



# ТЕОРІЯ ОПЕРАТОРІВ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ

## Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія операторів та інтегральні рівняння» (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС, 120 годин (36 годин – лекції, 18 годин – практичні, 66 годин – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік, РГР, МКР</i>
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>д. ф.-м. н., проф. Михайлець Володимир Андрійович, e-mail: <a href="mailto:mikhailets@imath.kiev.ua">mikhailets@imath.kiev.ua</a></i> . Практичні / Семінарські: <i>д. ф.-м. н., проф. Михайлець Володимир Андрійович, e-mail: <a href="mailto:mikhailets@imath.kiev.ua">mikhailets@imath.kiev.ua</a></i>
Розміщення курсу	<i>Посилання на дистанційний ресурс (Moodle, Google classroom, тощо)</i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є ознайомлення майбутніх фахівців-математиків з основними поняттями та результатами теорії операторів та методами розв'язання інтегральних рівнянь, що виникають в численних задачах математичної фізики.
Предмет навчальної дисципліни	Основні поняття і твердження функціонального аналізу, теорії операторів, теорії інтегральних рівнянь.
Компетентності	Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК1); Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК2); Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу та прогнозу (ЗК3);

	<p>Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК4);</p> <p>Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації (ЗК5);</p> <p>Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК8);</p> <p>Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем (ФК2);</p> <p>Спроможність розуміти наукові проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК4);</p> <p>Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК6);</p> <p>Здатність сформулювати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, у фінансовій та страховій сферах (ФК13).</p>
<b>Програмні результати навчання</b>	<p>Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики (РН1);</p> <p>Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії (РН2);</p> <p>Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів (РН3);</p> <p>Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики та/або розв'язувати задачі в інших галузях знань методами математичного моделювання (РН7);</p> <p>Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем (РН8);</p> <p>Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел (РН11);</p> <p>Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати (РН13).</p>

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

**Пререквізити:** Дисципліна «Теорія операторів і інтегральні рівняння» є одним із вибіркового курсів професійної підготовки здобувачів першого (бакалавського) рівня спеціальності «Математика», які навчаються за освітньо-професійною програмою «Страхова та фінансова математика». Цей вибіркового компонент доповнює обов'язкові дисципліни циклу професійної підготовки в напрямку аналізу та його застосувань, і знайомить студентів з математичними поняттями та методами, які використовуються для розв'язання інтегральних рівнянь, які виникають, зокрема, в задачах математичної фізики. Дисципліна базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз» та «Функціональний аналіз».

**Постреквізити:** Дисципліна «Теорія операторів і інтегральні рівняння» пов'язана з освітнім компонентом «Методи математичної фізики» та передуює освітньому компоненту «Наукова робота за темою магістерської дисертації».

### 3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Обмежені лінійні оператори.

Тема 2. Лінійні оператори в гільбертовому просторі.

Тема 3. Спектр лінійного оператора.

Тема 4. Компактні лінійні оператори.

Тема 5. Рівняння з компактними операторами.

### 4. Навчальні матеріали та ресурси

#### 1. Базова література.

1. Колмогоров Л. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. – Москва: Наука, 1989. – 624 с.

2. Березанський Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель В. Г. Функціональний аналіз. – Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2014. – 560 с.

3. Люстерник Л. А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа. – Москва.: Высшая школа, 1982. – 272 с.

#### 2. Допоміжна література.

4. Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – Москва: Наука, 1984. – 256 с.

5. Городецкий В. В., Нагнибида Н. И., Настасиев П. П. Методы решения задач по функциональному анализу. – Киев: Вища школа, 1990. – 480 с.

### Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### Очна/дистанційна форма

#### Лекційні заняття

##### Лекція 1. Лінійні неперервні оператори.

Неперервність лінійного оператора в точці і на всьому просторі. Обмеженість і неперервність лінійного оператора. Норма лінійного оператора.

##### Лекції 2-3. Простір лінійних обмежених операторів.

Умови його повноти. Рівномірна і сильна збіжність операторів. Принцип рівномірної обмеженості. Теорема Банаха-Штейнгауза.

##### Лекція 4. Добуток лінійних операторів.

Приклади. Поняття нормованої алгебри.

##### Лекції 5-6. Обернений лінійний оператор.

Приклади. Умови оборотності оператора. Оборотність операторів  $1-A$  і  $A+B$ .

##### Лекція 7. Спряжений оператор.

Приклади. Властивості спряженого оператора.

##### Лекції 8-9. Лінійні оператори в гільбертових просторах.

Білінійні форми. Самоспряжені оператори. Невід'ємні оператори. Напівобмеженість.

### **Лекція 10. Оператори Гільберта-Шмідта.**

Абсолютна норма. Інтегральні оператори Гільберта-Шмідта.

### **Лекція 11. Спектр лінійного оператора.**

Спектр лінійного обмеженого оператора. Точковий спектр. Резольвента лінійного обмеженого оператора. Властивості резольвенти.

### **Лекція 12. Компактні лінійні оператори.**

Властивості компактних операторів. Компактність оператора Гільберта-Шмідта.

### **Лекція 13. Рівняння з компактними операторами.**

Перша і друга теореми Фредгольма. Узагальнення альтернативи Фредгольма на рівняння з компактними операторами.

### **Лекція 14. Інтегральні рівняння Фредгольма.**

Умови компактності інтегральних операторів. Теорія розв'язності інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду. Інтегральні рівняння з виродженими ядрами.

### **Лекція 15. Спектр компактного оператора.**

### **Лекція 16. Спектральний радіус оператора.**

Степеневі ряди з операторними коефіцієнтами. Спектральний радіус лінійного неперервного оператора.

### **Лекція 17. Розв'язування інтегральних рівнянь з виродженим ядром.**

Метод послідовних наближень. Квазінільпотентність операторів Вольтерра.

### **Лекція 18. Залік.**

## **Практичні заняття**

### *Перелік (орієнтовно) практичних занять*

*Практичні заняття 1-2. Лінійні неперервні оператори. Норма оператора.*

*Практичні заняття 3. Збіжність операторів.*

*Практичне заняття 4. Алгебра лінійних неперервних операторів.*

*Практичне заняття 5. Обернений лінійний оператор. Приклади.*

*Практичні заняття 6-7. Спектр лінійного оператора. Приклади.*

*Практичне заняття 8. Розв'язування інтегральних рівнянь з виродженим ядром.*

*Практичне заняття 9. МКР*

## **6. Самостійна робота студента/аспіранта**

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання розрахунково-графічної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до заліку.

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання розрахунково-графічної роботи, підготовку до МКР та заліку.

### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

## **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

*Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР*

*Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.*

*Семестровий контроль: залік*

*Умови допуску до семестрового контролю: виконання РГР, МКР, та семестровий рейтинг не менше 60 балів.*

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

## **9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено:** професор кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей ФМФ, доктор фіз.-мат. наук, професор

Михайлець Володимир Андрійович

**Ухвалено** кафедрою МАтаТІЙ (протокол № 11 від 04.06.2021 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 13 від 22.06,2021 р.)