



Національний технічний університет України  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»



Кафедра математичного  
аналізу та теорії  
ймовірностей

# Точкові процеси

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<i><a href="http://rozklad.kpi.ua">rozklad.kpi.ua</a></i>
Мова викладання	<i>Українська/Англійська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Зав. кафедри МАтаТЙ, д.ф.-м.н., професор Клесов Олег Іванович</i>
Розміщення курсу	<i>Електронний кампус КПІ, група в телеграмі</i>

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<b>Цілі дисципліни</b>	<i>Метою дисципліни є ознайомлення майбутніх фахівців-математиків з сучасним станом теорії точкових (зокрема, пуассонівських) процесів та її численними математичними та прикладними застосуваннями, що дозволить їм розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та дослідницької діяльності</i>
<b>Компетентності</b>	<i>ФК1: здатність самостійно виконувати науково-дослідну діяльність у галузі математики та статистики з використанням сучасних теорій, методів та інформаційно-комунікаційних технологій; ФК2: здатність адаптувати і узагальнювати результати сучасних досліджень в галузі математики та статистики для вирішення наукових і практичних проблем; ФК5: здатність застосовувати теоретико-ймовірнісні методи й методи фінансової математики, топологічні, алгебраїчні, комбінаторні, категорні методи та методи теорії узагальнених функцій, стохастичного аналізу, інтегральних та диференціальних рівнянь і математичного аналізу для досліджень в сучасній математиці.</i>
<b>Програмні результати навчання</b>	<i>РН1 Знати сучасні тенденції, напрямки, наукові концепції та закономірності розвитку світової та вітчизняної науки, основні математичні та статистичні наукові школи, їх теоретичні та прикладні розробки РН2 Володіти найбільш передовими концептуальними та методологічними знаннями в галузі науково-дослідної та професійної діяльності і на межі предметних галузей РН10 Уміти застосовувати знання основ аналізу та синтезу в різних предметних областях, критичного осмислення й розв'язання науково-дослідних проблем РН14 Уміти розв'язувати теоретичні та прикладні математичні проблеми з використанням базових знань математики та статистики та базових загальних знань з різних природничих та соціальних наук РН17 Уміти адаптувати, інтерпретувати та узагальнювати результати сучасних математичних та статистичних досліджень для розв'язання теоретичних та прикладних проблем</i>

### 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Освітній компонент "Точкові процеси" є одним із завершальних курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності "Математика".

Цей курс підсумовує раніше прочитані спеціальні дисципліни магістрів-математиків в напрямку теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів і дає систематизоване детальне викладання основ теорії та методів точкових (зокрема, пуассонівських) процесів та огляд їх численних теоретичних та практичних застосувань. Тому ця дисципліна має глибокі логічні зв'язки з попередніми дисциплінами навчального плану підготовки бакалаврів, магістрів та докторів філософії, такими як ПО3(б) "Теорія ймовірностей", ПО5(б) "Теорія міри та інтеграла", ПО8(б) "Основи теорії випадкових процесів", ЗО16(б) "Функціональний аналіз", ПО5(м) "Ланцюги та процеси Маркова", ПВ2(дф) "Граничні теореми для випадкових процесів".

### 3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль включає наступні теми

#### Розділ 1. Найпростіший потік подій та лічильний процес Пуассона

Тема 1.1. Розподіл Пуассона та споріднені розподіли. Гранична теорема Пуассона

Тема 1.2. Найпростіший потік подій та його зв'язок з розподілом Пуассона  
Тема 1.3. Лічильний процес Пуассона, його характеристики та властивості  
Тема 1.4. Споріднені процеси: складений процес Пуассона, телеграфний процес, неоднорідний процес Пуассона

## **Розділ 2. Точкові процеси**

Тема 2.1. Випадкові точкові міри: означення та характеристики  
Тема 2.2. Інтеграл за точковою мірою. Формула Кемпбелла.  
Тема 2.3. Розподіл точкової міри. Функціонал Лапласа та його властивості  
Тема 2.4. Пуассонівські точкові міри: означення, характеристики, вигляд функціоналу Лапласа.

## **Розділ 3. Властивості пуассонівських точкових процесів**

Тема 3.1. Факторіальні міри, формула Меке та її застосування  
Тема 3.2. Перетворення пуассонівських процесів. Маркування та прорідження  
Тема 3.3. Різні характеристики пуассонівських процесів. Теорема Рен'ї  
Тема 3.4 Пуассонівські процеси на дійсній прямій. Розподіл проміжків між атомами міри  
Тема 3.5 Застосування пуассонівських процесів до теорії рекордів

## **Розділ 4. Стаціонарні точкові процеси**

Тема 4.1. Основні означення та характеристики стаціонарних випадкових точкових мір  
Тема 4.2. Ергодичність та ергодична теорема  
Тема 4.3. Розподіл Пальма та теорема Меке-Слівняка

## **Розділ 5. Застосування точкових процесів: сферична булева модель та граф Гільберта**

Тема 5.1. Основні означення та характеристики  
Тема 5.2. Функціонал ємності  
Тема 5.3. Необхідні та достатні умови покриття всього простору. Контактні функції розподілу  
Тема 5.4. Граф Гільберта та точковий процес ізольованих вершин

Заплановано **семінарські заняття** для поглибленого вивчення окремих розділів курсу. На семінарських заняттях аспіранти навчаються розв'язувати задачі з відповідних тем курсу.

## **Навчальні матеріали та ресурси**

### **1. Базова література**

1. G. Last, M. Penrose. *Lectures on the Poisson process*. Cambridge University Press, 2017. - 307 p.
2. P. Brémaud. *Point Process Calculus in Time and Space*. Springer, 2020. - 569 p.
3. J. F. C. Kingman. *Poisson processes*. Clarendon Press, 1993. - 112 p.

### **2. Допоміжна література**

1. D. J. Daley, D. Vere-Jones. *An Introduction to the Theory of Point Processes. Volume I: Elementary Theory and Methods*. Springer, 2003. - 492 p.
2. D. J. Daley, D. Vere-Jones. *An Introduction to the Theory of Point Processes. Volume II: General Theory and Structure*. Springer, 2008. - 590 p.

## **Навчальний контент**

### **Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

Основні теми навчального плану можуть бути освоєні за такими джерелами.

Розділ 1. [1], pp. 1 – 8; електронний конспект лекцій, розділ 3.6.

Розділ 2. [1], pp. 9 – 25.

Розділ 3. [1], pp. 26 – 68.

Розділ 4. [1], pp. 69 – 91.

Розділ 5. [1], pp. 166 – 178.

## Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до семінарських занять,
- виконання розрахунково-графічної роботи,
- виконання модульної контрольної роботи.

## Політика та контроль

### Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на семінарських заняттях та при виконанні домашніх робіт

Аспіранту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять та до іспиту.

### Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силябусу.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання РГР. Кожний аспірант отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

Рейтинг аспіранта з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахунково-графічної роботи;
- відповіді на екзамені.

**Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання:**

Метод оцінювання	Кількість	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Модульна контрольна робота	1	12	20
Розрахунково-графічна робота	1	18	30
Стартовий рейтинг		30	50
Іспит	1		50
Підсумковий рейтинг		60	100

**Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:**

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно

64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційної форми навчання у РСО відбуваються наступні зміни:  
Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle, зокрема у вигляді тестових контрольних робіт.

Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру  $R_C$  встановлюється на рівні 50 балів.

Допусковий бал до екзамену  $R_D$  встановлюється на рівні 30 балів.

Сума балів  $R_I$ , набрана протягом семестру згідно затвердженого РСО, повідомляється на останньому практичному занятті.

У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити  $R_I$  шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового

Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю.

Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

**Складено** завідувачем кафедри МА та ТЙ, д.ф.-м.н., професором Клесовим О.І.

**Ухвалено** кафедрою МА та ТЙ (протокол № 13 від 11.06.2024 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024 р.)