

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Затверджую

Голова Приймальної комісії
Ректор

Михайло
ЗГУРОВСЬКИЙ

_____ *підпис*

_____ *дата*

**ПРОГРАМА
вступного іспиту із спеціальності**

для вступу на освітньо-наукову програму підготовки доктора філософії
«Математика»

за спеціальністю 111 Математика

Програму ухвалено:

Науково-методичною комісією за спеціальністю
111 Математика

Протокол №5 від «25» «квітня» 2023 р.

Голова НМК

_____ Олег КЛЕСОВ

Зміст

1. Загальні відомості.....	3
2. Теми, що виносяться на екзаменаційне випробування.....	4
3. Навчально-методичні матеріали.....	6
4. Рейтингова система оцінювання.....	8
5. Приклад екзаменаційного білету.....	9

I. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Вступний іспит на навчання для здобуття наукового ступеня доктор філософії спеціальності 111 «Математика» проводиться для тих вступників, які мають ступень магістра*.

Освітня програма «Математика» відповідає місії та стратегії КПІ ім. Ігоря Сікорського, за якою стратегічним пріоритетом університету є фундаменталізація підготовки фахівців. Особливості освітньої програми враховані шляхом обрання відповідних розділів програми вступного іспиту. Проведення вступного випробування має виявити рівень підготовки вступника з обраної для вступу спеціальності.

В сучасній науці і техніці математичні методи дослідження, моделювання і проектування відіграють важливу роль. Важливим завданням курсу вищої математики є розвиток логічного і алгоритмічного мислення студентів, вміння проводити математичний аналіз прикладних задач. Ця програма з вищої математики відображає нові вимоги, які ставить до математичної освіти ХХІ століття. Її характеризує прикладна направленість та орієнтація на використання математичних методів, особлива увага до ймовірно-статистичних методів в зв'язку з її практичною значимістю. Загальний курс математики становить фундамент математичної підготовки.

Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Теоретичні питання вступного іспиту можна поділити на сім розділів:

1. Функціональний аналіз,
2. Теорія ймовірностей,
3. Комплексний аналіз,
4. Теорія випадкових процесів,
5. Математична статистика,
6. Математична фізика,
7. Диференціальні рівняння.

Завдання вступного випробування складається з трьох теоретичних питань. Вступне випробування зі спеціальності проводиться у формі усного екзамену.

Тривалість підготовки вступника до відповіді – 2 академічні години.

У наступному розділі програми наведені лише ті теми з зазначених розділів, які стосуються виконання завдань вступних випробувань.

Інформація про правила прийому на навчання та вимоги до вступників освітньої програми «Математика» наведено в розділі «Вступ до аспірантури» на веб-сторінці аспірантури та докторантури КПІ ім. Ігоря Сікорського за посиланням <https://aspirantura.kpi.ua/>

* Відповідно до п.2 Розділу XV закону Про вищу освіту вища освіта за освітньо-кваліфікаційним рівнем спеціаліста прирівнюється до вищої освіти ступеня магістра

II. ТЕМИ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ВСТУПНЕ ВИПРОБОВУВАННЯ

Розділ 1. Функціональний аналіз

1. Поняття метричного простору. Нерівності Гельдера та Мінковського для скінченних та нескінченних сум.
2. Інтегральні метрики.
3. Повні метричні простори. Приклади. Теорема про вкладені кулі. Теорема Бера.
4. Принцип стискаючих відображень та його застосування.
5. Компактні множини та їх властивості. Критерій компактності (теорема Гаусдорфа).
6. Компактні множини в просторі неперервних функцій (теорема Асколі-Арцела).
7. Неперервні функції на компактних множинах та їх властивості. Теорема Стоуна-Вейерштрасса.
8. Гільбертові простори. Скалярний добуток та евклідові простори. Ортогональні системи та базиси. Процес ортогоналізації.
9. Нерівність Бесселя. Замкнені та повні ортогональні системи. Рівність Парсеваля.
10. Теорема Ріса-Фішера. Теорема про ізоморфність сепарабельних гільбертових просторів.
11. Теорема про перпендикуляр у гільбертовому просторі та її застосування. Ортогональні системи функцій в просторі $C[a, b]$.
12. Нормовані та банахові простори. Приклади.
13. Теорема Гана-Банаха для нормованих просторів та її наслідки.
14. Сильна топологія у спряженому просторі. Рефлексивні простори.
15. Слабка топологія та слабка збіжність у нормованих та спряжених просторах. Обмежені множини в спряжених просторах. Теорема Банаха-Штейнгауза

Розділ 2. Теорія ймовірностей

1. Ймовірнісний простір; аксіоми теорії ймовірностей; неперервність ймовірності.
2. Умовна ймовірність, формула повної ймовірності.
3. Дискретні розподіли: Бернуллі, біноміальний, Пуассона.
4. Теорема Пуассона
5. Неперервні розподіли: рівномірний, нормальний.
6. Випадкові величини, функція розподілу.
7. Моменти випадкової величини; математичне сподівання; дисперсія.
8. Нерівність Чебишева; закон великих чисел.
9. Випадкові вектори, спільна функція розподілу.
10. Кореляція, коваріація; нерівність Коші -Буняковського.
11. Багатовимірний нормальний розподіл.
12. Характеристичні функції, властивості.
13. Слабка збіжність розподілів.
14. Закон великих чисел Хінчіна.
15. Центральна гранична теорема.

Розділ 3. Теорія випадкових процесів

1. Процес Пуасона.
2. Вінерівський процес.
3. Ланцюги Маркова; класифікація станів.
4. Ланцюги Маркова; ергодичність.
5. Ланцюги Маркова; стаціонарний розподіл.
6. Стохастичні диференціальні рівняння; означення, приклади.
7. Стохастичні диференціальні рівняння; формула Іто.

Розділ 4. Математична статистика

1. Поняття вибірки в математичній статистиці. Параметричне та непараметричне оцінювання. Незміщеність, консистентність, ефективність, асимптотична нормальність, збіжність моментів статистичних оцінок. Оцінювання ймовірності події.

2. Інформаційна кількість Фішера. Нерівність Крамера-Рао. Ефективні за Крамером-Рао статистичні оцінки. Критерій ефективності оцінок.

3. Принцип максимальної вірогідності. Означення ОМВ для вибірок із неперервних та дискретних випадкових величин. Приклади обчислення ОМВ.

4. Консистентність та асимптотична нормальність ОМВ. ОМВ параметра рівномірного розподілу. Поняття недефективності.

5. Оцінювання функції розподілу за допомогою емпіричної функції розподілу. Теорема Глівенко-Кантеллі. Теорема Колмогорова.

6. Принципи побудови надійних інтервалів. Асимптотичні надійні інтервали. Надійний інтервал для параметра пуассонівського розподілу.

7. Нульова та альтернативна гіпотези. Прості та складні гіпотези. Помилки 1-го та 2-го роду. Потужність статистичного критерію (тесту). Двобічні та однібічні тести. Перевірка гіпотези про середнє нормальної сукупності: критерій Стьюдента.

8. Оцінка найменших квадратів, її обчислення та найпростіші властивості. Теорема Гаусса-Маркова. Геометричний зміст оцінювання за методом найменших квадратів.

Розділ 5. Комплексний аналіз

1. Аналітичні функції.
2. Умови аналітичності функції комплексної змінної.
3. Інтеграл функції комплексної змінної.
4. Інтегральна теорема, формула Коші.
5. Інтегральна теорема Коші.
6. Інтегральна формула Коші.
7. Ряд Лорана, особливі точки.
8. Розклад в ряд Лорана.
9. Теорія лишків.
10. Обчислення інтегралів за допомогою лишків.

Розділ 6. Математична фізика

1. Класифікація і зведення до канонічного вигляду диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку.
2. Вивчення малих коливань нескінченної однорідної струни: постановка задачі, її коректна класична розв'язність, формула Даламбера.
3. Загальна схема методу відокремлення змінних Фур'є.
4. Властивості власних чисел і власних функцій задачі Штурма–Ліувілля.
5. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності та його наслідки.
6. Означення та властивості гармонічних функцій. Функція Гріна та її застосування до розв'язування задачі Діріхле для рівняння Лапласа.
7. Означення та властивості об'ємного та поверхневих потенціалів.
8. Зведення задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.
9. Теореми Фредгольма

Розділ 7. Диференціальні рівняння

1. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку: основні поняття. Теорема Пікара про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.
2. Диференціальні рівняння першого порядку (зі змінними, що відокремлюються; однорідні; рівняння у повних диференціалах; лінійні; рівняння Бернуллі).
3. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.
4. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку. Поняття про фундаментальну систему розв'язків. Структура загального розв'язку. Метод варіації довільних сталих.
5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Побудова фундаментальної системи розв'язків та загального розв'язку.
6. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Знаходження частинного розв'язку методом невизначених коефіцієнтів.
7. Метод варіації довільних сталих (Лагранжа) для лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь.
8. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.
9. Системи лінійних диференціальних рівнянь

III. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Література до 1-го розділу

1. Дороговцев А.Я. Математический анализ. – К.: Факт, 2004 – 560 с.
2. Березанський Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель В. Г. Функціональний аналіз. – Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2014. – 560 с.

Література до 2-го розділу

3. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей: підручник / Б.В. Гнеденко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2010. – 464 с.

4. Голіченко І.І., Ільєнко М.К., Савич І.М., Вступ до теорії ймовірностей (електронний підручник), 2022. – 221 с. (Гриф надано Вченою радою КПП ім. Ігоря Сікорського, протокол №6 від 03.10.2022, №22/23-012) (<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/50345>)

5. Клесов О. І., Теорія ймовірностей та математична статистика, електронний конспект лекцій, Київ, ТВіМС, 2018 – 426с.

Література до 3-го розділу

6. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. - К.: ВПЦ “Київський університет”, 2007. - 494 с.

7. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів: Навч. Посібник. - К.: Либідь, 1990. - 168 с.

Література до 4-го розділу

8. Р.Є. Майборода. Регресія: Лінійні моделі, Навч. посібник. – К.: Видавничо-поліграф. центр “Київський університет”, 2007.

9. Карташов М.В. Ймовірність. Статистика. Процеси. – К.: Видавничо-поліграф. центр “Київський університет”, 2008. 4. Р.Є. Майборода. Комп’ютерна статистика, Навч. посібник. – К.: Видавничо-поліграф. центр “Київський університет”, 2019.

10. В.М. Турчин. Теорія ймовірностей та математична статистика, 2-е видання, Підручник. – Дніпро: “Ліра”, 2018.

Література до 5-го розділу

11. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заблоцький М.В., Скасків О.Б. Комплексний аналіз. – Львів: Афіша, 2002.

12. Тесленко Л.С., Чадаєв О.М., Менько Я.П. Комплексний аналіз.- Миколаїв:МНУ,2019,121 с.

13. Коренков М.Є., Кальчук І.В., Харкевич Ю.І. Комплексний аналіз.- Луцьк:2019,470 с.

Література до 6-го розділу

14. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики: навч. посібник. – Чернівці: Видавничий дім «Родовід», 2015.–358 с.

15. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – Київ: Либідь, 2001. – 333 с.

Література до 7-го розділу

16. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.

17. Диференціальні рівняння та елементи математичної фізики : навч.-метод. посібник / М-во освіти і науки України, Чернівець. нац. ун-т ім. Юрія Федьковича ; уклад.: С.Г. Блажевський, О.М. Ленюк. – Чернівці : Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, 2021. – 248 с.

18. Лиходєєва Г.В. Диференціальні рівняння: працюємо самостійно : навч. посібник / Ганна Лиходєєва, Катерина Пастирєва ; М-во освіти і науки України,

Бердян. держ. пед. ун-т. – Київ : Центр учбової літератури. – ISBN 978-617-673-753-7 Ч. 1 : Звичайні диференціальні рівняння першого порядку. – 2018. – 144с.

IV. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ

1. Початковий рейтинг абітурієнта за екзамен розраховується виходячи із 100-бальної шкали. При визначенні загального рейтингу вступника початковий рейтинг за екзамен перераховується у 200-бальну шкалу за відповідною таблицею (п.4).

2. На екзамені абітурієнти готуються до усної відповіді на завдання екзаменаційного білету.

Кожне завдання комплексного фахового вступного випробування містить три теоретичні питання.

Перше та друге питання оцінюється у 33 бали за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації – 30-33 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації (припустимі незначні неточності) – 24-29 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації (відповідь містить певні недоліки) – 19-23 бали;
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Третє питання оцінюється у 34 бали за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації – 30-34 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації (припустимі незначні неточності) – 24-29 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації (відповідь містить певні недоліки) – 19-23 бали;
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

3. Сума балів за відповіді на екзамені переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

Бали	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

4. Сума балів за відповіді на екзамені переводиться до 200-бальної шкали згідно з таблицею:

Таблиця відповідності оцінок рейтингової системи оцінювання (PCO, 60...100) балам 200-бальної шкали (100...200)

Оцінка PCO	Бали 100...200	Оцінка PCO	Бали 100...200	Оцінка PCO	Бали 100...200	Оцінка PCO	Бали 100...200
60	100,0	70	125,0	80	150,0	90	175,0
61	102,5	71	127,5	81	152,5	91	177,5
62	105,0	72	130,0	82	155,0	92	180,0
63	107,5	73	132,5	83	157,5	93	182,5
64	110,0	74	135,0	84	160,0	94	185,0
65	112,5	75	137,5	85	162,5	95	187,5
66	115,0	76	140,0	86	165,0	96	190,0
67	117,5	77	142,5	87	167,5	97	192,5
68	120,0	78	145,0	88	170,0	98	195,0
69	122,5	79	147,5	89	172,5	99	197,5
						100	200,0

V. ПРИКЛАД ЕКЗАМЕНАЦІЙНОГО БІЛЕТУ

Форма № Н-5.05

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

(повне найменування вищого навчального закладу)

Освітній ступінь доктор філософії

Спеціальність 111 Математика

(назва)

Навчальна дисципліна Вступний іспит

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 0

1. Питання 1 Інтегральні метрики.

2. Питання 2 Загальна схема методу відокремлення змінних Фур'є.

3. Питання 3 Процес Пуасона.

Затверджено

Гарант освітньої програми _____ Олег КЛЕСОВ

Київ 202__

РОЗРОБНИКИ:

*Клесов Олег Іванович, д.ф.-м.н, професор, завідувач кафедри
математичного аналізу та теорії ймовірностей*

Програму рекомендовано:

Вченою радою фізико-математичного факультету

Голова вченої ради

Олег КЛЕСОВ

протокол № 4 від « 12 » « квітня » 2023 р.