



Математичний аналіз-1.

Диференціальне числення. Ряди

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології</i>
Освітня програма	<i>Комп'ютерні технології в біології та медицині</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/змішана/дистанційна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2023-2024, 1 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>7 кредитів, 210 годин, з них 72 години лекції, 54 години практичних занять, 84 години самостійної роботи студентів</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, модульна контрольна робота, розрахунково-графічна робота</i>
Розклад занять	roz.kpi.ua
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат.наук, доцент, Репета Леся Анатоліївна Практичні / Семінарські: канд. фіз.-мат.наук, доцент, Репета Леся Анатоліївна канд. фіз.-мат.наук, , ст. викл. Пригалінська Тетяна Григорівна, matan.kpi.ua
Розміщення курсу	Google classroom ec3am7x

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Кредитний модуль «Математичний аналіз-1. Диференціальне числення. Ряди» входить до циклу навчальних дисциплін природничо-наукової підготовки та має важливе значення у підготовці фахівця. Курс математичного аналізу є фундаментом математичної та інженерної освіти спеціаліста. Математичні методи дослідження пронизують усі області людської діяльності, а тому зростає інтерес до цього курсу зі сторони суміжних наук, які використовують різний об'єм математичних знань.

Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей:

- логічного мислення, розвиток інтелектуальних здібностей;
- виховання у студентів математичної культури, необхідної ерудиції та інтуїції у питаннях прикладного застосування математичних знань;
- застосування математичних знань у розв'язанні інженерних розрахунків;

- доводити розв’язок задачі до практично прийняттого результату – числа, графіка, якісного висновку із застосуванням довідників, таблиць, обчислювальних засобів;
- вироблення навичок самостійного вивчення наукової літератури з математики та її застосування;
- вироблення навичок математичного дослідження прикладних задач.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни «Математичний аналіз-1. Диференціальне числення. Ряди» студенти мають продемонструвати такі результати навчання: програмні компетентності

- здатність до абстрактного мислення (ЗК 1);
- здатність вчитися (ЗК 6);
- здатність до пошуку інформації з різних джерел (ЗК 11);
- здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

Програмні результати навчання (згідно матриці відповідності програмних компетентностей та результатів навчання в освітній програмі).

Використовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, сучасний апарат математичного аналізу в професійній діяльності для розв’язання задач в області комп’ютерних наук (ПР 1)

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання з математики середньої школи. На результатах навчання дисципліни «Математичний аналіз-1. Диференціальне числення. Ряди» наступні дисципліни:

- теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси і математична статистика;
- методи обчислень;
- нечіткі моделі в медицині.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Диференціальне числення. Ряди

Тема 1.1. Числові послідовності і їх границі.

Тема 1.2. Числові ряди.

Тема 1.3. Границя функції однієї змінної. Неперервність.

Тема 1.4. Похідні та диференціали функції однієї змінної.

Тема 1.5. Формула Тейлора.

Тема 1.6. Дослідження функцій однієї змінної, побудова графіків.

Тема 1.7. Функції багатьох змінних.

Розділ 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

Тема 2.1. Невизначений інтеграл.

Тема 2.2. Визначений інтеграл і невластні інтеграли.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Рекомендована література
Базова

1. Алексеева І.В., Гайдей В.О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті : Підручник / І. В. Алексеева, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова; за ред. О. І. Клесова. — Київ : КПІ, 2018. —Т. 1—496 с.
2. Дубовик В. П., Юрик І. І. Математичний аналіз. — К.: Вища шк., 2005.
3. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної : збірник завдань до типової розрахункової роботи для студ. I курсу техн. спец. / Л. Б. Федорова, Н. Р. Коновалова, І. В. Алексеева, А. Ю. Кіндибалюк, О. П. Трофимчук, В. О. Гайдей. — К.: ІВЦ «Політехніка», 2001.— 65 с.
4. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних : збірник завдань до типової розрахункової роботи / С. В. Горленко, Л. Б. Федорова, В. О. Гайдей. — К. : ІВЦ «Політехніка», 2002. — 65 с.
5. Л.А.Репета, О. О. Дем'яненко «Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Конспект лекцій. Практикум»
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/49007>

Допоміжна

6. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Практикум. (I курс, I семестр) /Уклад: І. В. Алексеева, В. О. Гайдей. О.О Диховичний, Л. Б. Федорова. — К.:НТУУ (КПІ),2013.— 252 с.
7. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. — К.: Віпол, 2004. — Ч. 1. — 376 с.
8. Овчинников П. П., Яремчук Ф. П., Михайленко В. М. Математичний аналіз. Ч. 1, 2. — К.: Техніка, 2000

Інформаційні ресурси

1. Л.А.Репета, О. О. Дем'яненко «Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Конспект лекцій. Практикум»
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/49007>
2. Дубовик В.П. Математичний аналіз: навч. посібн. / Дубовик В.П., Юрик І.І. — К.: А.С.К., 2005. — 648 с. — Режим доступу:
http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNBARSIJGRU6SKIP181-01757?func=full-set-set&set_number=797795&set_entry=000003&format=999
3. Дубовик В.П. Математичний аналіз. Збірник задач: навч. посібн./ Дубовик В.П., Юрик І.І. — К.: А.С.К., 2005. — 648 с. — Режим доступу:
http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNBARSIJGRU6SKIP181-02049?func=full-set-set&set_number=797796&set_entry=000018&format=999

4. Грималюк В.П. Математичний аналіз: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с. – Режим доступу:
http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNBARSIJGRU6SKIP181-02550?func=full-set-set&set_number=797798&set_entry=000004&format=999
5. Алексеева І.В., Гайдей В.О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті : Підручник / І. В. Алексеева, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова; за ред. О. І. Клесова. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. — Т. 1. — 496 с.
<https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/24338/1/MTU1.pdf>
6. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної . Практикум. (І курс, І семестр) /Уклад: І. В. Алексеева, В. О. Гайдей. О.О Диховичний, Л. Б. Федорова. – К.: НТУУ(КПІ),2013.– 252 с.
<https://matan.kpi.ua/public/files/PraktykumMA1.pdf>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

- | №
з/п | Назва теми лекції та перелік основних питань
(перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС) |
|----------|---|
| 1. | <p>Вступ до математичного аналізу. Основні логічні символи.
 <i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §1, 2.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 13, 14.]
 СРС. Модуль дійсного числа та його властивості. Числові множини. Точна верхня та нижня межі числових множин. Формула бінома Ньютона.
 <i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 13, 14.]</p> |
| 2. | <p>Границя числової послідовності. Числові послідовності. Збіжні числові послідовності та їх властивості. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.
 <i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §3.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 15.]
 СРС. Перехід до границі у нерівностях.<i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §3.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 15.]</p> |
| 3. | <p>Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Невизначеності та їх типи. Ознаки існування границі.
 <i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §3.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 15.]
 СРС. Гіперболічні функції.
 <i>Рекомендована література</i> [3, Гл. 5. § 14.]</p> |
| 4. | <p>Властивості числових послідовностей. Теорема Вейерштраса про існування границі монотонної обмеженої послідовності. Число e.
 <i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §3.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 15.]
 СРС. Доведення теореми Вейерштраса.
 <i>Рекомендована література</i> [1, Гл.4. §3.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 15.]</p> |

5. **Числовий ряд.** Означення збіжного та розбіжного числового ряду, суми ряду. Найпростіші властивості числових рядів. Необхідна умова збіжності ряду.
Рекомендована література [2, Гл. 9. § 1.], [3, Гл. 3. § 1.]
СРС. Гармонічний ряд.
Рекомендована література [2, Гл. 9. § 1.], [3, Гл. 3. § 1.]
6. **Додатні числові ряди.** Достатні ознаки збіжності числових рядів з невід’ємними членами: ознаки порівняння, радикальна ознака Коші, ознака Даламбера.
Рекомендована література [2, Гл. 9. § 1.], [3, Гл. 3. § 2.]
СРС. Критерій Коші збіжності числового ряду.
Рекомендована література [2, Гл. 9. § 1.], [3, Гл. 3. § 1.]
7. **Знакозмінні числові ряди.** Ознака Лейбніца. Абсолютна та умовна збіжність числового ряду. Властивості абсолютно та умовно збіжних числових рядів.
Рекомендована література [2, Гл. 9. § 1.], [3, Гл. 3. § 2.]
СРС. Операції над абсолютно збіжними числовими рядами.
Рекомендована література [2, Гл. 9. § 1.], [3, Гл. 3. § 2.]
8. **Границя функції.** Означення границі функції за Гейне та за Коші. Умови існування границі функції. Теореми про границі функції (про збереження знаку, арифметичні дії, перехід до границі у нерівностях).
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 16.]
СРС. Нескінченно малі та нескінченно великі функції.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 16.]
9. **Перша і друга важливі границі.** Перша і друга важливі границі та їх наслідки.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 4.], [3, Гл. 5. § 17.]
СРС. Односторонні границі функції, означення нескінченної границі функції.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 16.]
10. **Порівняння нескінченно малих функцій.** Порівняння нескінченно малих функцій, символи Ландау.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 18.]
СРС. Застосування еквівалентностей до обчислення границь функцій.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 18.]
11. **Неперервність функції.** Поняття неперервності функції у точці. Точки розриву, їх типи.
Рекомендована література [1, Гл.4. §5.], [2, Гл. 3. § 5.], [3, Гл. 5. § 19.]
СРС. Класифікація точок розриву.
Рекомендована література [1, Гл.4. §5.], [2, Гл. 3. § 5.]
12. **Неперервність функції на сегменті.** Теореми про неперервні функції на сегменті: Вейерштраса, Коші, Больцано–Коші. Теорема про неперервність оберненої функції.

Рекомендована література [1, Гл.4. §5.], [2, Гл. 3. § 5.], [3, Гл. 5. § 19.]
СРС. Доведення теорем Вейерштраса, Коші.

Рекомендована література [1, Гл.4. §5.], [2, Гл. 3. § 5.]

13. **Похідна функції.** Означення похідної у точці. Односторонні похідні. Неперервність і існування похідної у точці. Геометричний, фізичний зміст похідної. Дотична і нормаль до графіка функції.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 20–23.]

СРС. Таблиця похідних.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 20–23.]

14. **Диференціювання функцій.** Похідна оберненої, складеної функцій, функцій, заданих неявно і параметричним чином. Похідна степенево-показникової функції.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 20–23.]

СРС. Основні правила диференціювання. Похідні гіперболічних функцій.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §2.], [2, Гл. 4. § 4, 12.], [3, Гл. 5. § 20.]

15. **Похідні старших порядків.** Похідні старших порядків функцій, заданих явно, неявно, параметрично.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 20–23.]

СРС. Формула Лейбніца.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]

16. **Диференціал функції.** Означення і геометричний зміст. Властивості диференціалу, інваріантність форми першого диференціалу.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]

СРС. Формула наближених обчислень.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]

17. **Диференційовність функції.** Диференціали вищих порядків.

Неінваріантність форми другого диференціалу.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]

СРС. Диференціали вищих порядків неявно заданих функцій.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]

18. **Основні теореми диференціального числення.** Теореми Лагранжа, Ролля, Коші. Правило Лопіталя.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §5.], [2, Гл. 4. § 24, 25.], [3, Гл. 5. § 25.]

СРС. Правило Лопіталя.

Рекомендована література [1, Гл. 5. §5.], [2, Гл. 4. § 24, 25.], [3, Гл. 5. § 25.]

19. **Формула Тейлора.** Формула Тейлора. Залишковий член формули Тейлора у вигляді форми Лагранжа, Пеано. Застосування формули Тейлора до обчислення наближених значень і границь функцій.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §5.], [2, Гл. 4. § 26.], [3, Гл. 5. § 26.]
СРС. Формули Маклорена основних елементарних функцій.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §5.], [2, Гл. 4. § 26.], [3, Гл. 5. § 26.]
20. **Функції багатьох змінних.** Означення, область визначення. Границя і неперервність функцій багатьох змінних. Частинні похідні. Повний приріст і повний диференціал функцій, його зв'язок з частинними похідними.
Рекомендована література [1, Гл. 6. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2, 15.], [3, Гл. 9. § 43, 44.]
СРС. Інваріантність форми повного диференціала.
Рекомендована література [1, Гл. 6. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2, 15.], [3, Гл. 9. § 43, 44.]
21. **Похідні вищих порядків функцій багатьох змінних.** Диференційовність складеної функції. Частинні похідні і повні диференціали вищих порядків.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 2.], [2, Гл. 4. § 13–16.], [3, Гл. 9. § 43, 44.]
СРС. Незалежність мішаних похідних від порядку диференціювання.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 2.], [2, Гл. 4. § 13–16.], [3, Гл. 9. § 43, 44.]
22. **Дотична площина та нормаль до поверхні.**
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 23.], [3, Гл. 9. § 45.]
СРС. Дотична пряма і нормальна площина до просторової лінії.
Рекомендована література [2, Гл. 4. § 21,23.]
23. **Градiєнт скалярного поля. Похідна за напрямком.**
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 23.], [3, Гл. 9. § 45.]
24. **Екстремум функцій багатьох змінних.** Означення, необхідні умови. Достатні умови існування локального екстремуму. Поняття квадратичних форм. Критерій Сильвестра знаковизначеності квадратичних форм. Знаходження екстремумів функції двох змінних.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 28–29, 34, 35.], [3, Гл. 9. § 46.]
СРС. Лінії рівня, поверхні рівня.
Рекомендована література [1, Гл. 6. §1., 3], [2, Гл. 4. § 19.], [3, Гл. 9. § 44.]
25. **Умовний екстремум.** Знаходження умовного екстремуму. Метод множників Лагранжа.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 36.], [3, Гл. 9. § 46.]
СРС. Найбільше та найменше значення функцій у замкненій області.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 36.], [3, Гл. 9. § 46.]
26. **Первісна функції і невизначений інтеграл.** Означення, основні властивості. Таблиця основних формул інтегрування.
Рекомендована література: [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 1-3.], [3, Гл. 7. § 29,

- 30.]
СРС. Інваріантність формул інтегрування
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 1-3.], [3, Гл. 7. § 29, 30.]
27. **Інтегрування частинами.** Заміна змінної в невизначеному інтегралі.
[1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 1-3.], [3, Гл. 7. § 29, 30.]
СРС. Тригонометричні підстановки.
Рекомендована література [1, Гл.7. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2, 10.], [3, Гл. 7. § 33.]
28. **Рекурентні формули** знаходження невизначених інтегралів.
[1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 1-3.], [3, Гл. 7. § 29, 30.]
СРС. Тригонометричні підстановки.
Рекомендована література [1, Гл.7. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2, 10.], [3, Гл. 7. § 33.]
29. **Інтегрування найпростіших елементарних дробів.**
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 4–8.], [3, Гл. 7. § 31.]
СРС. Розклад раціональних дробів на елементарні.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 4–8.]
30. **Інтегрування раціональних дробів.** Основна теорема алгебри.
Інтегрування раціональних дробів.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 4–8.], [3, Гл. 7. § 31.]
СРС. Розклад раціональних дробів на елементарні.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 4–8.], [3, Гл. 7. § 31.]
31. **Інтегрування тригонометричних функцій.** Інтегрування тригонометричних функцій.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 9.], [3, Гл. 7. § 32.]
СРС. Тригонометричні підстановки.
Рекомендована література [1, Гл.7. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2, 10.], [3, Гл. 7. § 33.]
32. **Інтегрування лінійних та квадратичних ірраціональностей.**
Інтегрування лінійних та квадратичних ірраціональностей.
Рекомендована література [1, Гл.7. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2, 10.], [3, Гл. 7. § 33.]
СРС. Інтегрування диференціальних біномів.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 11.], [3, Гл. 7. § 33.]
33. **Визначений інтеграл.** Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Необхідні і достатні умови інтегрованості функцій на відрізку. Основні властивості визначеного інтеграла.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 3.], [3, Гл. 8. § 35, 36, 38.]
СРС. Застосування визначеного інтеграла: обчислення довжин кривих та площ поверхонь обертання.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §3.], [2, Гл. 6. § 12.], [3, Гл. 8. § 41.]
34. **Визначений інтеграл.** Визначений інтеграл із змінною верхньою межею інтегрування та його властивості. Теорема Барроу. Формула Ньютона–Лейбніца.

Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 7, 8.], [3, Гл. 8. § 37, 39.]
СРС .Інтегрування натуральних степенів синуса та косинуса в проміжку $[0, \pi/2]$.

Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 7, 8.], [3, Гл. 8. § 39.]

35. **Визначений інтеграл.** Інтегрування частинами і заміною змінної у визначеному інтегралі.

Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 7, 8.], [3, Гл. 8. § 37, 39.]
СРС. Інтегрування парних та непарних функцій по симетричному проміжку.

Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 7, 8.], [3, Гл. 8. § 39.]

36. **Невласні інтеграли.** Означення, збіжність, розбіжність. Достатні ознаки збіжності. Абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів

Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 9.], [3, Гл. 8. § 40.]
СРС. Застосування невластних інтегралів.

Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 9.], [3, Гл. 8. § 40.]

5. Практичні заняття

Основна ціль практичних занять: навчитися застосовувати теоретичні знання до розв'язування практичних задач, виробити навички роботи з інформаційними ресурсами і оволодіти методами математичного аналізу для розв'язування задач, що виникають в результаті моделювання технічних і медичних процесів.

№ з/п

**Назва теми заняття та перелік основних питань
(посилання на літературу та завдання на СРС)**

1. **Контрольна робота зі збереження знань КР33-0**

Завдання на СРС [5, №№ 178, 246-256 парні.]

СРС. Модуль дійсного числа та його властивості. Числові множини. Точна верхня та нижня межі числових множин. Формула бінома Ньютона.

Рекомендована література [1, Гл.4. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2.], [3, Гл. 5. § 13, 14.]

2. **Границя числової послідовності. Границя функції.** Збіжні числові послідовності та їх властивості. Арифметичні дії над збіжними послідовностями. Нескінченно малі та нескінченно великі функції.

Завдання на СРС [5, №№ 260-308 парні.]

СРС. Гіперболічні функції.

Рекомендована література [3, Гл. 5. § 14.]

3. **Числові ряди.** Знаходження суми збіжного числового ряду. Необхідна умова збіжності.

Завдання на СРС [5, №№ 2728-2752]

4. **Достатні ознаки збіжності числових рядів з невід'ємними членами.**

Дослідження збіжності знакосталих числових рядів.

Завдання на СРС [5, №№. 2754-2782]

5. **Знакозмінні числові ряди.** Ознака Лейбніца.

Завдання на СРС [5, №№ 2790-2798 парні]

6. **Границя функції.** Нескінченно малі та нескінченно великі функції.

Завдання на СРС [5, №№ 260-308 парні.]

- СРС. Гіперболічні функції.*
Рекомендована література [3, Гл. 5. § 14.]
7. **Перша і друга важливі границі.** Порівняння нескінченно малих функцій.
Завдання на СРС [5, №№ 351-376, 402-414 парні.]
СРС. Застосування еквівалентностей до обчислення границь функцій.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 16.]
8. **Неперервність функції.** Точки розриву, їх типи.
Завдання на СРС [5, №№ 402-414, 222-240 парні]
СРС. Односторонні границі функції, означення нескінченної границі функції.
Рекомендована література [1, Гл.4. §4.], [2, Гл. 3. § 3, 4.], [3, Гл. 5. § 16.]
9. **Похідна функції.** Дотична і нормаль до графіка функції.
Завдання на СРС [5, №№ 517-632, парні.]
СРС. Основні правила диференціювання. Похідні гіперболічних функцій.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §2.], [2, Гл. 4. § 4, 12.], [3, Гл. 5. § 20.]
10. **Диференціювання функцій.** Похідна оберненої, складеної функцій, функцій, заданих неявно і параметричним чином.
Завдання на СРС [5, №№ 776-786, 792-812, 932-940 парні.]
СРС. Похідна степенево-показникової функції.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §2.], [2, Гл. 4. § 4, 12.], [3, Гл. 5. § 20.]
11. **Похідні вищих порядків.** Похідні вищих порядків функцій, заданих явно, неявно, параметрично.
Завдання на СРС [5, №№ 1026, 1029, 1031, 1039, 1058-1062, 1070-1078 парні]
СРС. Формула Лейбніца.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]
12. **Дослідження функції.** Монотонність функції. Точки перегину.
Завдання на СРС [5, №№ 1129, 1136, 1199, 1324-1334, 1356-1362 парні]
СРС. Асимптоти графіка функції.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §3, 4.], [2, Гл. 4. § 14, 17.], [3, Гл. 5. § 24.]
13. **Екстремуми функції.** Повне дослідження функції. Побудова графіків.
Завдання на СРС [5, №№ 1498, 1503, 1504, 1507, 1511, 1522, 1527, 1528]
СРС. Графіки функцій у полярній системі координат.
Рекомендована література [1, Гл. 5. §5.], [2, Гл. 4. § 26.], [3, Гл. 5. § 26.]
14. **МКР**
15. **Функції багатьох змінних.**
Завдання на СРС [5, №№ 1498, 1503, 1504, 1507, 1511, 1522, 1527, 1528]
СРС. Границя і неперервність функцій багатьох змінних.
Рекомендована література [1, Гл. 6. §1, 2.], [2, Гл. 4. § 1, 2, 15.], [3, Гл. 9. § 43, 44.]
16. **Диференціювання функцій багатьох змінних.**
Завдання на СРС [5, №№ 3036-3060, 3182-3196 парні]
СРС. Частинні похідні і повні диференціали вищих порядків складеної функції.

- Рекомендована література* [1, Гл. 6. § 2.], [2, Гл. 4. § 13–16.], [3, Гл. 9. § 43, 44.]
17. **Екстремум функцій двох змінних.**
Завдання на СРС [5, №№ 3259, 3261, 3272, 3273, 3279, 3280]
СРС. Дотична площина, нормаль до поверхні.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 36.], [3, Гл. 9. § 46.]
18. **Умовний екстремум.** Найбільше та найменше значення функції в замкненій області.
Завдання на СРС [5, №№ 3259, 3261, 3272, 3273, 3279, 3280]
СРС. Метод множників Лагранжа.
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 36.], [3, Гл. 9. § 46.]
19. **Знаходження найбільшого та найменшого значень** функції двох змінних в замкненій області.
Завдання на СРС [5, №№ 3259, 3261, 3272, 3273, 3279, 3280]
Рекомендована література [1, Гл. 6. § 3.], [2, Гл. 4. § 36.], [3, Гл. 9. § 46.]
20. **Дотична площина і нормаль до поверхні.** Дотична до просторової лінії.
Завдання на СРС[5, №№ 3439-3459 парні]
21. **Градiєнт. Похідна за напрямом.** Кут між градиєнтами.
Завдання на СРС[5, №№ 3439-3459 непарні]
22. **Невизначений інтеграл.** Основні методи інтегрування.
Завдання на СРС [5, №№ 1708-1807, 1832-1898 парні.]
СРС. Інваріантність формул інтегрування
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 1-3.], [3, Гл. 7. § 29, 30.]
23. **Інтегрування частинами.** Розклад раціональних дробів на елементарні і їх інтегрування.
Завдання на СРС [5, №№ 1832-1868 парні.]
СРС. Інтегрування диференціальних біномів.
Рекомендована література [1, Гл. 7. §1.], [2, Гл. 5. § 11.], [3, Гл. 7. § 33.]
24. **Заміна змінної в невизначеному інтегралі.** Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональностей.
Завдання на СРС [5, №№ 1868-1898 парні.]
СРС. Тригонометричні підстановки.
Рекомендована література [1, Гл.7. §1.], [2, Гл. 3. § 1, 2, 10.], [3, Гл. 7. § 33.]
25. **Визначений інтеграл.** Формула Ньютона-Лейбніца. Основні методи обчислення визначеного інтеграла
Завдання на СРС [5, №№ 2231-2268.]
Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 9.], [3, Гл. 8. § 40.]
26. **Визначений інтеграл.** Інтегрування частинами. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
Завдання на СРС [5, №№ , 2276-2292 парні.]
Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 9.], [3, Гл. 8. § 40.]
27. **Невласні інтеграли.** Обчислення невластних інтегралів. Дослідження збіжності невластних інтегралів.
Завдання на СРС [5, №№ 2366-2446 парні .]
Рекомендована література [1, Гл. 7. §2.], [2, Гл. 6. § 9.], [3, Гл. 8. § 40.]

6. Самостійна робота студента/аспіранта

До самостійної роботи студентів відноситься підготовка протягом семестру до кожного практичного заняття шляхом опрацювання лекційного матеріалу, виконання домашнього завдання, виконання завдань розрахунково-графічної роботи, підготовка до МКР і екзамену.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студентам рекомендовано відвідувати лекції і практичні заняття. Пропуск занять без поважної причини карається штрафними балами (не більше 5 балів за семестр). За участь в кафедральних і університетських заходах (олімпіадах, конференціях, тощо) з навчальної дисципліни нараховуються заохочувальні бали (не більше 5 балів).

У разі невчасного або неякісного виконання РГР кількість одержаних за роботу балів зменшується на 40%.

МКР проводиться на практичному занятті і розрахована на 2 академічних години. Для проведення МКР студентам видаються контрольні завдання, які складаються з 5 задач. МКР проводиться письмово. Результати МКР оголошуються на наступному занятті.

На МКР студентам не дозволяється користуватися ніякими матеріалами і засобами крім ручки та паперу.

У разі незадовільної оцінки за МКР необхідне її перескладання. У такому разі студент отримує мінімальну позитивну оцінку.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Рейтингова система оцінювання

Рейтинг студента з кредитного модуля «Диференціальне числення. Ряди» з дисципліни МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-1 складається з балів, що він отримує за:

1) поточну роботу на практичних заняттях та виконання домашніх завдань – 20 балів

6 відповідей (кожного студента в середньому) на 24 практичних заняттях

$$\frac{24_{\text{зан.}} \times 5_{\text{студ.}}}{20} = 6_{\text{відп.}}$$

2) виконання модульної контрольної роботи – 15 балів;

3) виконання типової розрахункової роботи – 15 балів;

4) письмової екзаменаційної роботи – 50 балів.

Послідовності. Числові ряди. Послідовності. Границі послідовностей. Числові ряди. Ознаки збіжності.

Рейтинг: ПР-3 б., РГР-4 б.

Диференціальне числення функцій однієї змінної. Функція, способи її задання. Неперервність та розриви функції. Поняття похідної, таблиця похідних,

правила диференціювання. Диференціал. Похідні та диференціали вищих порядків. Теорема Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопіталю. Формула Тейлора. Монотонність та екстремуми функцій. Повне дослідження функцій.

Рейтинг: КР-10 б., ПР-7 б., РГР-6 б.

Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Означення, границі, неперервність функцій багатьох змінних. Похідні та диференціали першого та вищих порядків. Екстремум, умовний екстремум функції багатьох змінних, найбільше та найменше значення в області.

Рейтинг: ПР-2 б., РГР-3 б.

Невизначений інтеграл. Визначений і невластні інтеграли. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця основних інтегралів. Метод заміни змінної, інтегрування частинами. Інтегрування виразів, які залежать від квадратичного тричлена. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій. Тригонометричні підстановки. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної в визначеному інтегралі. Дослідження і обчислення невластних інтегралів. Застосування визначеного і невластних інтегралів.

Рейтинг: ПР-8 б., РГР-7 б.

1. Робота на практичних заняттях+домашня робота

Ваговий бал – 4. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 4 бала x 5 відповідей = 20 балів.

Критерії оцінювання

- «Відмінно», повна і вичерпна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 4 бала.
- «Добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) – 3 бала.
- «Задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації)– 2,5 бала.
- «Незадовільно», в усіх інших випадках – 0 балів.

2. Модульна контрольна робота

Максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу – 10 балів.

МКР. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення однієї змінної.

Модульна контрольна робота 1 складається з 5 задач.

Максимальна кількість балів – 15.

- Обчислення границі – 4 бали
- Обчислення похідної – 4 бали
- Елементи дослідження функції – 4 бали
- Геометричний зміст похідної – 3 бали.

Для задач 1, 2, 3 ваговий бал – 3. Для задачі 4 ваговий бал 3.

Критерії оцінювання

- «Відмінно», повна і вичерпна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 4 бали.
- «Добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) – 3 бали.

- «Задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації)– 2,4 бали.
- «Незадовільно», в усіх інших випадках – 0 балів.

3. Виконання типової розрахункової роботи.

Максимальна кількість балів – 15 балів.

Критерії оцінювання. Типова розрахункова робота зарахована за умови правильного виконання 60% усіх завдань. Кількість балів відповідає проценту правильного виконання завдань, помножених на 0,1.

Штрафні бали: знімається по 1 балу за відсутність без поважної причини на практичних заняттях або невідповідність до них, за несвоєчасно зданий типовий розрахунок (максимально 5 балів).

Заохочувальні бали: додається по 1 балу за удосконалення дидактичного матеріалу, що відповідає одній лекції (практичному заняттю) курсу або активну участь у роботі на практичному занятті (максимально 5 балів). За участь в факультетській олімпіаді з вищої математики додається 1 бал, призерам –3 бали, переможцю – 5 балів.

Допуск до екзамену: у випадку, якщо за семестр набрано не менше 30 балів і зараховано усі модульні КР та усі частини ТР.

Оцінка письмової екзаменаційної роботи здійснюється за окремою шкалою.

4. Письмова екзаменаційна робота.

На екзамені студент виконує письмову екзаменаційну роботу. Кожний білет складається з 1 теоретичного питання та 4 практичних завдань. Перелік теоретичних питань видається екзаменатором на останньому занятті з дисципліни.

Ваговий бал –10. Максимальна кількість балів 10 балів x 5 завдань = 50 балів.

- Теоретичне питання – 10 балів
- Задача 1 з теми *Вступ до аналізу. Числові ряди* – 10 балів
- Задача 2 з теми *Інтегральне числення функцій однієї змінної* – 10 балів
- Задача 3 з теми *Дослідження функцій однієї змінної*– 10 балів
- Задача 4 з теми *Диференціальне числення функцій багатьох змінних* – 10 балів

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або незначні неточності – 7-8 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та деякі помилки – 6 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь – 0-5 балів.

Система оцінювання практичного (домашнього) завдання:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування задачі – 10-9 балів;
- «добре», повне розв'язування задачі з несуттєвими огріхами – 8-7 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками –6 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь, неправильний метод розв'язування – 0-5 балів.

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_c = 15+15 +20= 50 \text{ балів.}$$

$$R_e = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_c + R_e = 100 \text{ балів.}$$

Умови позитивної проміжної атестації

На першій атестації (8 тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% можливих на даний момент балів.

На другій атестації (14 тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% можливих на даний момент балів.

Відповідність між балами шкали ECTS та традиційними оцінками:

Кількість балів	Оцінка
Від 95 до 100	Відмінно
Від 85 до 94	Дуже добре
Від 75 до 84	Добре
Від 65 до 74	Задовільно
Від 60 до 64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється із застосуванням відео-конференцій в ZOOM. Поточний контроль і модульна контрольна робота може проводитись у формі тестів. РСО у разі проведення дистанційного навчання може бути змінено згідно наказу КПП і рішення кафедри МА та ТЙ.

Питання для формування екзаменаційного білету.

№	Питання
1	Дайте означення границі послідовності, нескінченно малих та нескінченно великих послідовностей.
2	Сформулюйте властивості збіжних послідовностей.
3	Виведіть число e .
4	Дайте означення числового ряду. Сформулюйте і доведіть найпростіші властивості числових рядів.
5	Сформулюйте і доведіть необхідну ознаку збіжності числового ряду. Гармонічний ряд.
6	Сформулюйте достатні ознаки збіжності додатних числових рядів.

	Сформулюйте і доведіть ознаку Даламбера.
7	Сформулюйте і доведіть ознаку Коші.
8	Означте знаковмінні числові ряди. Сформулюйте і доведіть достатню умову збіжності.
9	Означте знакопереміжні ряди. Сформулюйте ознаку Лейбніца.
10	Дайте означення абсолютно та умовно збіжних рядів. Сформулюйте їх властивості.
11	Виведіть другу чудову границю та її наслідки.
12	Дайте означення порівняння нескінченно малих. Сформулюйте властивості еквівалентності.
13	Сформулюйте поняття неперервності функції, односторонньої неперервності функцій у точці.
14	Уведіть поняття точки розриву та їх класифікації. Доведіть теорему про неперервність складеної функції.
15	Сформулюйте і доведіть першу та другу теореми Вейерштрасса про неперервні на відрізьку функції.
16	Сформулюйте і доведіть першу теорему Больцано-Коші про нулі неперервної функції. Сформулюйте другу теорему Больцано-Коші.
17	Уведіть поняття похідної функції. Сформулюйте її геометричний та фізичний зміст.
18	Дайте означення односторонніх та нескінченних похідних функції у точці. Сформулюйте і доведіть необхідну умову диференційовності функції у точці.
19	Сформулюйте і доведіть основні правила диференціювання: похідна суми, добутку, частки двох функцій. Формула Лейбніца
20	Уведіть поняття диференціала, його властивості та геометричний зміст.
21	Сформулюйте і доведіть необхідну і достатню умову диференційовності функції. Виведіть формулу наближених обчислень
22	Поясніть диференціювання складеної та оберненої функцій, інваріантність першого диференціала.
23	Поясніть диференціювання функцій заданих неявно та параметрично. Логарифмічне диференціювання.
24	Уведіть поняття похідних та диференціалів вищих порядків.
25	Сформулюйте і доведіть теорему Ролля. укажіть її геометричний зміст.
26	Сформулюйте і доведіть теорему Лагранжа про середнє значення.
27	Сформулюйте і доведіть теорему Коші про середнє значення.
28	Сформулюйте і доведіть правила Лопітала.
29	Виведіть формулу Тейлора.

30	Уведіть поняття локальних екстремумів функції. Сформулюйте і доведіть необхідні та достатні умови існування екстремума.
31	Уведіть поняття частинних похідних та поняття диференційовності ФБЗ.
32	Сформулюйте необхідну та достатню умови диференційовності ФБЗ.
33	Сформулюйте і доведіть теорему про диференціювання складеної ФБЗ.
34	Уведіть поняття першого диференціала та його інваріантність.
35	Уведіть поняття екстремума ФБЗ. Сформулюйте необхідну умову екстремума ФБЗ.
36	Уведіть поняття квадратичних форм. Сформулюйте критерій Сильвестра.
37	Уведіть поняття умовного екстремума ФБЗ. Сформулюйте метод Лагранжа дослідження ФБЗ.
38	Уведіть поняття первісної та невизначеного інтеграла. Сформулюйте його основні властивості.
39	Сформулюйте і доведіть теореми про інтегрування частинами та заміною змінної невизначених інтегралів.
40	Дайте означення визначеного інтеграла та сформулюйте його властивості.
41	Дайте означення інтеграла, як функції верхньої межі. Сформулюйте її властивості. Доведіть теорему Барроу.
42	Сформулюйте формулу Ньютона – Лейбниця. Укажіть методи інтегрування.
43	Розгляньте інтеграли від парних та непарних функцій на симетричному проміжку. Інтеграли від періодичних функцій.
44	Дайте означення невластного інтеграла першого роду. Сформулюйте достатні ознаки збіжності інтегралів від невід’ємних функцій.
45	Дайте означення невластного інтеграла другого роду. Сформулюйте достатні ознаки збіжності інтегралів від невід’ємних функцій.
46	Укажіть застосування визначених інтегралів до обчислення площ фігур у декартовій, полярній системі координат та для параметрично заданих кривих.
47	Виведіть формули обчислення довжини дуги у різних системах координат.
48	Виведіть формули обчислення об’ємів тіл обертання.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено Доцент кафедри МА та ТІ, канд. фіз.-мат.наук, Репета Л.А.

Ухвалено кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

Погоджено Методичною комісією ФБМІ (протокол № від)