контрольна робота	1	12	20
Розрахунково-графічна робота	1	13	20
Стартовий рейтинг		30	50
Іспит	1		50
Підсумковий рейтинг		60	100

Сума стартових балів та балів за іспит переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

#### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри МА та ТЙ, д.ф.-м.н., професором Івановим О.В.

Ухвалено кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2023 р.)