



АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ та ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

- Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>123 Комп'ютерна інженерія</i>
Освітня програма	<i>Аналітична геометрія та лінійна алгебра</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/ змішана/дистанційна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>3 кредити ЕКТС / 90 годин: 36 год – лекції, 18 год – практики, 36 год - СРС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік/МКР/ДКР</i>
Розклад занять	<i>http://roz.kpi.ua/</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектори: <i>канд. ф.-м. наук, Пелехата Ольга Богданівна, pelehataob2015@gmail.com; канд. ф.-м. наук, Лагода Оксана Андріївна, lahodaoa@gmail.com;</i> Викладачі практичних занять: <i>канд. ф.-м. наук, Дем'яненко Ольга Олегівна, o.dem@ukr.net; Мокану Яна Георгіївна, yana.mokanu3075@gmail.com канд. ф.-м. н. Акбергенов Абдивали Абдигалімович, abdivali.akbergenov@gmail.com; канд. ф.-м. наук, Овчар Раїса Федорівна, rfovchar@gmail.com.</i>
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс в Moodle: https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=4828 https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=5473

- Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Основи лінійної алгебри та аналітичної геометрії разом з курсом вищої математики закладають основу математичної та інженерної освіти спеціаліста, сприяють розвитку логічного мислення, забезпечують становлення кваліфікованого творчого фахівця. Дисципліна є важливою для спеціалістів з комп'ютерної інженерії, оскільки тісно пов'язана з фаховими дисциплінами і допомагає зрозуміти складні явища математичної, фізичної, інформаційної природи. Студенти ознайомляться з матрицями, визначниками та їх аналітичними/геометричними застосуваннями; векторами та операціями над ними на площині, у просторі та загальних скінченних просторах, застосують різні добутки векторів в геометрії та фізиці; дослідять/побудують основні об'єкти на площині та просторі в прямокутних та криволінійних системах координат; побачать застосування базисів у різних функціональних із застосуваннями в теорії функцій та інженерії.

МЕТА КУРСУ

- Навчити студентів використовувати методи лінійної алгебри в інженерних розрахунках;
- Навчити створювати геометричні моделі об'єктів, що розглядаються;
- Розвинути вміння доводити розв'язок задачі до практично прийнятного результату – числа, графіка, поверхні, точного якісного висновку із застосуванням адекватних обчислювальних засобів, моделей, таблиць та довідників;
- Розвинути вміння аналізувати одержані результати, самостійно використовувати і вивчати літературу з математики, застосовувати класичні моделі на практиці.

ПРЕДМЕТ ДИСЦИПЛІНИ

Основні розділи аналітичної геометрії та лінійної алгебри.

РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Вивчення дисципліни дасть студенту:

ЗАГАЛЬНІ КОМПЕТЕНТНОСТІ:

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.

ПРОГРАМНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ:

- Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж;
- Вміти застосовувати знання для ідентифікації, формулювання і розв'язування технічних задач спеціальності, використовуючи методи, що є найбільш придатними для досягнення поставлених цілей;
- Виконувати розрахунки параметрів окремих блоків комп'ютерів, комп'ютерних систем, комп'ютерних мереж

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Шкільний курс математики (алгебра, геометрія).

Постреквізити: Вища математика.

3. Зміст навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна складається з наступних тем:

Тема 1. Лінійна алгебра (Матриці, визначники та системи лінійних рівнянь).

Тема 2. Векторна алгебра.

Тема 3. Аналітична геометрія на площині та в просторі.

Тема 4. Лінійні простори та лінійні оператори. Квадратичні форми.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова

1. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,01 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – Т. 1. – 496 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/24338> .
2. Ординська З.П., Орловський І.В., Руновська М.К. Аналітична геометрія та лінійна алгебра: конспект лекцій для студентів технічних факультетів. - К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 176 с.
3. Булдігін В. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія [Електронний ресурс] : навчальний посібник / В. В. Булдігін [та інші] ; НТУУ «КПІ» – Електронні текстові дані (1 файл: 9,84 Мбайт). – Київ : ТВіМС, 2011. – 224 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16193> .
4. Буценко Ю.П., Задерей Н.М., Нефьодорова Г.Д., Симчук Я.В. Лінійні та евклідові простори: методичні вказівки до вивчення розділу. – К. НТУУ «КПІ», 2013. – 40с.

5. Аналітична геометрія. Лінійна алгебра: Збірник завдань до типової розрахункової роботи для студентів 1 курсу технічних факультетів / Уклад: Коновалова Н.Р., Барановська Г.Г. та ін. – К.: ІВЦ “Політехніка”, 2001.

Допоміжна

6. Булдігін В.В., Жук В.А., Рушицька С.О., Ясінський В.А. Збірник задач з аналітичної геометрії та векторної алгебри / В.В. Булдігін, В.А. Жук, С.О. Рушицька, В.А. Ясінський. – К.: Вища школа, 1999. – 191 с.
7. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – К.: Вища школа, 2018

- Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- Лекції

1. Матриці та дії над ними.

Поняття матриці. Арифметичні операції над матрицями: додавання, множення матриці на число, множення матриць. Елементарні перетворення матриць.

Рекомендована література: [1]: с. 117-129; [2]: с. 6-14.

2. Визначники та їх властивості.

Визначники 2-го та 3-го порядків, означення та обчислення. Мінори. Алгебраїчні доповнення. Обчислення визначників n-го порядку методом розкладання визначника за елементами його рядка або стовпця матриці. Властивості визначників.

Рекомендована література: [1]: с. 129-136; [2]: с. 15-25.

3. Обернені матриці.

Матричні рівняння. Ранг матриці. Поняття оберненої матриці. Матричні рівняння.

Обчислення рангу матриці.

Рекомендована література: [1]: с. 136-145; [2]: с. 26-32.

4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Основні означення. Теорема Кронекера-Капеллі. Методи розв'язання невідроджених систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Рекомендована література: [1]: с. 145-149; [2]: с. 33-39.

5. Метод Гаусса.

Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гаусса розв'язання довільних систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Рекомендована література: [1]: с. 149-157; [2]: с. 40-47.

6. Вектори та дії над ними.

Вектори: основні означення. Лінійні операції над векторами. Проекція вектора на вісь. Дії над векторами, заданими проекціями.

Рекомендована література: [1]: с. 225-233; [2]: с. 48-55.

7. Лінійна залежність та незалежність системи векторів.

Базис системи векторів. Лінійна залежність та незалежність системи векторів. Базис системи векторів. Розклад вектора за базисом на площині та в просторі.

Рекомендована література: [1]: с. 233-246; [2]: с. 57-63.

8. Скалярний та векторний добуток векторів.

Скалярний добуток векторів, його властивості. Вираз через координати векторів.

Застосування скалярного добутку. Векторний добуток векторів. Означення, геометричне тлумачення, властивості.

Рекомендована література: [1]: с. 247-255; [2]: с. 64-70.

9. Векторний та мішаний добуток векторів.

Вираз векторного добутку через координати. Застосування. Мішаний добуток векторів.

Означення, геометричне тлумачення, властивості, вираз через координати множників, застосування.

Рекомендована література: [1]: с. 247-255; [2]: с. 71-77.

10. Системи координат на площині.

Пряма на площині. Системи координат на площині. Пряма на площині, різні види її рівняння. Основні задачі для прямої на площині.

Рекомендована література: [1]: с. 260-262, 333-348; [2]: с. 78-96.

11. Криві другого порядку на площині: еліпс, гіпербола, парабола.

Криві другого порядку на площині: еліпс, гіпербола, парабола. Канонічні рівняння, характеристики кривих другого порядку.

Рекомендована література: [1]: с. 348-355; [2]: с. 97-100;

12. Система координат у просторі.

Площина в просторі. Система координат у просторі. Площина у просторі, різні види її рівняння. Основні задачі для площини у просторі.

Рекомендована література: [1]: с. 364-372; [2]: с. 111-120.

13. Пряма в просторі.

Задачі на пряму та площину в просторі. Пряма в просторі, різні види її рівняння. Взаємне розташування двох прямих в просторі. Задачі на пряму та площину в просторі.

Рекомендована література: [1]: с. 372-380; [2]: с. 121-130.

14. Поверхні другого порядку.

Загальне рівняння поверхні другого порядку. Характеристики та форма основних поверхонь другого порядку.

Рекомендована література: [1]: с. 380-391; [2]: с. 131-142.

15. Лінійні простори.

Лінійний простір: означення і приклади. Розмірність та базис лінійних просторів.

Рекомендована література: [2]: с.143-149; [4]: с. 2-9.

16. Лінійні оператори.

Лінійні оператори та їх матриці. Перетворення матриці лінійного оператора при переході до нового базису. Власні числа та власні вектори лінійного оператора.

Рекомендована література: [2]: с.150-161; [4]: с. 16-21.

17. Евклідові простори.

Евклідові простори: основні означення. Ортонормований базис евклідового простору.

Рекомендована література: [2]: с.162-168; [4]: с. 10-15, 22-23.

18. Квадратичні форми.

Поняття квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.

Знаковизначені квадратичні форми.

Рекомендована література: [2]: с.169-174; [4]: с. 24-36.

- **Практичні заняття**

1. Матриці та дії над ними. Визначники.

Завдання на СРС: [1]: с. 182-201.

2. Обернені матриці. Матричні рівняння. Методи розв'язання невивіржених систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Завдання на СРС: [1]: с. 201-207, 211-224.

3. Ранг матриці. Метод Гаусса розв'язання довільних систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Лінійні однорідні системи, їх ФСР.

Завдання на СРС: [1]: с. 207-224.

4. Вектори та дії над ними. Лінійна залежність та незалежність системи векторів. Базис системи векторів.

Завдання на СРС: [1]: с. 290-306.

5. [Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів, їх застосування в задачах геометрії та фізики. Криві на площині.](#)
Завдання на СРС: [1]: с. 306-320, 420-432.
6. [Площина в просторі. Пряма в просторі. Співвідношення між прямими та площинами в просторі.](#)
Завдання на СРС: [1]: с. 442-468.
7. [Криві 2-го порядку \(еліпс, гіпербола, парабола\). Поверхні 2-го порядку.](#)
Завдання на СРС: [1]: с. 432-442, 468-472.
8. [Лінійні оператори. Власні числа та власні вектори лінійного оператора. Квадратичні форми.](#)
Завдання на СРС: [19]: с.156-190.
9. [Модульна контрольна робота.](#)

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студентів належать:

1. Підготовка до лекційних та практичних занять;
2. Виконання домашніх завдань за темами курсу;
3. Виконання домашньої контрольної роботи (тестування);
4. Підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
5. Підготовка до заліку.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та заліку.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: робота на практичних заняттях та лекціях, написання контрольних заходів (частини ДКР) та поточні тести.

- **Робота на заняттях** оцінюється викладачем на основі активності студента на практичних заняттях та лекціях. Загалом за роботу на заняттях за семестр можна отримати 10 балів (5 балів за активність на лекціях та 5 балів за активність на практичних заняттях, які нараховується у процентному відношенні до відповідної максимально можливої).
- **Виконання домашньої контрольної роботи (ДКР)** за семестр оцінюється у 40 балів (всі частини ДКР разом). Для всіх груп потоку ДКР здаються у тестовому форматі одночасно на

платформах дистанційного навчання Moodle, але з достатнім часовим проміжком для врахування особливостей навчання під час воєнного стану. Розрахункова робота є зарахованою, якщо оцінка складає не менше 60% від 40 балів, тобто не менше 24 балів.

- **Поточні тести** (всі разом) оцінюються в 10 балів і проводяться на платформах дистанційного навчання Moodle впродовж семестру.

Календарний контроль (перша та друга атестації): перевіряється виконання студентом поточного набору завдань та контрольних заходів. Для успішного проходження календарного контролю, студент має виконати принаймні 50% усіх завдань.

Модульний контроль: Виконання **модульної контрольної роботи (МКР)**, яка складається з двох частин, по 20 балів кожна, дає можливість студенту набрати 40 балів рейтингу.

Кожна модульна контрольна робота оцінюється за критеріями:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 18-20 балів;
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними неточностями – 15-17 балів;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 12-14 балів;
- «незадовільно» – відповідь не відповідає вимогам до «задовільно» – 0 балів.

Семестровий контроль: залік.

Залікова контрольна робота оцінюється із 60 балів. Залікова контрольна робота складається із 1 теоретичного питання та 4 практичних завдань. Перелік теоретичних питань наведено нижче.

Теоретичне питання оцінюється у 12 балів, кожне практичне – у 12 балів.

Теоретичне питання оцінюється із 12 балів за такими критеріями:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації), надані відповідні обґрунтування та особистий погляд – 11-12 балів;
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними неточностями – 9-10 балів;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до «стереотипного» рівня та деякі помилки) – 7-8 балів;
- «незадовільно» – відповідь не відповідає вимогам до «задовільно» – 0 балів.

Кожне практичне питання оцінюється із 12 балів за такими критеріями:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації), надані відповідні обґрунтування та особистий погляд – 11-12 балів;
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними неточностями – 9-10 балів;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до «стереотипного» рівня та деякі помилки) – 7-8 балів;
- «незадовільно» – відповідь не відповідає вимогам до «задовільно» – 0 балів.

За умови підтвердженої поважної причини відсутності на ДКР чи МКР вони можуть бути переписані в кінці семестру. За умови відсутності поважної причини лише ДКР може бути переписана з можливістю отримання як максимум 24 балів.

Семестровий рейтинг (100 балів) складається з балів поточного контролю (10 балів - робота на заняттях, 40 балів - ДКР частинами, 10 балів - теоретичний тест), модульного контролю (МКР з 2 частин) – 40 балів.

Умови допуску до семестрового контролю: семестровий рейтинг студента має бути не меншим за 30 балів.

Семестровий контроль студент проходить у двох випадках:

- 1) семестровий рейтинг нижчий за 60 балів;
- 2) студент хоче підвищити свою оцінку.

У першому випадку студент виконує залікову контрольну роботу, остаточний результат – це сума балів семестрового рейтингу та балів за залікову контрольну роботу не може бути більшим за 64 бали.

У другому випадку студент, який у семестрі отримав більше ніж 60 балів та зараховану ДКР, але бажає підвищити свій результат, може виконувати залікову контрольну роботу з метою підвищення оцінки. У цьому разі остаточний результат складається із суми балів, що отримані на заліковій контрольній роботі та балів за ДКР.

Семестровий рейтинг та остаточний отриманий після складання заліку результат переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею відповідності:

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється із застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle. Асинхронна подача матеріалу відбувається через YouTube.

Список теоретичних питань, що виносяться на залік:

1. Матриці та дії над ними (означення, дії, перетворення). Приклади.
2. Визначники 2-го, 3-го порядків (означення, властивості).
3. Обернена матриця (означення, властивості, пошук).
4. Матричні рівняння (основні моделі).
5. Ранг матриці (означення, методи Гаусса та обвідних мінорів).
6. СЛАР (означення, матричний метод пошуку розв'язку квадратних невідроджених матриць).
7. СЛАР (означення, метод Крамера пошуку розв'язку квадратних невідроджених матриць).
8. Довільні СЛАР (означення, метод Гаусса розв'язання систем).
9. Однорідні СЛАР. Система фундаментальних розв'язків.
10. Геометричні вектори на площині та просторі (означення, лінійні операції).
11. Проекція вектора на вісь. Розклад по ортах координатних осей. Модуль вектора. Напрямні косинуси.
12. Дії над векторами, заданими проекціями. Координати точки та вектора.
13. Вектори в n -вимірному алгебраїчному просторі (означення, дії). Приклади.
14. Лінійна залежність та незалежність системи векторів. Приклади.
15. База та базис системи векторів. Приклади.
16. Базиси векторів на площині та в просторі. Приклади.
17. Скалярний добуток векторів (означення, властивості, застосування).
18. Векторний добуток векторів (означення, властивості, застосування).
19. Мішаний добуток векторів (означення, властивості, застосування).
20. Системи координат на площині. Перетворення декартової системи координат. Рівняння кривої (лінії) на площині.
21. Полярна система координат (формули переходу, основні криві). Приклади.
22. Пряма на площині (різні види рівняння). Основні задачі для прямої на площині.

23. Система координат у просторі. Рівняння поверхні та лінії у просторі.
24. Площина у просторі (різні види рівняння).
25. Основні задачі для площини у просторі.
26. Пряма у просторі (різні види рівняння).
27. Основні задачі на прямі у просторі.
28. Основні задачі на пряму та площину у просторі.
29. Криві 2-го порядку на площині (загальне рівняння, класифікація згідно параметрів).
30. Еліпс, його канонічне рівняння, побудова та характеристики.
31. Гіпербола, її канонічне рівняння, побудова та характеристики.
32. Парабола, її канонічне рівняння, побудова та характеристики.
33. Поверхні 2-го порядку (загальне рівняння). Основні поверхні 2-го порядку (канонічне рівняння, побудова та характеристики).
34. Лінійні простори. Базис та розмірність лінійного простору.
35. Зв'язок між базисами в n -вимірному лінійному просторі. Перетворення координат при зміні базису.
36. Евклідов простір. Базис в евклідовому просторі.
37. Ортонормований базис (метод ортогоналізації Грама-Шмідта).
38. Ортогональний оператор.
39. Квадратичні форми (означення). Зведення до канонічного вигляду.
40. Квадратичні форми (означення). Знаковизначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: доцент, к.ф.-м.н., Пелехата Ольга Богданівна; доцент, к. ф.-м.н, Лагода Оксана Андріївна.

Ухвалено: кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол №13 від 11.06.2024 р.).

Погоджено: Методичною комісією Фізико-математичного факультету (протокол № 10 від 25.06.2024 р.).