



# Тригонометричні ряди і лінійні методи підсумовування рядів Фур'є

## Робоча програма кредитного модуля навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	Другий (магістерський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	очна(денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів ECTS, загальний обсяг 150 годин, з них 72 годин аудиторні години (36 лекцій, 36 практичні заняття), 78 годин на самостійну роботу студентів.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/МКР,ДКР
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/">http://rozklad.kpi.ua/</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	<b>Лектор:</b> професор д. ф.-м. н. Задерей Петро Васильович, <a href="mailto:pvzaderey@gmail.com">pvzaderey@gmail.com</a> 067-583-44-34 <b>Практичні:</b> професор д. ф.-м. н. Задерей Петро Васильович, <a href="mailto:pvzaderey@gmail.com">pvzaderey@gmail.com</a> 067-583-44-34
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей: – до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у них прикладної математичної культури; – уміння аналізувати одержані результати, здатності до узагальнення, постановки цілі та вибору шляхів її розв'язання, володіння культурою мислення; – самостійно використовувати і вивчати літературу з математики, здатності до розвитку гнучкості мислення, творчої самостійності та дій.
Предмет навчальної дисципліни	Ряди Фурє, ортогональні ряди, їх властивості, сумовність, застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є.

<b>Компетентності</b>	ЗК4 Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань ФК3 Здатність до використання принципів, методів та організаційних процедур дослідницької та/або інноваційної діяльності ФК 13 Здатність сформулювати у слухачів уявлення про класичні та сучасні математичні теорії, взаємозв'язок та різницю між ними і застосування їх у природничих, економічних та технічних науках, у фінансовій та страховій сферах ФК 16 Володіння знаннями та здатність ініціювати й проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики
<b>Програмні результати навчання</b>	РН 4 Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів РН 8 Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем РН 10 Уміти самостійно планувати виконання дослідницького та/або інноваційного завдання та формулювати висновки за його результатами

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

**Пререквізити:** Даний кредитний модуль ґрунтується на знаннях студентів, набутих при вивченні курсу «Математичний аналіз», «Комплексний аналіз».

**Постреквізити:** Кредитний модуль «Тригонометричні ряди і лінійні методи підсумовування рядів Фур'є» входить до циклу вибіркової підготовки та має важливе значення у підготовці фахівця. Отримані знання використовуються у подальшому в дисципліні «Виконання магістерської дисертації»

## 3.Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<b>Розділ 1. Тригонометричні ряди і ряди Фур'є сумовних функцій</b>				
<i>Тема 1.1. Поняття тригонометричного ряду, спряжені ряди. Комплексна форма тригонометричного ряду</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 1.2. Формули Фур'є. Проблеми теорії рядів Фур'є.Ряди Фур'є парних і непарних функцій. Перетворення Абеля.</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>

<i>Разом за розділом 1</i>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>8</b>
<b>Розділ 2. Ортогональні ряди</b>				
<i>Тема 2.1. Ортогональні ряди. Тригонометрична система.</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 2.2. Ряди Фур'є-Стілт'єса</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 2.3. Повнота тригонометричної системи і її замкнутість. Нерівність Бесселя</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 2.4. Теорема Рісса – Фішера і рівність Парсеваля для тригонометричної системи</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 2.5. Формальні операції над рядами Фур'є. Ряд Фур'є згортки. Інтегрування рядів Фур'є.</i>	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>
<i>Разом за розділом 2</i>	<b>42</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>21</b>
<b>Розділ 3. Ряди Фур'є неперервних і сумовних функцій</b>				
<i>Тема 3.1. Коефіцієнти Фур'є функцій з обмеженою варіацією. Теорема Рімана-Лебега.</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 3.2. Тригонометричні ряди по синусах і косинусах з монотонно спадними коефіцієнтами</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 3.3. Інтегральні формули для частинних сум ряду Фур'є і спряженого ряду.</i>	<b>12</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>6</b>
<i>Разом за розділом 3</i>	<b>28</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>14</b>
<b>Розділ 4. Константи Лебега, їх порядок росту</b>				
<i>Тема 4.1. Константи Лебега. Їх порядок росту.</i>	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>5</b>
<i>Тема 4.2. Критерій збіжності ряду Фур'є.</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 4.3. Приклад неперервної функції з рядом Фур'є розбіжним в одній точці.</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Разом за розділом 4</i>	<b>26</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>13</b>
<b>Розділ 5. Лінійні методи сумування рядів Фур'є</b>				
<i>Тема 5.1. Сумування ряду Фур'є методом Фейєра. Теорема Фейєра – Лебега.</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<i>Тема 5.2. Ядро Пуассона і</i>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>

<i>інтеграл Пуассона</i>				
<i>Тема 5.3. Лінійні методи сумування рядів Фур'є.</i>	8	2	2	4
<i>Тема 5.4. Застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є. Класи Гарді.</i>	8	2	2	4
<i>Разом за розділом 5</i>	32	8	8	16
<i>Екзамен</i>				
<i>Всього годин</i>				

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література

1. E. Stein, R. Shakarchi. Fourier analysis. An introduction // Princeton University Press, Princeton, 2003, 327 pp.
2. Бари Н.К. Тригонометрические ряды. – М.: Физматгиз, 1961. – 936 с. <http://www.ega-math.narod.ru/Books/Bari.htm>
3. Зигмунд А. Тригонометрические ряды: В 2-х т. М.: Мир. 1965. – т. 1. – 615 с.
4. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении: в 2-х т. М.: Мир 1985. – т. 1. – 264 с.

##### Допоміжна література

5. Харди Г. Х. Рогозинский В.В. Ряды Фурье. М.: Физматгиз, 1962. – 156 с.
6. Джексон Д. Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы: М.: Гос.из-во иностр. л-ры. 1948. – 260 с.
7. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. – М.: Наука, 1974. – 480 с

#### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### Очна/дистанційна форма

##### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Поняття тригонометричного ряду. Зв'язок між тригонометричними і степеневими рядами. Спряжені ряди. Комплексна форма тригонометричного ряду. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 1, 2, 3
2	Формули Фур'є. Проблеми теорії рядів Фур'є. Ряди Фур'є – Лебега. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій. Перетворення Абеля. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 4, 5, 6, 7, 8
3	Ряд Фур'є за ортогональною системою. Повнота ортогональної системи. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 9, 10
4	Ряди Фур'є – Стілт'єса <i>Рекомендована література:</i> [1], [3], гл. 1. § 5

5	Повнота тригонометричної системи та її замкнутість. Нерівність Бесселя <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 11-15.
6	Теорема Рісса – Фішера і рівність Парсевалю для тригонометричної системи. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 16-18
7	Формальні операції над рядами Фур'є. Ряд Фур'є згортки. Інтегрування рядів Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 23, 24.
8	Коефіцієнти Фур'є функцій з обмеженою варіацією. Теорема Рімана – Лебега <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. § 22. [2], гл. 2. §4
9	Тригонометричні ряди по синусах і косинусах з монотонно спадними коефіцієнтами. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. § 30.
10	Інтегральні формули для частинних сум ряду Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. § 31, [2], гл. 2. §5
11	Інтегральні формули для частинних сум спряженого ряду Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 31, 32, 35, [2], гл. 2. §5
12	Константи Лебега. Порядок їх росту. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §35, [2], гл. 2. §12
13	Критерій збіжності ряду Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 37-39
14	Приклад неперервної функції з рядом Фур'є розбіжним в одній точці. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 45, 46
15	Сумування ряду Фур'є методом Фейера. Теорема Фейера – Лебега. <i>Рекомендована література:</i> [1], [2], гл. 1. §§ 47-49
16	Ядро Пуассона і інтеграл Пуассона. <i>Рекомендована література:</i> [2], гл. 1. §§ 54, 55
17	Лінійні методи сумування рядів Фур'є. <i>Рекомендована література:</i> [3], гл. 3. §§ 1, 2
18	Застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є. Класи Гарді. <i>Рекомендована література:</i> [1], [3], гл. 7. §§ 1, 2, 6.

### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Поняття тригонометричного ряду. Зв'язок між тригонометричними і степеневими рядами. Спряжені ряди. Комплексна форма тригонометричного ряду. <i>Завдання для СРС</i> [3], гл. 1. § 1
2	Формули Фур'є. Проблеми теорії рядів Фур'є. Ряди Фур'є – Лебега. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій. Перетворення Абеля. Класи $L_p$ . Збіжність в $L_p$ . <i>Завдання для СРС</i> [5], гл. 1. §§ 15, 16
3	Ряд Фур'є за ортогональною системою. Повнота ортогональної системи. Ортогональні системи в $L_2$ . Приклади ортогональних систем. <i>Завдання для СРС</i> [5], гл. 1. §§ 1.9 – 1.11
4	Ряди Фур'є – Стілтєса. Функції обмеженої варіації. <i>Завдання для СРС</i> [7], гл. 8. §§ 3, 5, 6.
5	Повнота тригонометричної системи та її замкнутість. Нерівність Бесселя. Про ряди і інтеграли

	<i>Завдання для СРС [3], гл. 1. §§ 6-8.</i>
6	<b>Теорема Рісса – Фішера і рівність Парсеваля для тригонометричної системи.</b> <i>Завдання для СРС [5], гл. 2. §§ 2.7, 2.8</i>
7	<b>Формальні операції над рядами Фур'є. Ряд Фур'є згортки. Інтегрування рядів Фур'є. Один спеціальний тригонометричний ряд</b> <i>Завдання для СРС [5], гл. 2. §§ 2.7, 2.8</i>
8	<b>Коефіцієнти Фур'є функцій з обмеженою варіацією. Теорема Рімана – Лебега. Диференціювання і інтегрування рядів Фур'є сумовних функцій.</b> <i>Завдання для СРС [3], гл. 2. §§ 2, 3</i>
9	<b>Тригонометричні ряди по синусах і косинусах з монотонно спадними коефіцієнтами.</b> <i>Завдання для СРС [5], гл. 3. §§ 3.10, 3.11</i>
10	<b>Інтегральні формули для частинних сум ряду Фур'є. Додаткові формули для частинних сум.</b> <i>Завдання для СРС [3], гл. 2. § 7.</i>
11	<b>Інтегральні формули для частинних сум спряженого ряду Фур'є. Ознака Дірихле-Жордана.</b> <i>Завдання для СРС [3], гл. 2. § 8</i>
12	<b>Константи Лебега. Порядок їх росту. Константи Лебега для середніх Вале-Пуссена</b> <i>Завдання для СРС [2], гл. 7. §§ 2, 3.</i>
13	<b>Критерій збіжності ряду Фур'є. Ознака Салема збіжності ряду Фур'є.</b> <i>Завдання для СРС [2], гл. 5. § 14.</i>
14	<b>Приклад неперервної функції з рядом Фур'є розбіжним в одній точці. Ряди Фур'є в точках розриву першого роду.</b> <i>Завдання для СРС [2], гл. 3. § 9.</i>
15	<b>Сумування ряду Фур'є методом Фейера. Теорема Фейера – Лебега.</b> <i>Завдання для СРС [5], гл. 5. § 5.2.</i>
16	<b>Ядро Пуассона і інтеграл Пуассона. Сумовність спряжених рядів</b> <i>Завдання для СРС [5], гл. 5. § 5.9.</i>
17	<b>Лінійні методи сумування рядів Фур'є. Метод Вале-Пуссена.</b> <i>Завдання для СРС [2], гл. 7. §§ 2, 3.</i> <b>Застосування методів теорії аналітичних функцій в теорії рядів Фур'є. Класи Гарді. Збіжність в середньому рядів Фур'є і спряжених до них.</b> <i>Завдання для СРС [3], гл. 7. § 6.</i>
18	МКР

## 6. Самостійна робота студента

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- підготовка до модульної контрольної роботи
- написання домашньої контрольної роботи
- підготовка до іспиту.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та іспиту.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### 1. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семе стр	Навчальний час		Розподіл навчальних годин				Контрольні заходи		
	кредити	акад. год.	Лекц.	Практич.	Лаб. роб.	СРС + Екз.	МКР	ДКРР	Семестрова атестація
1	5	150	36	36	-	78	1	1	екз.

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за

- 1) відповіді на практичних заняттях;
- 2) модульну контрольну роботу ;
- 3) домашню контрольну роботу (ДКР)
- 4) відповідь на екзамені.

**Розмір стартової шкали  $R_C = 50$  балів.**

**Розмір екзаменаційної шкали  $R_E = 50$  бали.**

**Розмір шкали рейтингу  $R = R_C + R_E = 100$  балів.**

#### Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання

##### 1. Робота на практичних заняттях

Ваговий бал –5. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 15 балів.

0.0 – відмова від відповіді, незнання необхідного теоретичного матеріалу;

0.5 – знання окремих фрагментів з теоретичного матеріалу, невміння їх застосовувати;

1.0 – знання окремих фрагментів теоретичного матеріалу, вміння деякі з них застосовувати;.

1.5 – поверхнєве знання теоретичного матерiалу, розв'язування задачi за допомогою викладача;  
2.0 – добре знання теоретичного матерiалу, вмiння його застосовувати;

2.5 – досконале знання теоретичного матерiалу, майже самостiйне розв'язування задачi

#### 2. Модульний контроль

Ваговий бал -30. Максимальна кiлькiсть балiв дорiвнює 30 балiв.

Критерiй оцiнювання МКР:

вiдсутнiсть на контрольнiй роботi – 0 балiв,

оцiнка МКР (в балах) дорiвнює величинi вiдсотка (вiд максимальнiй кiлькостi балiв 30) її виконання.

При виконання < 60% контрольна робота не зараховується.

#### 3. ДКР.

Ваговий бал – 15.

Критерiй оцiнювання:

Невиконання ДКР – 0 балiв. ДКР виконується i захищається частинами.

Оцiнка ДКР (у балах) дорiвнює величинi вiдсотка (вiд максимальнiй кiлькостi балiв 15) її виконання.

При виконаннi менше 60% ДКР вона не зараховується i повинна бути доопрацьована.

За несвоєчасне (пiзнiше нiж на тиждень) подання ДКР зараховується не бiльше 60% .

#### 4. Вiдповiдь на екзамеn

Ваговий бал – 50.

Кiлькiсть рейтингових екзаменацiйних балiв дорiвнює величинi вiдсотка (вiд максимального балу 50) виконання екзаменацiйної роботи. При виконаннi менше 60% (<30 балiв)

екзаменацiйної роботи вона не зараховується i повинна бути написана повторно.

Заохочувальнi бали нараховуються за успiшний виступ на математичнiй олімпіаді (максимально 5 балiв за семестр).

#### **Умови позитивної промiжної атестацiї.**

Для отримання “зараховано” з першої промiжної атестацiї (8 тиждень) студент повинен мати не менше нiж 50% вiд запланованої кiлькостi балiв. Для отримання “зараховано” з другої промiжної атестацiї (14 тиждень) студент повинен також мати на менше нiж 50% вiд запланованої кiлькостi балiв.

У разi неможливостi написання з поважних причин модульної контрольної роботи, йому надається можливiсть переписати її протягом двох наступних тижнiв.

Перескладання позитивної пiдсумкової семестрової атестацiї з метою її пiдвищення не допускається.

**Студент допускається до екзамену, якщо його рейтинг семестру не менший 30 балiв, при цьому вiн має хоча б одну позитивну атестацiю, зарахованi модульнi контрольнi роботи та ДКР (якi виконано не менше, нiж на 60%).**

Якщо рейтинг семестру менший 30 балiв, студент може написати допускову контрольну роботу.

При успiшному (не менше 60% правильно розв'язаних задач) її написаннi рейтинг семестру дорiвнюватиме 30 балам.



**Таблиця переведення рейтингової оцінки R з навчальної дисципліни**

$R = R_C + R_E$	Оцінка ECTS	Традиційна оцінка
$95 \leq R \leq 100$	A	відмінно
$85 \leq R \leq 94$	B	дуже добре
$75 \leq R \leq 84$	C	добре
$65 \leq R \leq 74$	D	задовільно
$60 \leq R \leq 64$	E	достатньо
$30 \leq R \leq 59$	Fx	незадовільно
$R_C < 30$ або не виконані інші умови допуску до екзамену	F	не допущений

## 2. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom, онлайн-дошки Jamboard та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

#### **Складено:**

Професор кафедри МАтаТЙ, доктор фіз.-мат. наук, Задерей Петро Васильович

**Ухвалено** кафедрою МА та ТЙ (протокол № 11 від 04.06.2021 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 13 від 22.06.2021р.)