



# Нелінійні хвилі та солітони

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЕКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/">http://rozklad.kpi.ua/</a>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Д. ф.-м. н., професор Герасимчук В.С.
Розміщення курсу	Електронний кампус КПІ, група в Telegram

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<b>Цілі дисципліни</b>	<i>Метою дисципліни є знайомство майбутніх фахівців-математиків з основними положеннями нелінійної математичної фізики – сучасною теорією нелінійних хвиль та солітонів. Дана дисципліна є теоретичною основою сукупності знань та вмінь, що формують сучасний математичний апарат дослідника-природознавця. Набуті знання дозволять слухачам розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та дослідницької діяльності</i>
<b>Компетентності</b>	<i>ФК1: здатність самостійно вести науково-дослідну діяльність у галузі математики та нелінійної математичної фізики з використанням сучасних теорій, методів та інформаційно-комунікаційних технологій; ФК2: здатність адаптувати й узагальнювати результати сучасних досліджень в галузі математики для розв'язання наукових і практичних проблем; ФК5: здатність застосовувати аналітичні та чисельні методи теорії солітонів для дослідження теоретичних і прикладних проблем сучасної математики;</i>

<b>Програмні результати навчання</b>	<i>PH13 знати сучасні тенденції, напрямки, наукові концепції та закономірності розвитку світової та вітчизняної науки, основні математичні та статистичні наукові школи, їх теоретичні та прикладні розробки PH2 Володіти найбільш передовими концептуальними та методологічними знаннями в галузі науково-дослідної та професійної діяльності і на межі предметних галузей PH14 Уміти розв'язувати теоретичні та прикладні математичні проблеми з використанням базових знань математики та статистики та базових загальних знань з різних природничих та соціальних наук PH17 Уміти адаптувати, інтерпретувати та узагальнювати результати сучасних математичних та статистичних досліджень для розв'язання теоретичних та прикладних проблем</i>
--------------------------------------	---

### 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

*Освітній компонент " Нелінійні хвилі та солітони" є одним із завершальних курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності "Математика" необхідних для написання дисертації третього освітньо-кваліфікаційного рівня .*

*Цей курс підсумовує раніше засвоєні спеціальні дисципліни в напрямку нелінійної математичної фізики і дає систематизоване викладення основних положень теорії солітонів, її численних теоретичних та практичних застосувань. Ця дисципліна має глибокі логічні зв'язки з попередніми дисциплінами навчального плану підготовки бакалаврів, магістрів та докторів філософії, такими як «Лінійна алгебра», «Аналітична геометрія», «Математичний*

аналіз», «Диференціальні та інтегральні рівняння», «Динаміка та аналітична механіка», «Спеціальні функції», «Математична фізика», «Функціональний аналіз», «Динамічні системи», «Основи теорії солітонів», тощо.

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

Кредитний модуль включає наступні теми

#### **Розділ 1. Лінійні та нелінійні хвилі**

Тема 1.1. Основні принципи розповсюдження лінійних хвиль. Фазова та групова швидкість. Дисперсія

Тема 1.2. Задача Коші для рівняння дифузії: осцилюючий розв'язок та кноїдальні хвилі

Тема 1.3. Нелінійність і дисперсія середовища як необхідна умова існування солітонів

Тема 1.4. Нелінійні рівняння з дисипацією: рівняння Бюргерса. Перетворення Коула-Хопфа.

#### **Розділ 2. Солітони. Прямі методи інтегрування солітонних рівнянь**

Тема 2.1. Канонічні інтегровні моделі нелінійної теорії хвиль: рівняння Кортевега-де Вріза (КдВ), рівняння синус-Гордона, нелінійне рівняння Шредінгера (НРШ)

Тема 2.2. Задача Фермі-Паста-Улама та солітон Забускі-Крускала

Тема 2.3. Білінійна форма інтегровних нелінійних рівнянь у частинах похідних. Метод Хіרותи

Тема 2.4. Побудова N-солітонних розв'язків за допомогою перетворення Беклунда

#### **Розділ 3. Метод оберненої задачі розсіяння (МОЗР)**

Тема 3.1. Знаходження рівняння КдВ із необхідної та достатньої умов сумісності пари Лакса

Тема 3.2. Схема інтегрування нелінійних рівнянь у частинах похідних МОЗР на прикладі рівняння КдВ

Тема 3.3. Прямі й обернені задачі розсіяння

Тема 3.4. Загальні відомості з квантової теорії розсіяння. Залежність даних розсіювання від часу

Тема 3.5. Неперервний і дискретний спектри задачі на власні значення

Тема 3.6. Рівняння Гельфанда-Левітана-Марченка

Тема 3.7. Обчислення даних розсіювання за заданим потенціалом рівняння Шредінгера

Тема 3.8. Аналітичні властивості власних функцій і даних розсіювання

Тема 3.9. Безвідбиткові потенціали. Знаходження N-солітонних розв'язків за допомогою МОЗР

#### **Розділ 4. Рівняння Клейна-Гордона та пов'язані з ним моделі**

Тема 4.1. Модель Скірма в теорії поля. Рівняння синус-Гордона

Тема 4.2. Лоренц-інваріантні розв'язки рівняння синус-Гордона. Топологічні солітони

Тема 4.3. Застосування методу Хіרותи та перетворення Беклунда до рівняння синус-Гордона

Тема 4.4. Взаємодія солітонів рівняння синус-Гордона. Бризери.

Заплановано практичні заняття для поглибленого вивчення окремих розділів курсу.

### **Навчальні матеріали та ресурси**

#### **1. Базова література**

1. Whitham G.B. *Linear and Nonlinear Waves* – John Wiley & Sons, Inc., 1999. – 636 p.
2. Dodd R.K., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Morris H.C. *Solitons and Nonlinear Wave equations*– Academic Press, Inc., 1984. – 630 p.
3. Newell Alan. *Solitons in Mathematics and Physics*. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 1985. – 260 p.

4. Scott Alwyn. *Nonlinear Science. Emergence and Dynamics of Coherent Structures.* – Oxford University Press, 2003. – 496 p.
5. Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В. *Метод оберненої задачі розсіяння та його застосування: навч. посібник; друге видання, випр. та доповнене* – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 112 с.

## **2. Допоміжна література**

6. Косевич А.М., Ковалев А.С. *Введение в нелинейную физическую механику.* – К.: Наук. думка, 1989. – 304 с.
7. Lamb G.L. (Jr.). *Elements of Soliton Theory.* – John Wiley & Sons, New York, 1980. – 302 p.
8. Захаров В.Е., Манаків С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. *Теория солитонов: метод обратной задачи.* – М.: Наука, 1980. – 319 с.
9. Ablowitz Mark J., Segur Harvey. *Solitons and the Inverse Scattering Transform.* – Society for Industrial and Applied Mathematics, 1981. – 425 с.
10. Кудряшов Н.А. *Методы нелинейной математической физики.* – М.: МИФИ, 2008. – 352 с.

## **Навчальний контент**

### **5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

*Основні теми навчального плану можуть бути засвоєні за допомогою електронного конспекту лекцій розміщеного в електронному кампусі*

### **6. Самостійна робота аспіранта**

*Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:*

- *підготовка до практичних занять та лекцій,*
- *виконання розрахунково-графічної роботи з елементами комп'ютерного моделювання,*
- *виконання модульної контрольної роботи.*

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

***Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування стандартних і проблемних задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх завдань. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, опрацювання методів та алгоритмів розв'язування завдань дисципліни є самостійна робота. Вона включає опрацювання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять та до іспиту.*

### **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

*На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf)*

*Зокрема, рейтинг здобувача з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально 50 балів) та екзаменаційних балів (максимально 50 балів).*

*Поточний контроль: фронтальний (усний\письмовий), МКР; індивідуальне заддання.*

*Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог програми результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.*

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, виконання індивідуального завдання, відповідь на екзамені. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання індивідуального завдання (РГР);
- відповіді на екзамені (письмової екзаменаційної роботи).

Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 1 (може бути відкорегований в залежності від кількості запланованих занять) якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;

якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;

якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів;

Максимальний бал 10.

Модульна контрольна робота

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Максимальний бал 20

Індивідуальне завдання (Розрахунково-графічна робота)

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Виконання РГР може бути замінено на підготовку тез на наукову конференцію.

Максимальний бал 20

Умови допуску до екзамену.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів. Здобувач, який в кінці навчального семестру мають менше балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перскладання.

Форма семестрового контролю – іспит

На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних запитання (завдання) і одне практичне. Кожне теоретичне запитання (завдання) оцінюється у 15 балів, а практичне у 20 балів за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання) – 14-15; 18-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями) – 11-13; 16-17 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками) – 9-10; 10-15 балів
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційної форми навчання у PCO відбуваються наступні зміни: Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle, зокрема у вигляді тестових контрольних робіт.

Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру  $R_C$  встановлюється на рівні 50 балів.

Допусковий бал до екзамену  $R_D$  встановлюється на рівні 30 балів.

Сума балів  $R_I$ , набрана протягом семестру згідно затвердженого PCO, повідомляється на останньому практичному занятті.

У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити  $R_I$  шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю.

Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** професором кафедри МФ та ДР, докт.фіз.-мат. наук, професором Герасимчуком В.С.

**Ухвалено** кафедрою МФ та ДР (протокол № 11 від 22.06. 2023р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 13 від 22.06.2023 р.)