



ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є ТА ХАРАКТЕРИСТИЧНІ ФУНКЦІЇ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>I курс, семестр весняний</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів ЄКТС / 150 год. (лекції – 36, практичні – 18, СРС – 96)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Іспит / МКР, РР</i>
Розклад занять	<i>http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ViewSchedule.aspx?v=387ab037-6be1-4b2c-840e-90dd2e411f4d</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: д.ф.-м.н., професор Клесов Олег Іванович, klesov@matan.kpi.ua Практичні / Семінарські: д.ф.-м.н., професор Клесов Олег Іванович, klesov@matan.kpi.ua</i>
Розміщення курсу	<i> </i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:</p> <ul style="list-style-type: none"> - до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у аспірантів прикладної математичної культури; - використовувати методи лінійної алгебри, математичного аналізу, теорії ймовірностей у задачах мікроекономіки; - уміння аналізувати одержані результати, здатності до узагальнення, постановки цілі та вибору шляхів її розв'язання, володіння культурою мислення; - самостійно використовувати і вивчати літературу з математики та мікроекономіки, здатності до розвитку гнучкості мислення, творчої самостійності та дій.
Предмет навчальної дисципліни	<p>Основні класи випадкових процесів: відповідно до часового аргументу (дискретний, неперервний, багатовимірний); а також відповідно до кореляційних властивостей (стаціонарні, з ортогональними значеннями, мартингали).</p>
Компетентності	<p>ЗК1 Здатність проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових та складних ідей</p> <p>ЗК2 Здатність до абстрактного мислення, аналізу, синтезу та оцінки сучасних наукових досягнень, генерування нових знань при вирішенні дослідницьких і практичних завдань</p> <p>ЗК5 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел</p> <p>ЗК10 Здатність працювати в колективі, формувати позитивні відношення з колегами</p> <p>ФК1 Здатність самостійно виконувати науково-дослідну діяльність у галузі математики та статистики з використанням сучасних теорій, методів та інформаційно-комунікаційних технологій</p> <p>ФК2 Здатність адаптувати і узагальнювати результати сучасних досліджень в галузі математики та статистики для вирішення наукових і практичних проблем</p> <p>ФК3 Здатність проводити теоретичні й експериментальні дослідження, математичне й комп'ютерне моделювання для перевірки математичних гіпотез та отримання результатів</p> <p>ФК4 Здатність до оцінки адекватності математичної моделі об'єкту за допомогою аналітичного дослідження та імітаційного моделювання</p> <p>ФК5 Здатність застосовувати теоретико-ймовірнісні методи і методи фінансової математики, топологічні, алгебраїчні, комбінаторні, категорні методи та методи теорії узагальнених функцій, стохастичного аналізу, інтегральних та диференціальних рівнянь і математичного аналізу для досліджень в сучасній математиці</p>
Програмні результати навчання	<p>РН1 Знати сучасні тенденції, напрямки, наукові концепції та закономірності розвитку світової та вітчизняної науки, основні математичні та статистичні наукові школи, їх теоретичні та прикладні розробки</p> <p>РН3 Знати та дотримуватися основних засад академічної доброчесності у науковій і освітній (педагогічній) діяльності</p> <p>РН9 Знати психолого-дидактичні основи навчального процесу, особливості методики проведення практичних, семінарських занять, лабораторних занять і комп'ютерного практикуму, принципи контролю навчальних досягнень студентів та аналізу його результатів, сутність</p>

нових та інформаційних технологій навчання у вищій школі
 РН10 Уміти застосовувати знання основ аналізу та синтезу в різних предметних областях, критичного осмислення й розв'язання науково-дослідних проблем
 РН12 Уміти формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані
 РН14 Уміти розв'язувати теоретичні та прикладні математичні проблеми з використанням базових знань математики та статистики та базових загальних знань з різних природничих та соціальних наук
 РН16 Вдосконалюватися шляхом навчання упродовж всього життя для професійного зростання, підтримки й розвитку загальних та спеціальних фахових компетентностей
 РН17 Уміти адаптувати, інтерпретувати та узагальнювати результати сучасних математичних та статистичних досліджень для розв'язання теоретичних та прикладних проблем
 РН18 Володіти сучасними інформаційними технологіями, методами обробки та аналізу інформації для розв'язання математичних та статистичних проблем і прийняття рішень, здійснювати математичне моделювання з використанням комп'ютерних технологій

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Освітній компонент “Перетворення Фур'є та характеристичні функції” є одним із завершальних курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності “Математика”.

Дисципліні передуює «Науково-дослідній роботі за темою дисертації»

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль включає наступні теми

Розділ 1. Ряди Фур'є

Тема 1.1. Основні означення та приклади

Тема 1.2. Єдиність ряду Фур'є

Тема 1.3. Згортки та ядра

Тема 1.4. Методи Чезаро та Абеля

Тема 1.5. Теорема Фейера

Тема 1.6. Ядро Пуассона та проблема Дірихле

Розділ 2. Збіжність рядів Фур'є

Тема 2.1. Збіжність у середньому квадратичному

Тема 2.2. Поточкова збіжність

Тема 2.3. Неперервні функції з розбіжними рядами Фур'є

Розділ 3. Застосування рядів Фур'є

Тема 3.1. Ізопериметрична нерівність

Тема 3.2. Теорема Вейля

Тема 3.3. Неперервна ніде не диференційовна функція

Тема 3.4. Рівняння теплопровідності у колі

Розділ 4. Перетворення Фур'є

Тема 4.1. Простори Шварца

Тема 4.2. Означення та елементарні властивості перетворення Фур'є

Тема 4.3. Перетворення Фур'є на S

- Тема 4.4. Обернене перетворення Фур'є
 Тема 4.5. Формула Планшереля
 Тема 4.6. Теорема Вейерштрасса
 Тема 4.7. Рівняння теплопровідності у половині простору
 Тема 4.8. Принцип невизначеності Гейзенберга

Розділ 5. Елементарні властивості характеристичних функцій

- Тема 5.1. Властивості характеристичних функцій
 Тема 5.2. Розклад Лебега
 Тема 5.3. Зв'язок з моментами

Розділ 6. Основні властивості характеристичних функцій

- Тема 6.1. Теорема єдиності
 Тема 6.2. Формули обернення
 Тема 6.3. Теорема про згортку
 Тема 6.4. Теореми Хеллі
 Тема 6.5. Теорема неперервності

Розділ 7. Необхідні та достатні умови

- Тема 7.1. Достатні умови
 Тема 7.2. Необхідні та достатні умови
 Тема 7.3. Одновершинні функції
 Тема 7.4. Нескінченно подільні характеристичні функції
 Тема 7.5. Стійкі характеристичні функції
 Тема 7.6. Клас L
 Тема 7.7. Теорема Зінгера про незалежні поліноміальні статистики

Заплановано **практичні заняття** для поглибленого вивчення окремих розділів курсу. На практичних заняттях аспіранти навчаються розв'язувати задачі з відповідних тем курсу.

4. Навчальні матеріали та ресурси

1. E. Stein, R. Shakarchi. Fourier analysis. An introduction // Princeton University Press, Princeton, 2003, 327 pp.
2. Б. Рамачандран. Теория характеристических функций // Наук, Москва, 1975. – 224 стор. (англійській оригінал: B.Ramachandran, Advanced theory of characteristic functions, Statistical Publishing Society, Calcutta, 1967)
3. Е. Лукач. Характеристические функции // Наука, Москва, 1979, 424 стр. (англійській оригінал: E. Lukacs, Characteristic functions, Griffin, London, 1970)

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
1.1	Основні означення та приклади Рекомендована література: [1], глава 2, розділ 1
1.2	Єдиність ряду Фур'є Рекомендована література: [1], глава 2, розділ 2
1.3	Згортки та ядра Рекомендована література: [1], глава 2, розділи 3, 4

1.4	Методи Чезаро та Абеля Рекомендована література: [1], глава 2, розділ 5.1
1.5	Теорема Фейєра Рекомендована література: [1], глава 2, розділ 5.2
1.6	Ядро Пуассона та проблема Дірихле Рекомендована література: [1], глава 2, розділ 5.4
2.1	Збіжність у середньому квадратичному Рекомендована література: [1], глава 3, розділ 1
2.2	Поточкова збіжність Рекомендована література: [1], глава 3, розділ 2
2.3	Неперервні функції з розбіжними рядами Фур'є Рекомендована література: [4], глава 3, розділ 2.2
3.1	Ізопериметрична нерівність Рекомендована література: [1], глава 4, розділ 1
3.2	Теорема Вейля Рекомендована література: [1], глава 4, розділ 2
3.3	Неперервна ніде не диференційовна функція Рекомендована література: [4], глава 3, розділ 3
3.4	Рівняння теплопровідності у колі Рекомендована література: [1], глава 3, розділ 4
4.1	Простори Шварца Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.3
4.2	Означення та елементарні властивості перетворення Фур'є Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.2
4.3	Перетворення Фур'є на S Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.4
4.4	Обернене перетворення Фур'є Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.5
4.5	Формула Планшереля Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.6
4.6	Теорема Вейерштрасса Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.8
4.7	Рівняння теплопровідності у половині простору Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 1.2
4.8	Принцип невизначеності Гейзенберга Рекомендована література: [1], глава 5, розділ 4
5.1	Властивості характеристичних функцій Рекомендована література: [3], глава 1, розділи 1, 2
5.2	Розклад Лебега Рекомендована література: [3], глава 2, розділ 2.2
5.3	Зв'язок з моментами Рекомендована література: [3], глава 2, розділ 2.3
6.1	Теорема єдиності Рекомендована література: [3], глава 3, розділ 3.1
6.2	Формули обернення Рекомендована література: [3], глава 3, розділ 3.2
6.3	Теорема про згортку Рекомендована література: [3], глава 3, розділ 3.3

6.4	Теореми Хеллі Рекомендована література: [3], глава 3, розділ 3.5
6.5	Теорема неперервності Рекомендована література: [3], глава 3, розділ 3.6
7.1	Достатні умови Рекомендована література: [3], глава 4, розділ 4.3
7.2	Необхідні та достатні умови Рекомендована література: [3], глава 4, розділ 4.2
7.3	Одновершинні функції Рекомендована література: [3], глава 4, розділ 4.5
7.4	Нескінченно подільні характеристичні функції Рекомендована література: [2], глава 5
7.5	Стійкі характеристичні функції Рекомендована література: [2], глава 6
7.6	Клас L Рекомендована література: [3], глава 9, розділ 9.1
7.7	Теорема Зінгера про незалежні поліноміальні статистики Рекомендована література: [2], глава 8

5. Практичні заняття.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
1.1-1.3	Ряди Фур'є <i>Рекомендована література: [1], глава 2</i>
2.1	Збіжність рядів Фур'є <i>Рекомендована література: [1], глава 3</i>
3.1-3.2	Застосування рядів Фур'є <i>Рекомендована література: [1], глава 4</i>
4.1-4.4	Перетворення Фур'є <i>Рекомендована література: [1], глава 5</i>
5.1-5.2	Елементарні властивості характеристичних функцій <i>Рекомендована література: [3], глави 1, 2</i>
6.1-6.3	Необхідні та достатні умови <i>Рекомендована література: [3], глави 2, 3</i>
7.1-7.3	Необхідні та достатні умови <i>Рекомендована література: [3], глава 4</i>
	Модульна контрольна робота

6. Самостійна робота аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять
- виконання розрахунково-графічної роботи,
- виконання модульної контрольної роботи.
- підготовка до МКР та екзамену

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт. Аспіранту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять та до іспиту.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

9. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf

Зокрема, рейтинг здобувача з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально **50** балів) та екзаменаційних балів (максимально **50** балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний\письмовий), МКР; індивідуальне заддання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог си́лабусу результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, виконання індивідуального завдання, відповідь на екзамені. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання індивідуального завдання (РГР);
- відповіді на екзамені (письмової екзаменаційної роботи).

Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 1 (може бути відкорегований в залежності від кількості запланованих занять)

- якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
- якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів;

Максимальний бал 10.

Модульна контрольна робота

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
 - неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
 - відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;
- Максимальний бал 20

Індивідуальне завдання (Розрахунково-графічна робота)

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Виконання РГР може бути замінено на підготовку тез на наукову конференцію.

Максимальний бал 20

Умови допуску до екзамену.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів. Здобувач, який в кінці навчального семестру мають менше балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перскладання.

Форма семестрового контролю – іспит

На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних запитання (завдання) і одне практичне. Кожне теоретичне запитання (завдання) оцінюється у 15 балів, а практичне у 20 балів за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання) – 14-15; 18-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями) – 11-13; 16-17 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками) – 9-10; 10-15 балів
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційної форми навчання у РСО відбуваються наступні зміни:

- Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle, зокрема у вигляді тестових контрольних робіт.
- Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру R_C встановлюється на рівні 50 балів.
- Допусковий бал до екзамену R_D встановлюється на рівні 30 балів.
- Сума балів R_I , набрана протягом семестру згідно затвердженого РСО, повідомляється на останньому практичному занятті.
- У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити R_I шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового

- Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю.
- Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено завідувачем кафедри МА та ТЙ, д.ф.-м.н., професором Клесовим О.І.
професором кафедри МА та ТЙ, д.ф.-м.н., професором Задереєм П.В.

Ухвалено кафедрою МА та ТЙ (протокол № 13 від 11.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024 р.)