



Процеси Пуассона

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

| | |
|---|---|
| Рівень вищої освіти | <i>Третій (освітньо-науковий)</i> |
| Галузь знань | <i>11 Математика та статистика</i> |
| Спеціальність | <i>111 Математика</i> |
| Освітня програма | <i>Математика</i> |
| Статус дисципліни | <i>Вибіркова</i> |
| Форма навчання | <i>Очна (денна)</i> |
| Рік підготовки, семестр | <i>2 курс, весняний семестр</i> |
| Обсяг дисципліни | <i>4 кредити ЄКТС</i> |
| Семестровий контроль/ контрольні заходи | <i>Екзамен</i> |
| Розклад занять | <i>rozklad.kpi.ua</i> |
| Мова викладання | <i>Українська/Англійська</i> |
| Інформація про керівника курсу / викладачів | К. ф.-м. н. доцент Ільєнко А. Б. |
| Розміщення курсу | Електронний кампус КПІ, група в телеграмі |

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

| | |
|--------------------------------------|--|
| Цілі дисципліни | <i>Метою дисципліни є ознайомлення майбутніх фахівців-математиків з сучасним станом теорії точкових (зокрема, пуассонівських) процесів та її численними математичними та прикладними застосуваннями, що дозволить їм розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та дослідницької діяльності</i> |
| Компетентності | <i>ФК1: здатність самостійно виконувати науково-дослідну діяльність у галузі математики та статистики з використанням сучасних теорій, методів та інформаційно-комунікаційних технологій; ФК2: здатність адаптувати і узагальнювати результати сучасних досліджень в галузі математики та статистики для вирішення наукових і практичних проблем; ФК5: здатність застосовувати теоретико-ймовірнісні методи й методи фінансової математики, топологічні, алгебраїчні, комбінаторні, категорні методи та методи теорії узагальнених функцій, стохастичного аналізу, інтегральних та диференціальних рівнянь і математичного аналізу для досліджень в сучасній математиці.</i> |
| Програмні результати навчання | <i>РН1 Знати сучасні тенденції, напрямки, наукові концепції та закономірності розвитку світової та вітчизняної науки, основні математичні та статистичні наукові школи, їх теоретичні та прикладні розробки РН10 Уміти застосовувати знання основ аналізу та синтезу в різних предметних областях, критичного осмислення й розв'язання науково-дослідних проблем РН12 Уміти формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані РН14 Уміти розв'язувати теоретичні та прикладні математичні проблеми з використанням базових знань математики та статистики та базових загальних знань з різних природничих та соціальних наук</i> |

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Освітній компонент "Процеси Пуассона" є одним із завершальних курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності "Математика".

Цей курс підсумовує раніше прочитані спеціальні дисципліни магістрів-математиків в напрямку теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів і дає систематизоване детальне викладання основ теорії та методів точкових (зокрема, пуассонівських) процесів та огляд їх численних теоретичних та практичних застосувань. Тому ця дисципліна має глибокі логічні зв'язки з попередніми дисциплінами навчального плану підготовки бакалаврів, магістрів та докторів філософії, такими як ПО3(б) "Теорія ймовірностей", ПО5(б) "Теорія міри та інтеграла", ПО8(б) "Основи теорії випадкових процесів", ЗО16(б) "Функціональний аналіз", ПО5(м) "Ланцюги та процеси Маркова", ПВ2(дф) "Граничні теореми для випадкових процесів".

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль включає наступні теми

Розділ 1. Найпростіший потік подій та лічильний процес Пуассона

Тема 1.1. Розподіл Пуассона та споріднені розподіли. Гранична теорема Пуассона

Тема 1.2. Найпростіший потік подій та його зв'язок з розподілом Пуассона

Тема 1.3. Лічильний процес Пуассона, його характеристики та властивості

Тема 1.4. Споріднені процеси: складений процес Пуассона, телеграфний процес, неоднорідний процес Пуассона

Розділ 2. Точкові процеси

Тема 2.1. Випадкові точкові міри: означення та характеристики

Тема 2.2. Інтеграл за точковою мірою. Формула Кемпбелла.

Тема 2.3. Розподіл точкової міри. Функціонал Лапласа та його властивості

Тема 2.4. Пуассонівські точкові міри: означення, характеристики, вигляд функціоналу Лапласа.

Розділ 3. Властивості пуассонівських точкових процесів

Тема 3.1. Факторіальні міри, формула Меке та її застосування

Тема 3.2. Перетворення пуассонівських процесів. Маркування та прорідження

Тема 3.3. Різні характеристики пуассонівських процесів. Теорема Рен'ї

Тема 3.4 Пуассонівські процеси на дійсній прямій. Розподіл проміжків між атомами міри

Тема 3.5 Застосування пуассонівських процесів до теорії рекордів

Розділ 4. Стаціонарні точкові процеси

Тема 4.1. Основні означення та характеристики стаціонарних випадкових точкових мір

Тема 4.2. Ергодичність та ергодична теорема

Тема 4.3. Розподіл Пальма та теорема Меке-Слівняка

Розділ 5. Застосування точкових процесів: сферична булева модель та граф Гільберта

Тема 5.1. Основні означення та характеристики

Тема 5.2. Функціонал ємності

Тема 5.3. Необхідні та достатні умови покриття всього простору. Контактні функції розподілу

Тема 5.4. Граф Гільберта та точковий процес ізольованих вершин

Заплановано **семінарські заняття** для поглибленого вивчення окремих розділів курсу. На семінарських заняттях аспіранти навчаються розв'язувати задачі з відповідних тем курсу.

Навчальні матеріали та ресурси

1. Базова література

1. G. Last, M. Penrose. *Lectures on the Poisson process*. Cambridge University Press, 2017. - 307 p.
2. P. Brémaud. *Point Process Calculus in Time and Space*. Springer, 2020. - 569 p.
3. J. F. C. Kingman. *Poisson processes*. Clarendon Press, 1993. - 112 p.

2. Допоміжна література

1. D. J. Daley, D. Vere-Jones. *An Introduction to the Theory of Point Processes. Volume I: Elementary Theory and Methods*. Springer, 2003. - 492 p.
2. D. J. Daley, D. Vere-Jones. *An Introduction to the Theory of Point Processes. Volume II: General Theory and Structure*. Springer, 2008. - 590 p.

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Основні теми навчального плану можуть бути освоєні за такими джерелами.

Розділ 1. [1], pp. 1 – 8; електронний конспект лекцій, розділ 3.6.

Розділ 2. [1], pp. 9 – 25.

Розділ 3. [1], pp. 26 – 68.

Розділ 4. [1], pp. 69 – 91.

Розділ 5. [1], pp. 166 – 178.

Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до семінарських занять,
- виконання розрахунково-графічної роботи,
- виконання модульної контрольної роботи.

Політика та контроль

Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на семінарських заняттях та при виконанні домашніх робіт

Аспіранту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять та до іспиту.

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf

Зокрема, рейтинг здобувача з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально 50 балів) та екзаменаційних балів (максимально 50 балів). Поточний контроль: фронтальний (усний\письмовий), МКР; індивідуальне заддання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, виконання індивідуального завдання, відповідь на екзамені. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання індивідуального завдання (РГР);
- відповіді на екзамені (письмової екзаменаційної роботи).

Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 1 (може бути відкорегований в залежності від кількості запланованих занять)

якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;

якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;

якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів;

Максимальний бал 10.

Модульна контрольна робота

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Максимальний бал 20

Індивідуальне завдання (Розрахунково-графічна робота)

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;

- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;
Виконання РГР може бути замінено на підготовку тез на наукову конференцію.
Максимальний бал 20

Умови допуску до екзамену.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів. Здобувач, який в кінці навчального семестру мають менше балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перекладання.

Форма семестрового контролю – іспит

На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних запитання (завдання) і одне практичне. Кожне теоретичне запитання (завдання) оцінюється у 15 балів, а практичне у 20 балів за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання) – 14-15; 18-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями) – 11-13; 16-17 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками) – 9-10; 10-15 балів
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

| | |
|----------------------------------|--------------|
| 100...95 | Відмінно |
| 94...85 | Дуже добре |
| 84...75 | Добре |
| 74...65 | Задовільно |
| 64...60 | Достатньо |
| Менше 60 | Незадовільно |
| Стартовий рейтинг менше 30 балів | Не допущено |

У випадку дистанційної форми навчання у PCO відбуваються наступні зміни:

Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle, зокрема у вигляді тестових контрольних робіт.

Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру R_C встановлюється на рівні 50 балів.

Допусковий бал до екзамену R_D встановлюється на рівні 30 балів.

Сума балів R_I , набрана протягом семестру згідно затвердженого PCO, повідомляється на останньому практичному занятті.

У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити R_I шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового

Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю.

Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею

| | |
|----------|------------|
| 100...95 | Відмінно |
| 94...85 | Дуже добре |

| | |
|----------|---------------------|
| 84...75 | <i>Добре</i> |
| 74...65 | <i>Задовільно</i> |
| 64...60 | <i>Достатньо</i> |
| Менше 60 | <i>Незадовільно</i> |

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцентом кафедри МА та ТЙ, к.ф.-м.н., доцентом Ільєнком А.Б.

Ухвалено кафедрою МА та ТЙ (протокол № 13 від 11.06..2024 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 25.06.2024 р.)