



# Випадкові процеси з незалежними приростами

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### ● Реквізити навчальної дисципліни

<b>Рівень вищої освіти</b>	Другий (магістерський)
<b>Галузь знань</b>	11 Математика та статистика
<b>Спеціальність</b>	111 Математика
<b>Освітня програма</b>	Страхова та фінансова математика
<b>Статус дисципліни</b>	Вибіркова
<b>Форма навчання</b>	очна(денна)
<b>Рік підготовки, семестр</b>	II курс, осінній семестр
<b>Обсяг дисципліни</b>	150 годин (36 годин – Лекції, 36 години – Практичні, 78 годин – СРС)
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Іспит/модульна контрольна робота, домашня контрольна робота
<b>Розклад занять</b>	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
<b>Мова викладання</b>	Українська
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	Лектор: д.ф.-м.н., проф. А.Ю.Пилипенко Pilipenko.ay@gmail.com Практичні / Семінарські: д.ф.-м.н., проф. А.Ю.Пилипенко Pilipenko.ay@gmail.com
<b>Розміщення курсу</b>	<a href="https://us04web.zoom.us/j/3254950308?pwd=NTdjNTdwcGNvVG1RK0xVWGZWN0lvZz09">https://us04web.zoom.us/j/3254950308?pwd=NTdjNTdwcGNvVG1RK0xVWGZWN0lvZz09</a>

## 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Ціни на акції та цінні папери є випадковими процесами. Для коректного опису відповідних цін не є достатнім вивчення класичних моделей теорії фінансів, які використовують броунівський шум, зокрема модель Блека-Шоулса. Моделі фінансової математики з процесами з незалежними приростами є природним узагальненням класичних моделей на випадок стрибкоподібної зміни цін завдяки форсмажорним обставинам. Процеси з незалежними приростами використовуються при аналізі кількості страхових випадків, величині прибутку, зміні цін акції тощо. Тому знання властивостей та вміння аналізувати процеси з незалежними приростами є необхідним для застосування в фінансовій математиці.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студенти повинні вміти знати конструкція та властивості всіх можливих процесів з незалежними приростами; способи моделювання процесів з незалежними приростами; застосування у теорії фінансів процесів з незалежними приростами.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів компетентностей:

<b>Загальні компетентності</b>	
ЗК1	Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики
ЗК6	Здатність розробляти науково-інноваційні проєкти та керувати ними
ЗК7	Здатність до виконання дослідницької роботи з елементами наукової новизни
<b>Фахові компетентності</b>	
ФК2	Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем
ФК5	Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти
ФК7	Здатність самостійно розробляти наукові та інноваційні проєкти шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових математичних ідей
ФК8	Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань
ФК10	Здатність розв'язувати прикладні задачі аналізу даних математичними методами та методами комп'ютерної статистики і обирати для цього адекватні математичні засоби
ФК11	Здатність відтворювати знання фундаментальних розділів математики й страхової та фінансової математики оцінюючи ризики в тих предметних областях, де проводяться дослідження
ФК12	Здатність проводити обчислення в рамках математичних моделей та застосовувати для цього необхідні та адекватні математичні та комп'ютерні методи, здібність пояснювати у математичних термінах результати, отримані під час підрахунків, та інтерпретувати їх у рамках даної предметної області
ФК13	Здатність формувати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, в банківській та фінансовій сферах
ФК16	Володіння знаннями та здатність ініціювати й проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики

<b>Програмними результатами навчання є наступні:</b>	
PH2	Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії
PH5	Володіти знаннями грамотної побудови комунікації в освітньому і науковому процесі, відбору вихідних даних дослідження, складання списку використаних джерел, опису наукових результатів
PH6	Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу
PH14	Знати головні результати та сфери застосувань основних математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні: фінансової та актуарної математики, методів математичної економіки та імітаційного моделювання, комп'ютерної статистики
PH15	Знати спеціальні математичні дисципліни для оцінки ризиків у банківській та фінансовій сферах і страхуванні: фінансову математику фондового ринку, стохастичні диференціальні рівняння, ланцюги та процеси Маркова, аналіз часових рядів, правильно змінні функцій у теорії ймовірностей, прикладні моделі нелінійного регресійного аналізу

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Пререквізити: Дисципліна «Випадкові процеси з незалежними приростами» викладається в першому семестрі другого курсу підготовки магістрів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Теорія ймовірностей», «Диференціальні рівняння», які вивчаються на бакалаврському рівні вищої освіти за освітньою програмою «Страхова та фінансова математика» та курсів «Ланцюги та процеси Маркова» та «Стохастичні диференціальні рівняння та їх застосування».

Постреквізити: Дисципліна «Випадкові процеси з незалежними приростами» передую освітнім компонентам «Наукова робота за темою магістерської дисертації» (ПО7), «Практика» (ПО8).

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

Розділ 1. Складені пуассонові процеси.

Розділ 2. Зображення Леві-Іто процесів з незалежними приростами

Розділ 3. Моделювання важливих класів процесів з незалежними приростами

Розділ 4. Стохастичні диференціальні рівняння з процесами з незалежними приростами та їх застосування

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Базова**

1. Tankov, Peter. Financial modelling with jump processes. Chapman and Hall/CRC, 2003.
2. Skorokhod, A. V. (1966). *Random processes with independent increments*. FOREIGN TECHNOLOGY DIV WRIGHT-PATTERSON AFB OHIO.

3. Kyprianou, Andreas E. Introductory lectures on fluctuations of Lévy processes with applications. Springer Science & Business Media, 2006.
4. Kingman J. F. C. Poisson Processes //Encyclopedia of biostatistics. – 2005. – v.6.
5. M.Winkel. Levy Process and Finance <http://www.stats.ox.ac.uk/~winkel/ms3b10.pdf>

## Допоміжна

1. Schoutens W. Lévy processes in finance: pricing financial derivatives. – 2003.
2. Cariboni J., Schoutens W. Levy processes in credit risk //John Weiley & Sons, England. – 2009.

## ● Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції/практичного заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Броуновий рух. Пуассоновий процес.
2	Характеристичні функції випадкових величин
3	Складений пуассонів процес.
4-5	Зображення Леві-Хінчина нескінченно подільних розподілів
6	Загальний вигляд характеристичної функції однорідних процесів з незалежними приростами
7-8	Побудова модифікації неперервної справа
9	Процеси з незалежними приростами обмеженої варіації. Самоподібні процеси
10	Інтегрування за пуассонівською випадковою мірою. Властивості інтегралу
11	Інтегральне зображення Леві-Іто
12	Приклади зображення Леві-Іто для важливих класів випадкових процесів
13	Зріст траєкторій на нескінченності.
14	Процеси з незалежними приростами у фінансовій математиці
15-16	Комп'ютерне моделювання процесів з незалежними приростами
17-18	Стохастичні рівняння за стрибкоподібним шумом та їх застосування у задачах фінансовій математиці

### 6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка презентацій доповідей;

- підготовка до екзамену.

## ● Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР, ділової гри та заліку/екзамену.

- *правила відвідування занять (як лекцій, так і практичних/лабораторних): студент має відвідувати всі заняття*
- *правила поведінки на заняттях: на практичне заняття студент має зробити домашню роботу та вивчити матеріал лекції;*
- *правила призначення заохочувальних та штрафних балів: викладач може додавати заохочувальні бали на свій розсуд за активність студента*
- *політика дедлайнів та перескладань: завдання, які здані після дедлайнів не приймаються та перескладання таких завдань не передбачені.*

### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Оцінка студента складається з (а) відповідей на практичних заняттях (30%), (б) контрольних заходах протягом семестру (30%), (в) екзамену (40%). Рейтинг за кожну складову дорівнює середньому арифметичному відповідних оцінок. Наприклад, якщо оцінки за практичні дорівнювали 100%, 0%, 60%, 0%, то середня оцінка дорівнює  $(100\% + 0\% + 60\% + 0\%) / 4 = 40\%$ . В загальний рейтинг від практичних в цьому разі записується  $40 * 0,3 = 12$  балів. Якщо студент не відвідує практичні заняття чи контрольний захід без поважних причин, то він одержує 0 балів за ці заняття. Довідка

про відсутність має бути доведена до викладача не більше ніж за 2 тижня після відповідного заняття. Невиконане вчасно домашнє завдання означає 0 балів за відповідь на занятті. Відсутність на занятті не позбавляє студента від відповідальності зробити домашню роботу. Викладач може поставити оцінку за домашню роботу замість відповіді на практичному.

Студент допускається до екзамену, якщо він сумарно набрав не менше 50% від всіх оцінювальних заходів протягом семестру. В супротивному разі студент має добрати додаткові бали. В цьому разі викладач має право не ставити оцінку вище ніж «Достатньо» за предмет.

В деяких випадках викладач має право, але не зобов'язаний, запропонувати студентам оцінки за предмет по результатам семестрового контролю.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

## **9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom.

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** професором кафедри МА та ТЙ, доктором фіз.-мат. наук, проф. Пилипенком А.Ю.

**Ухвалено** кафедрою МА та ТЙ (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2023 р.)