

В.А.Жук.Функціональний аналіз (теорія операторів)

Семестр 7

1. Лінійні оператори в нормованому просторі: означення, неперервність та обмеженість. Теорема про еквівалентність, неперервності та обмеженості оператора.
2. Норма лінійного оператора та її обчислення (два способи). Простір $L(E,F)$ та його повнота.
3. Рівномірна збіжність послідовності операторів: означення та критерій.
4. Простір $L(E)$. Норма добутку операторів. Сильна та слабка збіжність послідовності операторів.
5. Принцип рівномірної обмеженості. Теорема Банаха – Штейнгауза.
6. Обернений оператор. Критерій оборотності лінійного оператора. Теорема Банаха про обернений оператор.
7. Лівий та правий обернені оператори. Умова оборотності оператора $(I - A)$. Теорема про оборотність суми операторів.
8. Спряжений оператор: означення та обчислення його норми. Спряжений оператор для суми та добутку операторів.
9. Рефлексивні нормовані простори. Рівність $(A^*)^* = A$.
10. Самоспряжений оператор в гільбертовому просторі: означення та властивості. Обчислення норми самоспряженого оператора.
11. Проектори в гільбертовому просторі: означення та властивості. Критерій проєкційності самоспряженого оператора.
12. Предкомпактні та компактні множини в нормованому просторі: означення, зв'язок між ними, властивості.
13. Компактні оператори: означення, критерії компактності. Теорема замкнутості підпростору компактних операторів.
14. Випадок скінченновимірних нормованих просторів. Теорема про компактність добутку лінійних операторів.
15. Резольвента лінійного оператора: означення, відкритість резольвентної множини. Означення спектра лінійного оператора та його обмеженість.
16. Властивості резольвенти лінійного оператора (тотожність Гільберта та аналітичність). Теорема про непорожність спектра.
17. Оператори, визначені частково: означення, неперервність та обмеженість. Теорема про продовження по неперервності обмеженого оператора.
18. Лема Рісса про майже перпендикуляр. Критерій компактності тотожного оператора. Характеристика локально компактних нормованих просторів.
19. Структура власних підпросторів та множини власних чисел компактного оператора.
20. Спектр самоспряженого компактного оператора в гільбертовому просторі.
21. Інтегральні оператори. Інтегральні рівняння Фредгольма другого роду.