



# Процеси Леві у моделях фінансової математики

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### 1. Реквізити навчальної дисципліни

<b>Рівень вищої освіти</b>	Другий (магістерський)
<b>Галузь знань</b>	11 Математика та статистика
<b>Спеціальність</b>	111 Математика
<b>Освітня програма</b>	Страхова та фінансова математика
<b>Статус дисципліни</b>	Вибіркова
<b>Форма навчання</b>	<i>очна(денна)</i>
<b>Рік підготовки, семестр</b>	<i>II курс магістратури, осінній семестр</i>
<b>Обсяг дисципліни</b>	150 годин (36 годин – Лекції, 36 години – Практичні, 78 годин – СРС)
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Залік/модульна контрольна робота, домашня контрольна робота
<b>Розклад занять</b>	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
<b>Мова викладання</b>	<i>Українська</i>
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	Лектор: д.ф.-м.н., проф. А.Ю.Пилипенко <i>Pilipenko.ay@gmail.com</i> Практичні / Семінарські: д.ф.-м.н., проф. А.Ю.Пилипенко <i>Pilipenko.ay@gmail.com</i>
<b>Розміщення курсу</b>	<a href="https://us04web.zoom.us/j/3254950308?pwd=NTdJNTdweGNvVG1RK0xVWGZWN0IvZz09">https://us04web.zoom.us/j/3254950308?pwd=NTdJNTdweGNvVG1RK0xVWGZWN0IvZz09</a> <a href="https://onedrive.live.com/?id=E17A6324160F2D1A%212858&amp;cid=E17A6324160F2D1A">https://onedrive.live.com/?id=E17A6324160F2D1A%212858&amp;cid=E17A6324160F2D1A</a>

## 2. Програма навчальної дисципліни

### 3. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цей курс призначений для знайомства з процесами з незалежними приростами та їх застосуваннях у фінансовій математиці.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студенти повинні вміти знати означення та властивості процесів Леві, зокрема процесу Пуассона, вінерового процесу, складеного пуассонового процесу. Вміти знаходити моменти, характеристичні функції процесів Леві, моделювати процеси Леві, досліджувати властивості траєкторій, а також застосовувати набуті знання в моделях фінансової математики.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів компетентностей:

<b>Загальні компетентності</b>	
ЗК5	Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації
ЗК6	Здатність розробляти науково-інноваційні проекти та керувати ними
ЗК7	Здатність до виконання дослідницької роботи з елементами наукової новизни
<b>Фахові компетентності</b>	
ФК3	Здатність до використання принципів, методів та організаційних процедур дослідницької та/або інноваційної діяльності
ФК5	Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти
ФК6	Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефаківців
ФК8	Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань
ФК10	Здатність розв'язувати прикладні задачі аналізу даних математичними методами та методами комп'ютерної статистики і обирати для цього адекватні математичні засоби
ФК11	Здатність відтворювати знання фундаментальних розділів математики й страхової та фінансової математики оцінюючи ризики в тих предметних областях, де проводяться дослідження
ФК12	Здатність проводити обчислення в рамках математичних моделей та застосовувати для цього необхідні та адекватні математичні та комп'ютерні методи, здібність пояснювати у математичних термінах результати, отримані під час підрахунків, та інтерпретувати їх у рамках даної предметної області
ФК13	Здатність формувати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, в банківській та фінансовій сферах
ФК14	Здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в учбових закладах тощо
<b>Програмними результатами навчання є наступні:</b>	
РН3	Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів
РН5	Володіти знаннями грамотної побудови комунікації в освітньому і науковому процесі, відбору вихідних даних дослідження, складання

	списку використаних джерел, опису наукових результатів
PH8	Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем
PH14	Знати головні результати та сфери застосувань основних математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні: фінансової та актуарної математики, методів математичної економіки та імітаційного моделювання, комп'ютерної статистики
PH15	Знати спеціальні математичні дисципліни для оцінки ризиків у банківській та фінансовій сферах і страхуванні: фінансову математику фондового ринку, стохастичні диференціальні рівняння, ланцюги та процеси Маркова, аналіз часових рядів, правильно змінні функції у теорії ймовірностей, прикладні моделі нелінійного регресійного аналізу

#### **4. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Пререквізити: Дисципліна «Процеси Леві у фінансовій математиці» викладається в першому семестрі другого курсу підготовки магістрів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Теорія ймовірностей», «Диференціальні рівняння», які вивчаються на бакалаврському рівні вищої освіти за освітньою програмою «Страхова та фінансова математика» та курсів «Ланцюги та процеси Маркова» та «Стохастичні диференціальні рівняння та їх застосування».

Постреквізити: Дисципліна «Процеси Леві у фінансовій математиці» передуює освітнім компонентам «Наукова робота за темою магістерської дисертації» (ПО7), «Практика» (ПО8).

#### **5. Зміст навчальної дисципліни**

Розділ 1. Процеси Пуассона та Пуассонові точкові міри

Розділ 2. Процеси з незалежними приростами

Розділ 3. Приклади процесів Леві та їх моделювання

Розділ 4. Моделі страхової та фінансової математики

#### **6. Навчальні матеріали та ресурси**

##### **Базова**

1. Skorokhod, A. V. (1966). *Random processes with independent increments*. FOREIGN TECHNOLOGY DIV WRIGHT-PATTERSON AFB OHIO.
2. Tankov, Peter. *Financial modelling with jump processes*. Chapman and Hall/CRC, 2003.
3. Kyprianou, Andreas E. *Introductory lectures on fluctuations of Lévy processes with applications*. Springer Science & Business Media, 2006.
4. Kingman J. F. C. *Poisson Processes* // *Encyclopedia of biostatistics*. – 2005. – v.6.
5. M.Winkel. *Levy Process and Finance* <http://www.stats.ox.ac.uk/~winkel/ms3b10.pdf>

##### **Допоміжна**

1. Schoutens W. Lévy processes in finance: pricing financial derivatives. – 2003.
2. Cariboni J., Schoutens W. Levy processes in credit risk //John Weiley & Sons, England. – 2009.

## 7. Навчальний контент

### 8. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції/практичного заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Означення процесу Леві. Вінерів та пуассонів процес
2	Характеристичні функції процесів Леві
3	Складений пуассонів процес.
4	Нескінчена подільність
5-6	Зображення Леві-Хінчина
7-8	Мартингали. Побудова cadlag модифікації для процесів Леві
9	Субординатори. Стійкі процеси
10	Пуассонова випадкова міра. Існування, моделювання, властивості, приклади. Стохастичне інтегрування за пуассонівською випадковою мірою.
11	Зображення Леві-Іто
12	Зображення Леві-Іто для пуассонового процесу, складеного пуассонового процесу, субординаторів. Процеси Леві обмеженої виріації
13	Оцінки для швидкості зростання процесів Леві на нескінченості.
14	Задача про банкрутство. Формула Лундберга
15-16	Моделювання процесів Леві.
17-18	Формула Іто. Стохастичні диференціальні рівняння та їх застосування у фінансовій математиці

### 9. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка презентацій доповідей;

- підготовка до екзамену.

## 10. Політика та контроль

### 11. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР, ділової гри та заліку/екзамену.

- *правила відвідування занять (як лекцій, так і практичних/лабораторних): студент має відвідувати всі заняття*
- *правила поведінки на заняттях: на практичне заняття студент має зробити домашню роботу та вивчити матеріал лекції;*
- *правила призначення заохочувальних та штрафних балів: викладач може додавати заохочувальні бали на свій розсуд за активність студента*
- *політика дедлайнів та перескладань: завдання, які здані після дедлайнів не приймаються та перескладання таких завдань не передбачені, якщо у студента не було поважних причин затримки.*

### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### 12. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Оцінка студента складається з (а) відповідей на практичних заняттях (25%), (б) контрольних заходах протягом семестру (25%), (в) екзамену (50%). Рейтинг за кожну складову дорівнює середньому арифметичному відповідних оцінок. Наприклад, якщо оцінки за практичні дорівнювали 100%, 0%, 60%, 0%, то середня оцінка дорівнює  $(100\% + 0\% + 60\% + 0\%) / 4 = 40\%$ . В загальний рейтинг від практичних в цьому разі записується  $40 * 0,25 = 10$  балів. Якщо студент не відвідує практичні заняття чи контрольний захід без поважних причин, то він одержує 0 балів за ці заняття. Довідка про відсутність має бути доведена до викладача не більше ніж за 2 тижня після відповідного заняття. Якщо студент не може бути присутнім на практичних заняттях через інші поважні причини, то це має бути погоджено з викладачем зарані. В цьому випадку викладач та студент узгоджують окремі дати складання контрольних заходів, але не пізніше ніж за 2 тижні від відповідного заходу з усією групою.

Відсутність на занятті не позбавляє студента від відповідальності зробити домашню роботу. Викладач має право поставити оцінку за домашню роботу замість відповіді на практичному. Наявність всіх домашніх робіт є необхідною умовою складання екзамену.

Студент допускається до екзамену, якщо він сумарно набрав не менше 50% від всіх оцінювальних заходів протягом семестру та виконав всі домашні роботи. В супротивному разі студент має добрати додаткові бали. В цьому разі викладач має право не ставити оцінку вище ніж «Достатньо» за предмет.

В деяких випадках викладач має право, але не зобов'язаний, запропонувати студентам оцінки за предмет по результатам семестрового контролю.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
<b>100-95</b>	<b>Відмінно</b>
<b>94-85</b>	<b>Дуже добре</b>
<b>84-75</b>	<b>Добре</b>
<b>74-65</b>	<b>Задовільно</b>
<b>64-60</b>	<b>Достатньо</b>
<b>Менше 60</b>	<b>Незадовільно</b>
<b>Не виконані умови допуску</b>	<b>Не допущено</b>

### **13. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom.

#### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено професором кафедри МА та ТЙ, доктором фіз.-мат. наук, проф. Пилипенком А.Ю.

Ухвалено кафедрою МА та ТЙ (протокол № 13 від 11.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024 р.)