

Екзаменаційні питання ФІОТ (II семестр)

1. Поняття функції багатьох змінних, її границі, неперервність в точці. Графік функції.
2. Частинний та повний прирости функції в точці. Частинні похідні функцій багатьох змінних та їх геометричний зміст при $n=2$. Диференційованість функції багатьох змінних в точці (означення). Необхідна та достатня умови диференційованості функції. Диференціал функції.
3. Диференційованість функції багатьох змінних в точці. Поняття диференціалу в точці та його властивості. Наближені обчислення за допомогою диференціала.
4. Поняття диференціалу для диференційованої в точці функції, правила диференціювання, геометричний зміст, застосування о наближених обчислень.
5. Диференціювання складеної функції багатьох змінних. Повна похідна функції.
6. Існування неявно заданої функції та її диференціювання.
7. Дотична площина і нормаль до поверхні. Геометричний зміст диференціалу двох змінних.
8. Скалярне поле. Похідна скалярного поля за напрямом. Градієнт скалярного поля та його властивості.
9. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Теорема Шварца.
10. Диференціальні операції другого порядку в стаціонарних та векторних полях.
11. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.
12. Локальний екстремум функції багатьох змінних: означення, необхідна та достатня умови існування.
13. Квадратична форма n -змінних: означення, знаковизначеність. Критерій Сільвестра.
14. Умовний екстремум функції багатьох змінних: означення, необхідна умова існування. Обчислення методом виключення і Лагранжа.
15. Поняття подвійного інтегралу, його обчислення по прямокутній та довільній області. Геометричний зміст. Фізичні застосування подвійного інтеграла. Теорема про середнє в подвійному інтегралі.
16. Поняття подвійного інтегралу Рімана по області, необхідна умова існування, класи інтегрованих функцій, геометричний та фізичний зміст. Властивість лінійності в подвійному інтегралі.
17. Обчислення подвійних інтегралів по прямокутнику та в довільній області.
18. Заміна змінних в кратних інтегралах. Подвійний інтеграл в полярній системі координат.
19. Потрійний інтеграл: означення та обчислення зведенням до повторного. Геометричний та фізичний зміст. Застосування потрійних інтегралів в механіці.
20. Заміна змінних в кратних інтегралах. Потрійний інтеграл в циліндричних і сферичних координатах.
21. Застосування кратних інтегралів у механіці: статичні моменти та моменти інерції плоских та просторових областей відносно координатних осей та площин відповідно, маса і центр мас.
22. Властивості кратних інтегралів.
23. Задача про обчислення маси матеріальної кривої. Криволінійні інтеграли I роду (по довжині дуги). Означення та обчислення, фізичний зміст та властивості. Криволінійні інтеграли I роду (по довжині дуги): означення, умови існування, фізична зміст та обчислення.

24. Задача про роботу змінної сили по переміщенню матеріальної точки вздовж кривої. Криволінійні інтеграли II роду (за координатами). Означення та фізичний зміст, властивості. Криволінійні інтеграли II роду загального виду.
25. Зв'язність області. Формула Гріна: формулювання та доведення.
26. Умови незалежності криволінійного інтегралу II роду від форми кривої інтегрування.
27. Поверхневі інтеграли I роду : означення, правило обчислення по простій поверхні, зведення до подвійного, фізичний зміст, властивості.
28. Орієнтація поверхні. Поняття поверхневого інтегралу II роду, правило обчислення по простій поверхні, зведення до подвійного, властивості, геометричний і фізичний зміст.
29. Орієнтація поверхні. Поверхневий інтеграл II роду: поняття, правило обчислення, властивості. Поверхневий інтеграл II роду загального вигляду та його зв'язок з потрійним інтегралом. Фізичний зміст. Формула Остроградського-Гауса.
30. Площа криволінійної поверхні: означення та її обчислення за допомогою подвійного та поверхневого інтегралів.
31. Потенціальні векторні поля та їх властивості. Скалярний потенціал векторного поля: означення та його обчислення. Необхідна і достатня ознака потенціальності векторного поля.
32. Потенціальні та соленоїдальні векторні поля: означення та їх властивості. Векторні труби.
33. Потенціальне векторне поле. Необхідні та достатні умови потенціального плоского векторного поля. Знаходження потенціалу.
34. Векторне поле. Потік векторного поля через просту і замкнену поверхню. Фізичний зміст потоку векторного поля.
35. Векторне поле. Циркуляція та ротор векторного поля. Теорема Стокса про зв'язність між ними.
36. Дивергенція векторного поля: означення та її властивості. Формула Остроградського-Гауса в координатній і векторній формі.
37. Ротор векторного поля: означення, властивості, інваріантне означення, фізичний зміст. Формула Стокса в векторній формі.
38. Означення ДР та його розв'язку. ДР 1-го порядку. Поле напрямів і ізоклін. Теорема Коші. Загальний розв'язок та розв'язок задачі Коші..
39. Деякі типи ДР: диференціальні рівняння першого порядку з відокремленими та відокремлюваними змінними; однорідні ДР першого порядку.
40. Однорідні функції. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку та ті, що зводяться до них.
41. Лінійні ДР першого порядку; рівняння Бернуллі.
42. Лінійно залежні і лінійно незалежні системи функцій. Визначник Вронського для лінійно-залежних систем функцій.
43. ДР n-го порядку: загальний вигляд; задача Коші; загальний розв'язок; теорема Коші. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші.
44. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.
45. ОЛДР n-го порядку. Властивості розв'язків ОЛДР n-го порядку та структура загального розв'язку ОЛДР n-го порядку.
46. Означення ФСР ОЛДР n-го порядку. Необхідні та достатні умови існування такої системи.