

Колоквіум з вищої математики
студентів ФІОТ, 2 семестр

1. Поняття первісної та невизначеного інтегралу, геометричний зміст.
2. Властивості первісної та невизначеного інтегралу.
3. Інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Обчислення $I_n = \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.
4. Заміна змінної в невизначеному інтегралі. Обчислення інтегралу $I_n = \int \sqrt{a^2 - x^2} dx$.
5. Інтегрування раціональних і ірраціональних виразів, що містять квадратний тричлен.
6. Інтегрування найпростіших елементарних раціональних дробів 1-4 типів.
7. Інтегрування раціональних дробів. Розклад правильних раціональних дробів на елементарні.
8. Інтегрування деяких ірраціональних виразів.
9. Інтегрування деяких тригонометричних виразів.
10. Поняття визначеного інтегралу Рімана: побудова інтегральної суми, означення її границі та інтегралу Рімана.
11. Необхідна та достатні умови існування інтегралу Рімана.
12. Властивості інтегралу Рімана: лінійність та адитивність.
13. Монотонність визначеного інтегралу.
14. Теорема про оцінку інтегралу Рімана та про оцінку модуля інтегралу.
15. Теорема про середнє у визначеному інтегралі. Оцінка модуля інтегралу.
16. Інтеграл зі змінною верхньою границею та його неперервність.
17. Теорема Барроу.
18. Основна теорема інтегрального числення. Формула Ньютона-Лейбніца.
19. Інтегрування частинами та заміна змінної у визначеному інтегралі.
20. Обчислення інтегралів від парної та непарної функції по симетричному проміжку.
21. Обчислення площ плоских фігур за допомогою інтегралу Рімана. Площа криволінійної трапеції.
22. Полярна система координат. Обчислення площі криволінійного сектора.

23. Обчислення довжини дуги кривої заданої рівнянням $y = f(x)$, параметрично та в полярних координатах.

24. Об'єм тіла обертання навколо осей.

25. Невласні інтеграли від обмеженої функції на необмеженому проміжку (1 роду): означення, збіжність, розбіжність, різні типи, геометричний зміст. Збіжність за ознакою Коші.

26. Обчислення $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$. Ознака порівняння та наслідок.

27. Абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів 1-го роду.

28. Невласні інтеграли 2 роду: означення, різні типи, ознака порівняння, збіжність $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^\alpha}$.

29. Формули наближеного обчислення визначених інтегралів: прямокутників, трапецій, з оцінкою похибок обчислень.

30. Абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів 2-го роду.