



# Теорія ймовірностей

## Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей» (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	«Страхова та фінансова математика»
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	3 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	150 годин (54 години – лекції, 36 годин – практичні, 60 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота, домашня контрольна робота
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент Ільєнко Андрій Борисович <a href="mailto:an.ilienko@gmail.com">an.ilienko@gmail.com</a> Практичні: канд. фіз.-мат. наук, доцент Ільєнко Андрій Борисович <a href="mailto:an.ilienko@gmail.com">an.ilienko@gmail.com</a> , асистент Колеснік Олександр Валерійович <a href="mailto:lxndr.klsnk@gmail.com">lxndr.klsnk@gmail.com</a>
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<p><b>Мета дисципліни</b></p>	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– до виділення основних факторів, що впливають на перебіг конкретного явища або процесу (фізичного, економічного, соціального тощо);</li> <li>– до виокремлення з них детермінованих факторів, що мають досліджуватися методами «нестохастичної» математики (математичний аналіз, теорія диференціальних рівнянь, математична фізика тощо) і стохастичних факторів, що підлягають вивченню засобами теорії ймовірностей та споріднених дисциплін;</li> <li>– до формалізації стохастичних факторів у вигляді випадкових величин, векторів, процесів;</li> <li>– до дослідження залежностей між введеними стохастичними об'єктами;</li> <li>– до вивчення властивостей цих об'єктів на основі апарату теорії ймовірностей.</li> </ul>
<p><b>Предмет навчальної дисципліни</b></p>	<p>Основні поняття теорії ймовірностей: випадкові події та їх ймовірності, випадкові величини, випадкові вектори, граничні теореми теорії ймовірностей.</p>
<p><b>Компетентності</b></p>	<p>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1);  Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК3);  Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7);  Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК8);  Здатність працювати автономно (ЗК12);  Здатність проявляти творчий підхід та ініціативу (ЗК16);  Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1);  Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК2);  Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3);  Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК4);  Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (ФК6);  Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК8);  Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК14).</p>

<p><b>Програмні результати навчання</b></p>	<p>Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики (PH7);</p> <p>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (PH10);</p> <p>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH11);</p> <p>Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (PH12).</p> <p>Вміти знаходити ймовірності випадкових подій, використовуючи основні співвідношення елементарної теорії ймовірностей (класична та геометрична ймовірності, формули додавання та множення ймовірностей, формули повної ймовірності та Байєса, обчислення ймовірностей заданої кількості успіхів у схемі Бернуллі та в поліноміальній схемі);</p> <p>Вміти досліджувати властивості та знаходити характеристики випадкових величин (функція розподілу, ряд розподілу дискретної випадкової величини, щільність розподілу неперервної випадкової величини, математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові, центральні та факторіальні моменти, медіана, мода, коефіцієнти асиметрії та ексцесу) як прямими методами, так і з застосуванням елементів теорії генератрис та характеристичних функцій;</p> <p>Визначати типи імовірнісних розподілів стохастичних факторів, що впливають на характеристики розглядуваних об'єктів, та використовувати їх для знаходження таких характеристик;</p> <p>Знати методи дослідження властивостей та вміти знаходити характеристики багатовимірних випадкових векторів (сумісна та маргінальні функції розподілу, ряд розподілу дискретного випадкового вектора, сумісна та маргінальні щільності розподілу неперервного випадкового вектора, центр розсіювання, кореляційний момент, кореляційна матриця, коефіцієнт кореляції), досліджувати (не)залежність та (не)корельованість компонент випадкового вектору;</p> <p>Знати основні граничні теореми теорії ймовірностей (закон великих чисел, центральна гранична теорема) та вміти їх застосовувати.</p>
---	---

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

**Пререквізити:** вивчення навчальної дисципліни “Теорія ймовірностей” (шифр ПО15) вимагає від студентів комплексу знань, вмінь на навичок, отриманих при вивченні дисциплін “Математичний аналіз: функції однієї змінної” (ПО1), “Математичний аналіз: функції кількох змінних” (ПО2), “Лінійна алгебра” (ПО3), “Дискретна математика” (ПО6), “Вступ до теорії ймовірностей” (ПО9) та «Розвиток класичних ідей в сучасній математиці» (ПО14).

**Постреквізити:** вивчення навчальної дисципліни “Теорія ймовірностей” передувє вивченню дисциплін “Основи математичної статистики” (ПО17), “Дослідження операцій та сучасні наближені методи обчислень” (ПО19), “Основи теорії випадкових процесів” (ПО20), “Лінійний регресійний аналіз” (ПО26).

## 3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
<b>Розділ 1. Основні поняття елементарної теорії ймовірностей</b>				
<i>Тема 1.1. Елементи аксіоматики А. М. Колмогорова.</i>	14	6	6	2
<i>Тема 1.2. Ймовірності складних подій.</i>	12	6	4	2
<i>Модульна контрольна робота 1</i>	4	-	2	2
<b>Розділ 2. Випадкові величини та їх характеристики</b>				
<i>Тема 2.1. Розподіли та числові характеристики випадкових величин.</i>	12	6	4	2
<i>Тема 2.2. Канонічні ймовірнісні розподіли.</i>	8	4	2	2
<i>Модульна контрольна робота 2</i>	4	-	2	2
<b>Розділ 3. Випадкові вектори та їх характеристики</b>				
<i>Тема 3.1. Розподіли та характеристики випадкових векторів.</i>	12	6	4	2
<i>Тема 3.2. Характеристичні функції та багатомірний гауссівський розподіл</i>	12	8	2	2
<i>Домашня контрольна робота</i>	4	-	-	4
<b>Розділ 4. Функції від випадкових величин та векторів</b>				
<i>Тема 4.1. Розподіли функцій від випадкових величин та векторів</i>	10	6	2	2
<i>Тема 4.2. Числові характеристики функцій від випадкових величин та векторів</i>	8	4	2	2
<b>Розділ 5. Граничні теореми теорії ймовірностей</b>				
<i>Тема 5.1. Нерівність Чебишова та закон великих чисел</i>	8	4	2	2
<i>Тема 5.2. Центральна гранична теорема та її застосування</i>	8	4	2	2
<i>Модульна контрольна робота 3</i>	4	-	2	2
<i>Екзамен</i>	30	-	-	30
<b>Всього годин</b>	<b>150</b>	<b>54</b>	<b>36</b>	<b>60</b>

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література

1. Бондаренко В.Г., Каніовська І.Ю., Парамонова С.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Частина 1. – К. НТУУ „КПІ”, 2006. – 126 с.
2. Каніовська І.Ю. Теорія ймовірностей у прикладах і задачах. – К.: НТУУ „КПІ” „Політехніка”, 2004. – 154 с.
3. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2014. – 556 с.
4. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Вища школа, 1979. – 408 с.

##### Додаткова література

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. школа, 1998. – 576 с.
6. Вентцель Е.С., Овчаров Л. Теория вероятностей. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1973, – 416 с.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1965. – 400 с.
8. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 1: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. – М.: МЦНМО, 2007. – 456 с.
9. Коршунов Д.А., Фосс. С.Г. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей: Учебное пособие. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2003. – 120 с.
10. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ, 2003. – 574 с.
11. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Под редакцией А.А.Свешникова. – М.: Наука, 1970. – 656 с.
12. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей: Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. – М.: Наука, 1986. – 328 с.
13. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. – М.: Мир, 1984. Т.1 – 498 с., Т.2 – 596 с.
14. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2 т. – М.: МЦНМО, 2007. Т. 1 – 552 с., Т. 2 – 416 с.
15. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах, Книга 1. – М.: МЦНМО, 2013. – 648 с.
16. Sapinski M., Zastawniak T. Probability Through Problems. – Springer, 2003. – 260 p.
17. Grimmett G., Stirzaker D. One Thousand Exercises in Probability. – Oxford University Press, 2001. – 448 p.
18. Stirzaker D. Elementary Probability. – Cambridge University Press, 2003. – 524 p.

## Інформаційні ресурси

1. Ширяев А.Н., Вероятность. – М.: МГУ. – 1957. – 573 с. Режим доступу:  
<http://booksshare.net/books/physics/shiryaev-an/1957/files/veroyatnost1957.pdf>
2. Феллер В., Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. – М.: Мир, 1984. Т.1 – 498 с. – Режим доступу:  
[http://lib.npu.edu.ua/full\\_txt/1/Feller\\_I.pdf](http://lib.npu.edu.ua/full_txt/1/Feller_I.pdf)
3. Феллер В., Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. – М.: Мир, 1984., Т.2 – 596 с. – Режим доступу:  
[http://lib.npu.edu.ua/full\\_txt/1/Feller\\_II.pdf](http://lib.npu.edu.ua/full_txt/1/Feller_II.pdf)
4. Венцель Е.С., Теория вероятностей. – М. «Наука». – 1969. – 576с. Режим доступу:  
<http://nsportal.com.ua/book/1323>

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### Очна/дистанційна форма

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	<b>Випадкові події та операції над ними.</b> Розглядаються поняття стохастичного експерименту, простору елементарних подій, випадкових подій та їх $\sigma$ -алгебри, а також вводяться операції над випадковими подіями. <i>Рекомендована література: [4], §1.1.</i>
2	<b>Аксиоми А. М. Колмогорова та їх наслідки.</b> На основі системи аксіом А. М. Колмогорова вводиться поняття ймовірності випадкової події та розглядаються властивості цієї ймовірності. Наводяться класична та геометрична ймовірнісні моделі та приклади, що до них приводять. <i>Рекомендована література: [4], §1.3, §1.4, §1.5, §1.6.</i>
3	<b>Умовні ймовірності та незалежні події.</b> Вводяться поняття умовної ймовірності, несумісності та незалежності подій. Наводяться означення попарної незалежності та незалежності в сукупності та розглядається зв'язок між ними. <i>Рекомендована література: [4], §1.7, §1.8.</i>
4	<b>Формули додавання та множення ймовірностей.</b> Розглядаються методи, що дозволяють знаходити ймовірності складних подій (тобто подій, які можуть бути одержані з більш простих подій з відомими ймовірностями за допомогою основних операцій над подіями). Для цього доводяться теореми додавання і множення ймовірностей. <i>Рекомендована література: [4], §1.7, §1.8.</i>
5	<b>Формули повної ймовірності та Байєса.</b> Розглядаються формули повної ймовірності та Байєса й деякі їх застосування. <i>Рекомендована література: [4], §1.7, §1.8.</i>
6	<b>Послідовності незалежних випробувань.</b> Вводяться схема незалежних випробувань Бернуллі та поліноміальна схема, а також розглядаються основні пов'язані з ними твердження. <i>Рекомендована література: [13], §1.5.</i>
7	<b>Випадкові величини та їх типи.</b> Вводяться поняття дискретної та неперервної випадкової величини. Описуються закони розподілу цих величин у вигляді функції розподілу, а також ряду розподілу в дискретному випадку та щільності розподілу в неперервному, наводяться їх основні властивості. <i>Рекомендована література: [4], §2.1, §2.2.</i>
8	<b>Числові характеристики випадкових величин.</b> Вивчаються основні числові характеристики випадкових величин – математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.

	<p><i>Рекомендована література: [4], §2.3, §2.4.</i></p> <p><i>Завдання на СРС: факторіальні моменти, медіана, мода, коефіцієнти асиметрії та ексцесу.</i></p>
9	<p><b>Генератриса та її застосування.</b> Розглядаються елементи теорії генератрис і обговорюється зв'язок між генератрисою цілочисельної випадкової величини та її моментами.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §2.9.</i></p>
10	<p><b>Канонічні дискретні розподіли.</b> Розглядаються деякі класичні ймовірнісні дискретні розподіли: Бернуллі, біноміальний, геометричний та Пуассона. Наводяться їх ряди розподілу. Встановлюються формули для їх математичних сподівань та дисперсій, а також наводяться основні властивості цих розподілів. Паралельно з розподілом Пуассона розглядається означення та властивості потоку Пуассона. Обговорюються приклади змістовних задач, при розв'язанні яких застосовуються наведені розподіли.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §2.1, §2.2, §2.3, §2.4, §2.7.</i></p>
11	<p><b>Канонічні неперервні розподіли.</b> Розглядаються деякі класичні ймовірнісні неперервні розподіли: рівномірний, експоненціальний та нормальний (розподіл Гаусса). Наводяться їх щільності розподілу. Встановлюються формули для їх функцій розподілу, математичних сподівань та дисперсій, а також наводяться основні властивості цих розподілів. Обговорюються приклади змістовних задач, при розв'язанні яких застосовуються наведені розподіли.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §2.1, §2.2, §2.3, §2.4.</i></p>
12	<p><b>Розподіли випадкових векторів.</b> Вводяться поняття дискретного та неперервного випадкового вектора. Описуються закони розподілу цих векторів у вигляді сумісної функції розподілу, а також таблиці (ряду) розподілу в дискретному випадку та сумісної щільності розподілу в неперервному, наводяться їх основні властивості. Розглядаються зв'язки між сумісними та маргінальними характеристиками.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.1.</i></p>
13	<p><b>Числові характеристики випадкових векторів.</b> Вводяться основні числові характеристики випадкових векторів – кореляційний момент, кореляційна матриця, коефіцієнт кореляції, а також розглядаються їх властивості (включаючи нерівність Коші-Буняковського). Вводяться поняття некорельованості та незалежності випадкових величин та обговорюється зв'язок між ними.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.1.</i></p>
14	<p><b>Умовні закони розподілу.</b> Вводиться поняття умовного закону розподілу однієї компоненти випадкового вектора за іншою. Розглядаються методи обчислення умовних рядів розподілу в дискретному випадку та умовних щільностей в неперервному. Вводяться умовні числові характеристики та доводиться формула повного математичного сподівання.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.3.</i></p>
15	<p><b>Характеристичні функції випадкових величин.</b> Вводиться означення характеристичної функції випадкової величини. Наводяться способи її обчислення в дискретному та неперервному випадках, а також розглядаються її властивості. Обговорюються її застосування до перевірки стійкості законів розподілу відносно композиції та до обчислення моментів.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §2.9.</i></p>
16	<p><b>Характеристичні функції випадкових векторів.</b> Розглядаються означення, способи обчислення, властивості та застосування характеристичної функції випадкового вектора.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.5.</i></p>
17	<p><b>Багатовимірний гауссівський розподіл.</b> Вводиться поняття стандартного та загального багатовимірного гауссівського вектора. Наводяться формули для їх щільностей розподілу, функцій розподілу та характеристичних функцій. З'ясовується імовірнісний сенс параметрів розподілу як центра розсіювання та кореляційної матриці вектора. Встановлюються основні властивості гауссівських</p>

	<p>векторів (інваріантність відносно афінних перетворень та еквівалентність некорельованості та незалежності). Встановлюється вигляд умовного розподілу одних компонент гауссівського вектора за іншими (теорема про нормальну кореляцію).</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.6.</i></p> <p><i>Завдання на СРС: приклад негауссівського вектора з гауссівськими компонентами.</i></p>
18	<p><b>Гауссівський розподіл на площині.</b> Розглядається розподіл Гаусса на площині та його застосування при розв'язанні практичних задач.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.6.</i></p>
19	<p><b>Розподіли функцій від випадкових величин.</b> Розглядаються методи знаходження розподілів (рядів розподілу в дискретному випадку та щільностей розподілу в неперервному) функцій від випадкових величин.</p> <p><i>Рекомендована література: [2], §4.1.</i></p>
20	<p><b>Розподіли функцій від випадкових векторів.</b> В неперервному багатовимірному випадку розглядається загальний алгоритм знаходження щільності розподілу довільної функції від випадкового вектору. На його основі виводяться співвідношення для щільностей суми та різниці незалежних випадкових величин.</p> <p><i>Рекомендована література: [2], §4.2, [4], §6.2.</i></p>
21	<p><b>Розподіли функцій від випадкових векторів (продовження).</b> На основі загального алгоритму з попередньої лекції виводяться співвідношення для щільностей добутку та частки незалежних випадкових величин. Також розглядаються щільності розподілу максимуму та мінімуму незалежних випадкових величин.</p> <p><i>Рекомендована література: [2], §4.2, [4], §6.2.</i></p>
22	<p><b>Числові характеристики функцій від випадкових величин та векторів.</b> Розглядаються методи знаходження моментних характеристик функцій від випадкових величин та векторів в дискретному і в неперервному випадках.</p> <p><i>Рекомендована література: [2], §4.3, [4], §6.1.</i></p>
23	<p><b>Важливі ймовірнісні розподіли, що застосовуються в задачах математичної статистики.</b> Вводиться низка розподілів, необхідних надалі в курсі математичної статистики — <math>\Gamma</math>-розподіл, розподіл Ерланга, розподіл <math>\chi^2</math>, <math>t</math>-розподіл Стьюдента, <math>F</math>-розподіл Фішера-Снедекора. Знаходяться їх щільності та числові характеристики.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.2.</i></p>
24	<p><b>Види збіжностей випадкових величин.</b> Вводяться основні види збіжностей послідовностей випадкових величин — збіжність майже напевно, збіжність в середньому квадратичному, збіжність в середньому, збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Розглядаються деякі зв'язки між цими видами. Крім того, тут встановлюється нерівність Чебишова, а також деякі споріднені нерівності.</p> <p><i>Рекомендована література: [15], §2.10.</i></p>
25	<p><b>Закони великих чисел та їх застосування.</b> Розглядаються закони великих чисел для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Наводяться застосування цих законів до схеми Бернуллі та до обґрунтування методу Монте-Карло.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §3.3.</i></p>
26	<p><b>Центральна гранична теорема.</b> Розглядаються центральні граничні теореми для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Зокрема, наводиться достатня умова Ляпунова.</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.8.</i></p> <p><i>Завдання на СРС: центральна гранична теорема у формі Ліндеберга.</i></p>
27	<p><b>Застосування центральної граничної теореми в схемі Бернуллі.</b> Встановлюються основні граничні теореми в схемі Бернуллі (інтегральна та локальна теорема Муавра-Лапласа і теорема Пуассона).</p> <p><i>Рекомендована література: [4], §6.8.</i></p>



№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Знаходження ймовірностей випадкових подій на основі формули класичної ймовірності. Це передбачає використання комбінаторних методів, знайомих студентам з курсу дискретної математики. <i>Завдання на СРС: [9], §1.2.</i>
2	Знаходження ймовірностей випадкових подій на основі формули геометричної ймовірності. <i>Завдання на СРС: [9], §1.3.</i>
3	Обчислення умовних імовірностей одних випадкових подій за іншими, а також перевірка незалежності подій. <i>Завдання на СРС: [9], §2.4, §2.5.</i>
4	Знаходження ймовірностей складних подій за допомогою формул додавання та множення ймовірностей. <i>Завдання на СРС: [9], §2.7.</i>
5	Застосування формул повної ймовірності та Байєса для знаходження ймовірностей подій в «двоетапних» експериментах. Обчислення ймовірностей заданої кількості успіхів у схемі Бернуллі та у поліноміальній схемі. <i>Завдання на СРС: [9], §2.7, §2.6.</i>
6	МКР-1: «Основні поняття елементарної теорії ймовірностей».
7	Знаходження рядів розподілу дискретних випадкових величин та щільностей розподілу неперервних випадкових величин. Побудова функцій розподілу випадкових величин. <i>Завдання на СРС: [9], §3.8, §3.9.</i>
8	Знаходження числових характеристик дискретних та неперервних випадкових величин, в тому числі й за допомогою апарату теорії генератрис. <i>Завдання на СРС: [9], §3.11, §3.13.</i>
9	Застосування канонічних дискретних та неперервних законів розподілу до розв'язання практичних задач. <i>Завдання на СРС: [2], §2.3.</i>
10	МКР-2: «Випадкові величини та їх характеристики».
11	Знаходження сумісних рядів розподілу дискретних випадкових векторів та сумісних щільностей розподілу неперервних випадкових векторів. Побудова сумісних функцій розподілу випадкових векторів. Знаходження маргінальних рядів, щільностей та функцій розподілу. <i>Завдання на СРС: [2], §3.1, §3.2.</i>
12	Знаходження числових характеристик випадкових векторів – кореляційних моментів, кореляційних матриць, коефіцієнтів кореляції. Перевірка випадкових величин на некорельованість та незалежність. <i>Завдання на СРС: [2], §3.1, §3.2.</i>
13	Обчислення характеристичних функцій дискретних та неперервних випадкових величин та векторів. Застосування характеристичних функцій до перевірки стійкості законів розподілу відносно композиції та до обчислення моментів. <i>Завдання на СРС: [2], §4.4.</i>
14	Знаходження розподілів (рядів розподілу в дискретному випадку та щільностей розподілу в неперервному) функцій від випадкових величин та векторів. <i>Завдання на СРС: [2], §4.1, §4.2.</i>
15	Знаходження числових характеристик функцій від випадкових величин та векторів в дискретному і в неперервному випадках. <i>Завдання на СРС: [2], §4.3.</i>
16	Застосування нерівності Чебишова. Дослідження збіжності послідовностей випадкових величин. <i>Завдання на СРС: [2], §5.1, [10], §12.2.</i>

17	Перевірка умов виконання законів великих чисел та їх застосування. Застосування центральної граничної теореми і граничних теорем для схеми Бернуллі. <i>Завдання на СРС: [2], §5.1, §5.2.</i>
18	МКР-3. «Граничні теореми теорії ймовірностей»

## 6. Самостійна робота студента

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи та домашньої контрольної роботи;
- підготовка до іспиту.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та іспиту.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше див. за посиланням <https://kpi.ua/code>

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	ДКР	Семестр. атест.
5	5	150	54	36	60	1	1	екзамен

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання ДКР. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях;

- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (ДКР).

#### Відповіді під час практичних занять

- якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
- якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів

Максимальний бал 5.

#### Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота складається з трьох частин

Ваговий бал кожної частини 10

МКР-1 «Основні поняття елементарної теорії ймовірностей»

МКР-2 «Випадкові величини та їх характеристики»

МКР-3 «Граничні теореми теорії ймовірностей»

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 9 – 10 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) 5 – 8 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації 0 – 4 бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів.

Максимальний бал  $10 \times 3 = 30$

#### Домашня контрольна робота

Ваговий бал 4

Домашня контрольна робота виконується і захищається за темою “Випадкові вектори та їх характеристики”. ДКР здається в терміни, встановлені викладачем.

При виконанні менше 60% ДКР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована.

Максимальний бал  $10$  (виконання)+ $5$  (захист)= $15$

#### Штрафні та заохочувальні бали

- несвоєчасне (пізніше ніж на тиждень) подання домашньої контрольної роботи -1 бал
- заохочувальні бали за удосконалення дидактичного матеріалу
- успішна участь у олімпіаді з вищої математики

Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (5 балів)

#### Форма семестрового контролю – екзамен

Ваговий бал кожного завдання 10

На екзамені студенти виконують письмову екзаменаційну роботу. Білет складається з 1 теоретичного питання і 4 практичних завдань.

Критерії оцінювання

- «відмінно»: повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації; повне, безпомилкове розв'язування завдань) 9 – 10 балів;
- «добре»: достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або є незначні неточності 7 – 8 балів;
- «задовільно»: неповна відповідь на завдання (не менше 60%) та є помилки і певні недоліки 5 – 6 балів;
- «незадовільно»: відповідь не відповідає умовам до «задовільно» (незадовільна відповідь, неправильний метод розв'язування) 0 – 4 бали.

Максимальний бал  $10 \times 5 = 50$

**Розмір стартової шкали  $R_C = 50$  балів. Розмір екзаменаційної шкали  $R_E = 50$  бали.**

**Розмір шкали рейтингу  $R = R_C + R_E = 100$  балів.**

### Умови позитивної проміжної атестації.

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

**Студент допускається до екзамену, якщо його рейтинг семестру не менший 30 балів, при цьому він повинен мати зараховані модульні контрольні роботи та ДКР (виконано не менше, ніж на 60%).**

Студенти, які в кінці навчального семестру мають стартовий рейтинг  $R_c < 20$  балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перескладання. Студенти з рейтингом від 20 до 29 балів включно мають можливість добрати бали до допускових шляхом виконання допускової контрольної роботи на останньому тижні навчального семестру.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

#### **9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

#### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

##### **Складено:**

Доцент кафедри МАтаТЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцент Ільєнко А.Б.

**Ухвалено** кафедрою МАтаТЙ (протокол № 11 від 04.06.2021 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 13 від 22.06.2021 р.)