



Чисельні методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Другий (магістерський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	«Страхова та фінансова математика»
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	120 годин (36 годин – Лекції, 18 години – Практичні, 66 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік/лабораторні роботи
Розклад занять	http://roz.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент, Боднарчук Семен Володимирович sem_bodn@ukr.net Практичні / Семінарські: Боднарчук Семен Володимирович sem_bodn@ukr.net
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	<p>Метою навчальної дисципліни є:</p> <ul style="list-style-type: none"> – формування у здобувачів освіти логічного мислення, розвиток їх інтелекту та здібностей; – формування здатностей до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у студентів прикладної математичної культури; – формування здатностей самостійно використовувати і вивчати літературу з математики, розвивати гнучкість мислення, творчу самостійності та дію.
Предмет навчальної дисципліни	Чисельні методи розв’язання стохастичних диференціальних рівнянь.
Компетентності	<p>Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК1)</p> <p>Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації, необхідної для розв’язування наукових і професійних завдань (ЗК4)</p> <p>Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації (ЗК5)</p> <p>Здатність до виконання дослідницької роботи з елементами наукової новизни (ЗК7)</p> <p>Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК1)</p> <p>Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК5)</p> <p>Здатність самостійно розробляти інноваційні проєкти шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових математичних ідей (ФК7)</p> <p>Здатність відтворювати знання фундаментальних розділів математики й страхової та фінансової математики оцінюючи ризики в тих предметних областях, де проводяться дослідження (ФК11)</p> <p>Здатність проводити обчислення в рамках математичних моделей та застосовувати для цього необхідні та адекватні математичні та комп’ютерні методи, здібність пояснювати у математичних термінах результати, отримані під час підрахунків, та інтерпретувати їх у рамках даної предметної області (ФК12)</p>
Програмні результати навчання	<p>Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики (РН1)</p> <p>Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії (РН2)</p> <p>Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів (РН4)</p> <p>Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики та/або розв’язувати задачі в інших галузях знань методами математичного моделювання (РН7)</p>

	<p>Знати спеціальні математичні дисципліни для оцінки ризиків у банківській та фінансовій сферах і страхуванні: фінансову математику фондового ринку, стохастичні диференціальні рівняння, ланцюги та процеси Маркова, аналіз часових рядів, правильно змінні функції у теорії ймовірностей, прикладні моделі нелінійного регресійного аналізу (PH15)</p>
--	---

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Дисципліна «Чисельні методи розв’язання стохастичних диференціальних рівнянь» (ПВ5) викладається в першому семестрі другого курсу підготовки магістрів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Теорія ймовірностей», «Основи математичної статистики», «Диференціальні рівняння», «Основи теорії випадкових процесів», які вивчаються на бакалаврському рівні вищої освіти за освітньою програмою «Страхова та фінансова математика».

Постреквізити: Дисципліна «Чисельні методи розв’язання стохастичних диференціальних рівнянь» (ПВ5) передує освітнім компонентам «Наукова робота за темою магістерської дисертації» (ПО7) та «Практика» (ПО8).

3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	2	3	4	5
<i>Тема 1. Генерація псевдо-випадкових величин.</i>	26	6	6	14
<i>Тема 2. Процес Вінера.</i>	14	4	2	8
<i>Тема 3. Стохастичні диференціальні рівняння.</i>	26	8	4	14
<i>Тема 4. Чисельні методи розв’язання стохастичних диференціальних рівнянь.</i>	46	16	6	24
Залік	8	2	-	6
Всього годин	120	36	18	66

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Numerical solution of stochastic differential equations / P. E. Kloeden, E. Platen. — B. : Springer, 1992. — 636 p.
2. Numerical solution of SDE through computer experiments / P. E. Kloeden, E. Platen, H. Schurz. — B. : Springer, 1994. — 294 p.
3. Elementary stochastic calculus with finance in view / T. Mikosch. — S. : World Scientific, 1998. — 224 p.
4. Introduction to stochastic differential equations / T. C. Gard. — NY. : Marcel Dekker Inc, 1988. — 234 p.
5. Наближені методи розв’язування диференціальних рівнянь / Т. П. Гой, М. І. Копач, І. В. Федак. — І-Ф.: Видавничо-дизайнерський відділ ЦІТ Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2010. — 148 с.
6. Диференціальні рівняння / Шкіль М. І., Лейфура В. М., Самусенко П. Ф. — К.: Техінка, 2002. — 368 с.
7. Learning Python, fifth edition / M. Lutz. — S. : O’Reilly Media Inc, 2013. — 1213 p.
8. <https://numpy.org>
9. <https://matplotlib.org>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна/дистанційна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Огляд курсу. Задачі, які призводять до стохастичних диференціальних рівнянь. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 4.1; [5], с. 7-10; [6], с. 17-22.
2-3	Генерація псевдо-випадкових величин. Лінійний конгруентний генератор. Критерій узгодженості Пірсона <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 1.3, 1.9; [2], розд. 1.2, 1.5.
4-5	Процес Вінера: огляд та симуляція траєкторій. Симуляція траєкторій процесу Вінера. Закон великих чисел <i>Рекомендована література:</i> [3], розд. 1.3.1.
6-7	Стохастичний інтеграл Іто. Формула Іто. Означення та основні властивості стохастичного інтеграла Іто. Формула Іто. <i>Рекомендована література:</i> [3], розд. 2.2, 2.3.
8-9	Стохастичні диференціальні рівняння. Означення, теорема існування та єдиності розв'язку. Методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 4.4; [3], розд. 3.2; [4], розд. 4.
10	Звичайні диференціальні рівняння: теорема існування та єдиності розв'язку, аналітичні методи розв'язання. Метод Пікара. Розклад в ряд Тейлора. <i>Рекомендована література:</i> [5, 6].
11	Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Методи Ойлера та Хойна. Метод Тейлора порядку 2. <i>Рекомендована література:</i> [5].
12	Чисельні методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. Розклад Іто-Тейлора. Сильна та слабка апроксимації розв'язку. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 5.1.
13-14	Чисельні методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. Схема Ойлера-Маруями. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 9.1.
15-16	Чисельні методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. Схема Мільштейна. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 10.3.
17	Чисельні методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. Застосування чисельних методів в задачах параметричного оцінювання. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 13.2.
18	Залік.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Початок роботи з мовою програмування Python. <i>Рекомендована література:</i> [7, 8, 9].
2-3	Генерація псевдо-випадкових величин. Методичні рекомендації для виконання лабораторної роботи 1. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 1.3, 1.9; [2], розд. 1.2, 1.5.
4	Процес Вінера: огляд та симуляція траєкторій. Методичні рекомендації для виконання лабораторної роботи 2.

	<i>Рекомендована література:</i> [2], розд. 1. 7.
5-6	Методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. Методичні рекомендації для виконання лабораторної роботи 3. <i>Рекомендована література:</i> [4], розд. 4; [1], розд. 4.4.
7	Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Схема Ойлера, Гойна та Тейлора порядку 2. Методичні рекомендації для виконання лабораторної роботи 4. <i>Рекомендована література:</i> [5]д
8-9	Чисельні методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь. Схема Ойлера-Маруяма та Мільштейна. Методичні рекомендації для виконання лабораторної роботи 5. <i>Рекомендована література:</i> [1], розд. 10.3.

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання лабораторних робіт;
- підготовка до заліку.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні лабораторних робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання лабораторних робіт, підготовку до заліку.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи	
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	Лабораторні роботи	Семестр. атест.
2	4	120	36	18	66	5	залік

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), лабораторні роботи.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- виконання лабораторних робіт.

Лабораторні роботи

Ваговий бал 20

- якщо лабораторна робота виконана повністю і здана у визначений термін, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо лабораторна робота виконана повністю, але не здана у визначений термін, то здобувач отримує 60% від максимальної кількості запланованих балів;
- якщо лабораторна робота виконана не повністю, то здобувач отримує 0 балів.

Максимальний бал $100=20 \times 5$.

Форма семестрового контролю – залік

Якщо виконано усі передбачені види робіт, то залік виставляється «автоматом» згідно рейтингу здобувача, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу, дозволяється написання залікової роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал.

Умови позитивної проміжної атестації.

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 60% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram та відео-конференцій в Zoom.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцентом кафедри МА та ТЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцентом Боднарчуком С. В.

Ухвалено кафедрою МА та ТЙ (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2023 р.)