



# Дискретна математика

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### 1. Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 – Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>150 годин (54 лекційних, 36 практичних, 60 СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен / контрольна робота, розрахункова робота</i>
Розклад занять	<i>rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>Д.ф.-м.н., доцент Василик О.І., <a href="mailto:vasylyk@matan.kpi.ua">vasylyk@matan.kpi.ua</a></i> Практичні: <i>Д.ф.-м.н., доцент Василик О.І., <a href="mailto:vasylyk@matan.kpi.ua">vasylyk@matan.kpi.ua</a></i> , <i>Колеснік О.В., <a href="mailto:lxndr.kolesnik@gmail.com">lxndr.kolesnik@gmail.com</a></i>
Розміщення курсу	<i>campus.kpi.ua</i>

### 2. Програма навчальної дисципліни

#### 3. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<b>Мета дисципліни</b>	Метою навчальної дисципліни є формування у здобувачів освіти здібностей: <ul style="list-style-type: none"> <li>- до логічного мислення, розвиток їх інтелекту і здібностей;</li> <li>- до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у студентів прикладної математичної культури;</li> <li>- використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках;</li> <li>- доводити розв'язок задачі до практично прийнятного результату – числа, графіка, точного якісного висновку із застосуванням для цього адекватних обчислювальних засобів, таблиць і довідників;</li> <li>- уміння аналізувати одержані результати, самостійно використовувати і вивчати літературу з математики</li> </ul>
<b>Предмет навчальної дисципліни</b>	Основні методи дискретної математики, теорія відношень, комбінаторний аналіз та основи математичної логіки.
<b>Компетентності</b>	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1). Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7). Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК8). Здатність працювати автономно (ЗК12).

	<p>Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів (ЗК17).</p> <p>Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1).</p> <p>Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3).</p> <p>Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК4).</p>
<p><b>Програмні результати навчання</b></p>	<p>Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (PH3).</p> <p>Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (PH4).</p> <p>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (PH10).</p> <p>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH11).</p> <p>Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (PH12).</p> <p>Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур (PH15).</p>

## **1. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Пререквізити: «Львівська алгебра», «Скінченновимірний лінійний аналіз»

Постреквізити: «Об'єктно-орієнтоване програмування», «Розвиток класичних ідей в сучасній математиці»

## **2. Зміст навчальної дисципліни**

### Розділ 1. Вступ до дискретної математики

#### **Тема 1.1. Алгебра висловлювань.**

Початкові поняття математичної логіки. Операції над висловлюваннями. Основні логічні закони.

#### **Тема 1.2. Множини та відношення.**

Початкові поняття теорії множин. Операції над множинами. Закони алгебри множин. Прямий добуток множин.

Означення відношення, приклади. Властивості відношень: рефлексивність, іррефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність, зв'язність. Операції над відношеннями.

Область визначення та область значень відношення. Обернене відношення. Відношення еквівалентності. Класи еквівалентності. Фактор-множина.

Означення відношення порядку. Приклади. Частковий та лінійний порядок. Діаграма Хассе. Функція як відношення. Різні типи функцій. Композиція функцій. Обернена функція.

## Розділ 2. Елементи комбінаторики.

### **Тема 2.1. Основні принципи комбінаторики.**

Предмет комбінаторики. Скінчені множини та їх нумерація. Правила суми та добутку. Обчислення кількості перестановок, розміщень та комбінацій.

Трикутник Паскаля. Біном Ньютона. Властивості біноміальних коефіцієнтів.

### **Тема 2.2. Вибірki та розбиття.**

Обчислення числа розміщень та перестановок з повтореннями. Поліноміальна теорема. Впорядковані розбиття. Комбінації з повтореннями.

Різні види формули включень та виключень. Застосування до теорії чисел. Розв'язки рівнянь в цілих числах.

## Розділ 3. Аналітичні методи комбінаторики.

### **Тема 3.1. Метод твірних функцій.**

Поняття числового ряду. Приклади: геометричний та гармонічний ряд. Степеневі ряди та дії над ними. Елементарні розклади в степеневий ряд. Біноміальний ряд.

Означення твірної функції (генератрис) числової послідовності. Властивості генератрис. Генератриса згортки двох послідовностей. Приклади.

Експоненціальні генератриси та їх властивості. Застосування до розв'язання комбінаторних задач.

### **Тема 3.2. Рекурентні співвідношення.**

Розв'язання лінійних однорідних рекурентних співвідношень. Приклади: Ханойська башта, числа Фібоначчі. Розв'язання комбінаторних задач за допомогою рекурентних співвідношень.

## Розділ 4. Булеві функції.

### **Тема 4.1. Основні принципи комбінаторики.**

Елементарні булеві функції. Операція суперпозиції. Означення, формули. Розклад булевої функції по заданому числу змінних.

Зведення довільної булевої функції до диз'юнктивної та кон'юнктивної нормальної форми. Приклади двоїстості.

Основні функціонально замкнені класи булевих функцій. Критерій Поста повноти системи. Базиси.

### **Тема 4.2. Мінімізація булевих функцій.**

Побудова скороченої ДНФ та тупикової ДНФ. Алгоритм Куайна

## Розділ 5. Основи теорії графів.

### **Тема 5.1. Графи.**

Поняття графу, класифікація графів. Основні операції на графах. Ойлерові та Гамільтонові графи. Плоскі та планарні графи. Задача фарбування.

## Розділ 6. Основи теорії груп.

### **Тема 6.1. Основні поняття теорії груп.**

Основні поняття теорії груп. Таблиці Келі.

### **Тема 6.2. Суміжні класи.**

Суміжні класи. Теорема Лагранжа.

### **Тема 6.3. Комбінаторика в теорії груп і підстановок.**

Група підстановок. Орбіти і цикли підстановок.

## Розділ 7. Спеціальні комбінаторні задачі

### **Тема 7.1. Числа Каталана.**

Вектори та числа Каталана. Задача про число розстановок дужок при виконанні бінарної операції. Задача Ойлера про розбиття багатокутників на трикутники. Метод траєкторій для розв'язання комбінаторних задач.

### **Тема 7.2. Різницевий оператор**

Означення та властивості різницевого оператора. Різницеві рівняння. Числа Люка.

### **Тема 7.3. Числа Стірлінга.**

Числа Стірлінга першого та другого роду. Формули обертання. Числа Бела.

### **Тема 7.4. Числа Бернуллі.**

Числа Бернуллі. Формула Ойлера-Маклорена. Формула Стірлінга.

### **Тема 7.5. Застосування дискретної математики.**

Застосування дискретної математики в економіці, фінансах, організації виробництва.

## **3. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Основні:**

1. Моклячук О.М. Конспект лекцій з дискретної математики. Видання друге. – К.: НТУУ «КПІ», 2016.
2. Михайленко В.М., Федоренко П.Д., Демченко В.В. Дискретна математика. – К.: Вид-во Європейського університету, 2003. – 319 с.
3. Ядренко М.Й. Дискретна математика. – К.: “ТВІМС”, 2004. – 245 с.
4. В.А. Жук, А.Б. Ільєнко, О.М. Моклячук, І.В. Орловський. Практикум з розв'язування задач з дискретної математики: множини, відношення, комбінаторика, булеві функції. – К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 375 с.
5. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. – К.: Видавнича група BMV, 2007. – 368 с.

### **Додаткові:**

6. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. – М.: “Наука”, 1977. – 368 с.
7. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. – М., Лаборатория базових знаний, 2001. – 288 с.
8. Лавров И.А, Максимова Л.В. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., “Наука”, 1975. – 256 с.
9. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М. “Высшая школа”, 2001. – 384 с.
10. Яглом И. Булева структура и ее модели. – М.: Сов. Радио, 1980. – 192 с.

## **4. Навчальний контент**

### **4. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

#### **Лекції:**

1. Елементи математичної логіки. Початкові положення математичної логіки. Операції над висловлюваннями. Основні логічні закони.

Рекомендована література: [1] л. 1.

2. Множини та операції над ними. Початкові поняття теорії множин. Операції над множинами. Закони алгебри множин. Прямий добуток множин.

Рекомендована література: [1] л. 2., [2], Розділ 1

3. Відношення та їх властивості. Означення відношення, приклади. Властивості відношень: рефлексивність, іррефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність, зв'язність. Операції над відношеннями.

Рекомендована література: [1] л. 3.

4. Відношення та їх властивості (продовження). Відношення еквівалентності. Область визначення та область значень відношення. Обернене відношення. Відношення еквівалентності. Класи еквівалентності. Фактор-множина.

Рекомендована література: [1] л. 4., [2], Глава 3, п. 3.3.

5. Відношення порядку. Функціональні відношення. Означення відношення порядку. Приклади. Частковий та лінійний порядок. Діаграма Хассе. Функція як відношення. Різні типи функцій. Композиція функцій. Обернена функція.

Рекомендована література: [1] л. 5., [3], п. 1.9.

6. Скінченні множини. Основні правила комбінаторики. Предмет комбінаторики. Скінченні множини та їх нумерація. Правила суми та добутку. Обчислення кількості перестановок, розміщень та комбінацій.

Рекомендована література: [1] л. 6., [2], розділ 2.

7. Біноміальні коефіцієнти та їх властивості. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона. Властивості біноміальних коефіцієнтів.

Рекомендована література: [1] л. 7., [2], розділ 3, 4.

8. Перестановки з повтореннями. Розбиття. Обчислення числа розміщень та перестановок з повтореннями. Поліноміальна теорема. Впорядковані розбиття. Комбінації з повтореннями.

Рекомендована література: [1] л. 8., [3], розділ 5.

9. Формула включень та виключень. Різні види формули включень та виключень. Застосування до теорії чисел. Розв'язки рівнянь в цілих числах.

Рекомендована література: [1] л. 9., [3], розділ 6.

10. Числові та степеневі ряди. Генератриси. Поняття числового ряду. Приклади: геометричний та гармонічний ряд. Степеневі ряди та дії над ними. Елементарні розклади в степеневий ряд. Біноміальний ряд.

Рекомендована література: [1] л. 10., [3], розділ 9.

11. Твірні функції. Означення твірної функції (генератриси) числової послідовності. Властивості генератрис. Генератриса згортки двох послідовностей. Приклади.

Рекомендована література: [1] л. 10., [3], розділ 10.

12. Рекурентні співвідношення. Розв'язання лінійних однорідних рекурентних співвідношень. Приклади: Ханойська башта, числа Фібоначчі. Розв'язання комбінаторних задач за допомогою рекурентних співвідношень.

Рекомендована література: [1] л. 11., [3], розділ 6.

13. Початкові поняття теорії булевих функцій. Елементарні булеві функції. Операція суперпозиції. Означення, формули. Розклад булевої функції по заданому числу змінних.

Рекомендована література: [1] л. 12.

14. Нормальні форми булевих функцій. Зведення довільної булевої функції до диз'юнктивної та кон'юнктивної нормальної форми. Приклади двоїстості.

Рекомендована література: [1] л. 13.

15. Повнота і замкненість. Основні функціонально замкнені класи булевих функцій. Критерій Поста повноти системи. Базиси.

Рекомендована література: [1] л. 13.

16. Методи мінімізації булевих функцій. Побудова скороченої ДНФ та тупикової ДНФ. Алгоритм Куайна.

Рекомендована література: [1] л. 14.

17. Графи: основні означення та властивості. Основні поняття теорії графів. Класифікація графів. Операції над графами; ізоморфізми.

Рекомендована література: [1] л. 16.

18. Ойлеровість та гамільтоновість графів. Проблеми розфарбування.

Рекомендована література: [1] л. 16.

19. Основні поняття теорії груп. Таблиці Келі.

Рекомендована література: [1] л. 15.

20. Суміжні класи. Теорема Лагранжа.

Рекомендована література: [1] л. 15.

21. Комбінаторика в теорії груп і підстановок. Група підстановок. Орбіти і цикли підстановок.

Рекомендована література: [3], розділ 16.

22. Числа Каталана

Рекомендована література: [3], розділ 12.

23. Різницевий оператор

Рекомендована література: [3], розділ 13.

24. Числа Стірлінга першого та другого роду

Рекомендована література: [3], розділ 14.

25. Числа Бернуллі

Рекомендована література: [3], розділ 15.

26. Формула Ойлера-Маклорена. Формула Стірлінга.

Рекомендована література: [3], розділ 15.

27. Застосування дискретної математики в економіці, фінансах, організації виробництва

Рекомендована література: [3], розділ 18.

### **Практичні заняття:**

1. Елементи алгебри висловлювань. Логічні закони.

Завдання на СРС: [4], Заняття 1

2. Алгебра множин.

Завдання на СРС: [4], Заняття 2

3. Відношення та дії над ними.

Завдання на СРС: [4], Заняття 3

4. Функціональні відношення.

Завдання на СРС: [4], Заняття 4

5. Основи комбінаторики.

Завдання на СРС: [4], Заняття 5

6. Перестановки з повтореннями та розбиття.

Завдання на СРС: [4], Заняття 6

7. Формула включення та виключення.

Завдання на СРС: [4], Заняття 7

8. МКР-1. Аналіз задач.

9. Генератриси та їх застосування.

Завдання на СРС: [4], Заняття 8

10. Експоненційні генератриси.

Завдання на СРС: [4], Заняття 9

11. Рекурентні співвідношення.

Завдання на СРС: [4], Заняття 10

12. Алгебра логіки. Нормальні форми

Завдання на СРС: [4], Заняття 11

13. Булеві функції. Досконалі форми

Завдання на СРС: [4], Заняття 12

14. Повні системи булевих функцій.

Завдання на СРС: [4], Заняття 13

15. МКР-2. Аналіз задач.

16. Методи мінімізації булевих функцій.

Завдання на СРС: [4], Заняття 14

17. Основи теорії графів.

Завдання на СРС: [4], Заняття 15

18. Основи теорії груп.

Завдання на СРС: [4], Заняття 16

## **5. Самостійна робота студента/аспіранта**

### **Розділ 1.**

Зв'язок між логічними операціями.

*Рекомендована література: [5], п. 1.2.*

Доведення основних законів алгебри множин за допомогою законів алгебри висловлювань.

*Рекомендована література: [2], Розділ 1, [1], п. 1.13*

Сумісність різних властивостей відношень.

*Рекомендована література: [6], п. 5.2.*

### **Розділ 2.**

Обчислення кількості відображень різних типів скінченних множин.

*Рекомендована література: [2], розділ 2*

Додаткові властивості біноміальних коефіцієнтів.

*Рекомендована література: [2], розділ 4.*

Числа Стірлінга та числа Белла.

*Рекомендована література: [3], розділ 5.*

Розв'язання рівнянь в цілих числах з обмеженнями.

*Рекомендована література:* [3], розділ 6.

### **Розділ 3.**

Множення та ділення степеневих рядів.

*Рекомендована література:* [3], розділ 9.

Генератриса числа комбінацій з необмеженими повтореннями.

*Рекомендована література:* [3], розділ 10.

Формула обертання для біноміальних коефіцієнтів.

*Рекомендована література:* [3], розділ 10.

Числа Стірлінга та числа Белла.

*Рекомендована література:* [6], п. 2.6.

Числа Каталана.

*Рекомендована література:* [3], розділ 6

### **Розділ 4.**

Вираження довільної булевої функції через елементарні.

*Рекомендована література:* [5], п. 7.3.

Реалізація булевих функцій схемами.

*Рекомендована література:* [5], п. 7.3.

Різні приклади замкнених класів булевих функцій.

*Рекомендована література:* [5], п. 7.4.

Різні алгоритми мінімізації.

*Рекомендована література:* [5], п. 7.5.

## **5. Політика та контроль**

### **6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та іспиту.

#### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Поточний контроль на заняттях відбувається оцінюванням роботи студентів біля дошки. У разі, якщо студент був відсутній на занятті, його черга пропускається.

На занятті схвалюється пошук додаткової інформації та активна участь у обговоренні.



Розрахункові роботи перестають прийматись на перевірку за тиждень до екзамену. До того студент має право перескладати їх довільну кількість разів.

Атестація виставляється за модульними контрольними роботами, за результатом першої спроби. Всі інші спроби на результат атестації не впливають.

Модульні контрольні роботи можливо переписувати, проте сумарний бал за них в такому випадку зменшується. Подробиці вказано в наступному розділі.

## 7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

### 1. Поточний контроль – робота на практичному занятті

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 умовний бал. Студент, який набрав більше всього умовних балів **Kmax**, отримує максимальну кількість балів – 10. Бали всіх інших студентів розраховуються за формулою:

$$U_s = 10 * ( K / K_{max} ),$$

де **K** – кількість умовних балів, які набрав студент протягом семестру.

### 2. Модульний контроль

Модульну контрольну роботу розбито на дві контрольні роботи:

- МКР-1: ваговий бал – 10 балів;
- МКР-2: ваговий бал – 10 балів;

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює

$$U_k = 10 \text{ балів} \times 2 = 20 \text{ балів.}$$

Кожна контрольна робота складається з 5 задач. Ваговий бал кожної задачі – 2 бали. Розв'язок задачі оцінюється в 0-2 бали наступним чином:

- якщо задача повністю розв'язана, то студент отримує 2 бали;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, або ж задача розв'язана частково, студент отримує кількість балів, що розраховується за формулою:

$$N_i = 2 * P_i / 100,$$

де **Pi** – відсоток виконання певної задачі;

- якщо відповідь незадовільна, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів.

### 3. Розрахункова робота

Ваговий бал: **Ur** = 20 балів.

Розрахункова робота складається з 20 задач, які розділені на 11 тем. Кожна задача оцінюється в 1 бал. Задача зараховується лише за умови повного розв'язку.

**Семестровий рейтинг** складається з балів поточного контролю, модульного контролю та балів за розрахункову роботу.

### 4. Екзаменаційна робота

Екзаменаційна робота складається з теоретичних та практичних завдань; для кожного завдання в білеті вказано кількість балів, яку можна отримати за виконання відповідного завдання. Загальна кількість балів **Ue** за екзаменаційну роботу – 50 балів.

### Штрафні та заохочувальні бали:

призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та захист рефератів, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля; виконання індивідуального семестрового завдання – до 5 балів.

### Умови допуску до екзаменаційного контролю:

Семестровий рейтинг не менше 30 балів

**Загальний рейтинг** підраховується за формулою:

$$R_s = U_s + U_k + U_r + U_e = 10 + 20 + 20 + 50 = 100 \text{ балів}$$

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

## 8. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

### Перелік питань до екзамену

1. Висловлювання, операції над ними. Таблиці істинності. Основні логічні закони.
2. Множина, основні поняття. Булеан. Операції над множинами, їх властивості.
3. Відношення, основні поняття. Операції над відношеннями.
4. Відношення еквівалентності. Класи еквівалентності. Теорема про класи еквівалентності (з доведенням). Фактор-множина.
5. Відношення порядку. Принцип двоїстості для відношень (з доведенням). Діаграма Хасса.
6. Функціональне відношення. Типи функціональних відношень. Властивості (без доведення).
7. Правило суми та добутку. Перестановки і розміщення.
8. Комбінації без повторень. Біноміальні коефіцієнти.
9. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Графічна інтерпретація.
10. Теорема про розбиття на типи (з доведенням). Теорема про число перестановок елементів різного типу.
11. Поліноміальна теорема (з доведенням). Поліноміальні коефіцієнти.
12. Формула включень та виключень (з доведенням).
13. Комбінації з повтореннями. Діофантові рівняння. Приклад розв'язку діофантового рівняння з обмеженнями знизу.
14. Числові ряди. Генератрис.
15. Сума генератрис та множення на константу
16. Поліноміальні множник та дільник генератрис
17. Добуток генератрис. Згортка.
18. Типи рекурентних співвідношень. Теорема про розв'язок ЛОРС (без доведення). Загальний член послідовності Фібоначчі (з доведенням).
19. Булева алгебра: означення, наслідки.
20. Двоїсті функції. Принцип двоїстості для булевих функцій (з доведенням).
21. ДНФ та КНФ. Алгоритми побудови.
22. ДДНФ та ДКНФ. Теорема про існування ДДНФ (з доведенням).
23. ДДНФ та ДКНФ. Теорема про єдиність ДДНФ (з доведенням) та наслідок з неї.
24. Основні класи булевих функцій. Повнота системи булевих функцій. Критерій Поста.
25. Основні етапи мінімізації булевих функцій. Теорема Квайна.
26. Поняття групи та суміжні поняття. Таблиця Келі.
27. Мультиграф і граф. Методи задання графа. Операції над графами.
28. Ойлерові та напівойлерові графи. Критерій ойлеровості. Алгоритм Флері.
29. Гамільтонові графи. Необхідні умови, достатні умови.
30. Плоскі та планарні графи. Критерій Понтрягіня-Куратовського.
31. Дуальні графи
32. Проблема фарбування вершин та граней. Алгоритм Уелша-Пауелла

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к.ф.-м.н., доцент Моклячук Олександр Михайлович; д.ф.-м.н., доцент Василик Ольга Іванівна

**Ухвалено** кафедрою Математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 11 від 04.06.2021)

**Погоджено** Методичною комісією Фізико-математичного факультету (протокол № 13 від 22.06.2021)