

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Фізико-математичний факультет

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Вченою радою

Фізико-математичного факультету

Протокол № 1 від 03 лютого 2020 р.

Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ В.В. Ванін

М.П.

**ПРОГРАМА**

ДОДАТКОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ ДЛЯ ВСТУПУ  
НА ОСВІТНЬО-НАУКОВУ ПРОГРАМУ ПІДГОТОВКИ АСПІРАНТА  
СПЕЦІАЛЬНОСТІ 111 Математика

Програму рекомендовано кафедрою  
математичного аналізу та теорії ймовірностей

Протокол № 6 від 28 січня 2020 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ О.І. Клесов

## I. ВСТУП

В сучасній науці і техніці математичні методи дослідження, моделювання і проектування відіграють важливу роль. Важливим завданням курсу вищої математики є розвиток логічного і алгоритмічного мислення студентів, вміння проводити математичний аналіз прикладних задач. Ця програма з вищої математики відображає нові вимоги, які ставить до математичної освіти ХХІ століття. Її характеризує прикладна направленість та орієнтація на використання математичних методів, особлива увага до ймовірнісно-статистичних методів в зв'язку з її практичною значимістю. Загальний курс математики становить фундамент математичної підготовки.

Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Вступники повинні з повним розумінням знати фундаментальні закони математики, а також методи їх досліджень, вміти застосовувати ці знання при розгляді окремих явищ, поєднувати їх суть з аналітичними співвідношеннями, вміти використовувати знання з курсів базових математичних дисциплін, при вивченні інших дисциплін, як загально-інженерних, так і за фахом.

Кожен з вступників отримує білет, в якому міститься три теоретичних питання з математики. На підготовку відповіді відводиться 90 хв. часу.

## II. ОСНОВНИЙ ВИКЛАД

Програма додаткового випробування складена на основі програм таких дисциплін: «Комп'ютерна статистика», «Фінансова математика фондового ринку», «Елементарна теорія чисел та криптографія», «Правильно змінні функції», «Методи математичної економіки» – і містить такі розділи:

### Розділ 1. Комп'ютерна статистика

- 1) Основні ймовірнісні розподіли. Моделювання випадкових величин. Розрахунки щільностей та функцій розподілу. Обчислення квантилів.
- 2) Описова статистика одновимірних числових даних. Статистики середнього положення. Статистики розкиду. Статистики форми розподілу. Обчислення описових статистик. Графічне відображення результатів.
- 3) Критерії перевірки простих гіпотез про параметри вибірки. Критерії перевірки гіпотези про розподіл вибірки. Критерії однорідності та незалежності.

### Розділ 2. Аналіз часових рядів

- 1) Означення  $MA(q)$  процесу. Коваріаційна та кореляційна функції. Приклад  $MA(1)$  процесу. Умова оберненості  $MA(q)$  процесу.
- 2) Означення  $AR(p)$  процесу. Приклад  $AR(1)$  процесу та його коваріаційна функція. Представлення  $AR(p)$  процесу у вигляді  $MA(\infty)$  процес та обчислення коваріаційної функції  $AR(p)$  процесу. Система різницевих рівнянь Юла – Уолкера

та умова стаціонарності  $AR(p)$  процесу. Умови стаціонарності  $AR(2)$  процесу.

3) Представлення  $ARMA(p,q)$  процесу через  $\psi$ -ваги у вигляді чистого  $MA(\infty)$ . Коваріаційні та кореляційні функції  $ARMA(p,q)$  процесу. Виведення формули спектральної щільності  $ARMA(p,q)$  процесу та приклади спектральних щільностей. Представлення  $ARMA(p,q)$  процесу через  $\pi$ -ваги у вигляді чистого  $AR(\infty)$  процесу.

### **Розділ 3. Лінійний регресійний аналіз**

1) Обчислення оцінки найменших квадратів в матричному вигляді та покоординатно. Формула для коваріаційної матриці оцінок. Симетричний план регресійного експерименту. Симетризація плану регресійного експерименту. Оцінка найменших квадратів невідомої дисперсії похибок спостережень з використанням залишкової суми квадратів. Побудова надійних інтервалів для невідомих параметрів простої лінійної регресії з використанням статистик Стюдента, побудованих за оцінками найменших квадратів параметрів моделі та залишковою сумою квадратів.

2) Перевірка гіпотези значущості кутового коефіцієнта лінії регресії при різних альтернативах. Перевірка гіпотези значущості кореляції між змінними. Прогнозування з використанням лінії регресії.

3) Оцінка найменших квадратів, її обчислення та найпростіші властивості. Лінійні оцінки. Теорема Гаусса–Маркова. Принцип максимальної вірогідності в класичній лінійній моделі регресії.

### **Розділ 4. Правильно змінні функції**

- 1) Правильно змінні функції та центральна гранична теорема
- 2) Правильно змінні функції та збіжність до стійких законів
- 3) Правильно змінні функції та відносна стійкість
- 4) Правильно змінні функції та гранична поведінка екстремумів
- 5) Правильно змінні функції та гранична поведінка рекордів

### **Розділ 5. Фінансова математика фондового ринку**

- 1) Математичні методи аналізу неризикованих та ризикованих фінансових активів.
- 2) Математична модель фінансового ринку з одним періодом
- 3) Арбітражні стратегії, цінова міра, мартингальна властивість.
- 4) Оптимізаційні задачі для портфельних інвесторів.

### **Розділ 6. Методи математичної економіки**

1) Поняття про економіко-математичні методи. Основні етапи наукового методу при прийнятті рішень.

2) Приклади задач лінійного програмування. Геометрична інтерпретація задач лінійного програмування. Аналіз оптимального розв'язку на чутливість.

Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування. Теорія двоїстості. Постоптимальний аналіз.

3) Прийняття рішень в лінійних моделях з кількома критеріями. Оптимальність за Парето

### ІІІ. ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ

#### 1. Допоміжні матеріали.

На екзамені не допускається користування додатковою літературою.

#### 2. Критерії оцінювання.

Екзаменаційний білет складається з трьох теоретичних питань з математики.

Система оцінювання оцінює здатність вступника:

- узагальнювати отримані знання для вирішення конкретних завдань, проблем;
- застосовувати правила, методи, принципи, закони у конкретних ситуаціях;
- аналізувати і оцінювати факти, події та робити обґрунтовані висновки;
- інтерпретувати схеми, графіки, діаграми;
- викладати матеріал логічно, послідовно, з дотриманням вимог стандартів.

Відповідь вступника оцінюється за 100-бальною шкалою (по 33-34 бали за кожне питання). Правильною відповіддю вважається повне і адекватне висвітлення питання згідно з Програмою додаткового вступного випробування.

Після цього здійснюється перерахування цих балів у оцінку ECTS згідно з таблицею:

Сума набраних балів	Оцінка
<b>95...100</b>	зараховано
<b>85...94</b>	
<b>75...84</b>	
<b>65...74</b>	
<b>60...64</b>	
<b>Менше 60</b>	не зараховано

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бокс Дж. Анализ временных рядов: прогноз и управление/ Бокс Дж., Дженкинс Г. – М.: Мир, 1974, вып 1,2. – 604 с.
2. П. Бикел, К. Доксам. Математическая статистика, выпуск 1. – М: Финансы и статистика, 1983.
3. Сенета Е., Медленно меняющиеся функции, М., «Наука», 1986.
4. Клесов О.І., Правильно змінні функції. Конспект лекцій / Клесов О.І. – Київ, КПІ ім.Ігоря Сікорського, 2019. - 200 с.
5. Клесов О.І., Основи фінансової математики. Конспект лекцій / Клесов О.І. – Київ, КПІ ім.Ігоря Сікорського, 2019. - 300 с.
6. Халл Дж., Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты, изд. 8, М., Вильямс.
7. Ашманов С.А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981. – 340 с.

Розробник програми:

зав. каф. математичного аналізу

та теорії ймовірностей,

д.ф.-м.н., професор

Клесов Олег Іванович