



Актуарна математика

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Другий (магістерський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС (18 годин – Лекції, 36 годин – Практичні, 66 годин – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>залік</i>
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д. фіз.-мат. наук, доцент Василик Ольга Іванівна, vasylyk@matan.kpi.ua , +380978772870 Практичні / Семінарські: д. фіз.-мат. наук, доцент Василик Ольга Іванівна, vasylyk@matan.kpi.ua , +380978772870
Розміщення курсу	Електронний кампус КПІ https://campus.kpi.ua/ , сайт кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей ФМФ http://matan.kpi.ua/uk/

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	<i>Метою дисципліни «Актуарна математика» є засвоєння основних принципів моделювання, які застосовуються в актуарній практиці; ознайомлення з детермінованими моделями, які можна використовувати для моделювання та оцінки відомих грошових потоків, та з ймовірнісними моделями, які залежать від смерті, виживання або інших невизначених ризиків у страхуванні.</i>
Предмет навчальної дисципліни	<i>Основні поняття страхової справи, галузі, форми і види страхування, математичні моделі тривалості життя, страхування життя, страхові ануїтети, разові нетто-премії, періодичні нетто-премії, резерви нетто-премій, кратні декременти, страхування групи осіб, компоненти страхового тарифу, оцінювання ймовірності страхової події, та отримують навички виконання актуарних розрахунків.</i>
Компетентності	<i>Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК1);</i>

Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК2);

Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК3);

Здатність генерувати нові ідеї й нестандартні підходи до їх реалізації (ЗК5);

Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК8);

Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК1);

Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем (ФК2);

Спроможність розуміти наукові проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК4);

Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК5);

Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК6);

Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК8);

Здатність розв'язувати прикладні задачі аналізу даних математичними методами та методами комп'ютерної статистики і обирати для цього адекватні математичні засоби (ФК10);

Здатність проводити обчислення в рамках математичних моделей та застосовувати для цього необхідні та адекватні математичні та комп'ютерні методи, здібність пояснювати у математичних термінах результати, отримані під час підрахунків, та інтерпретувати їх у рамках даної предметної області (ФК12);

Здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в учбових закладах тощо (ФК14).

Програмні результати навчання

Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики (РН1);

Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії (РН2);

Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів (РН3);

Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики та/або розв'язувати задачі в інших галузях знань методами математичного моделювання (РН7);

Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем (РН8);

Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел (PH11);

Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей (PH12);

Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати (PH13);

Знати головні результати та сфери застосувань основних математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні: фінансової та актуарної математики, методів математичної економіки та імітаційного моделювання, комп'ютерної статистики (PH14);

Уміти здійснювати раціональний вибір відповідних методів, прийомів та алгоритмів з використанням інформаційних технологій для розв'язання організаційно-управлінських задач (PH16).

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Освітній компонент “Актуарна математика” є одним із вибіркових курсів професійної підготовки здобувачів другого (магістерського) рівня спеціальності “Математика”, які навчаються за освітньо-професійною та освітньо-науковою програмами “Страхова та фінансова математика”. Цей вибірковий компонент доповнює обов’язкові дисципліни циклу професійної підготовки в напрямку теорії ймовірностей, математичної статистики та їх застосувань, і дає систематизоване детальне викладення основ актуарної математики. Дисципліна викладається в другому семестрі першого курсу підготовки магістрів і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Основи фінансової математики», «Теорія ймовірностей», «Основи математичної статистики», які вивчаються на бакалаврському рівні вищої освіти за освітньою програмою «Страхова та фінансова математика». Ця дисципліна має глибокі логічні зв’язки з такими дисциплінами навчального плану підготовки магістрів як “Фінансова математика фондового ринку”, “Методи математичної економіки”.

Постреквізити: Дисципліна “Актуарна математика” передує освітнім компонентам «Наукова робота за темою магістерської дисертації», «Практика»/«Науково-дослідна практика».

3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
1	2	3	4	5
Тема 1. Вступ до актуарної математики. Математика складних відсотків	10	2	4	4
Тема 2. Математичні моделі тривалості життя	10	2	4	4
Тема 3. Страхування життя	10	2	4	4
Тема 4. Довічні ануїтети	10	2	4	4
Тема 5. Нетто-премії	12	2	4	6
Тема 6. Резерви нетто-премій	12	2	4	6
Домашня контрольна робота	10	-	-	10
Тема 7. Кратні декременти	12	2	4	6
Тема 8. Страхування життя декількох осіб	10	2	2	6
Тема 9. Навантаження і витрати	8	2	2	4

Модульна контрольна робота	8	-	2	6
Залік	8	-	2	6
Всього годин	120	18	36	66

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Василик О.І. *Актуарна математика. Електронний конспект лекцій.* <https://campus.kpi.ua/>
2. Оленко А.Я. *Збірник задач з актуарної математики.* - К., 2005.
3. Пономаренко О.І. *Основи математики фінансів і страхування.* – Київ, 2004.
4. Bowers, N. L.; Gerber, H. U.; Hickman, J. C. *Actuarial mathematics.* - Society of Actuaries, 1997.
5. Dickson, David C M, Mary R Hardy, and Howard R Waters. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks. International Series on Actuarial Science. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2020.*
6. Promislow, S David. *Fundamentals of Actuarial Mathematics. 3rd ed. Chichester: John Wiley, 2015.*

Додаткова література

7. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. *Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці.* – К., 1995.
8. Booth P.; Chadburn R.; Cooper D.; Haberman S.; James D. *Modern Actuarial Theory and Practice.* - Chapman & Hall/CRC, 1999.
9. Menge, W.O.; Fischer, C.H. *The Mathematics of Life Insurance* – New York : Ulrich, 1985.
10. Scott, William F. *Life Assurance Mathematics.* Edinburgh: Heriot-Watt University, 1999.
11. Гербер Х. *Математика страхування життя.* – М.: Мир, 1995.
12. Фалин Г. И., Фалин А. И. *Актуарная математика в задачах.* — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

Інформаційні ресурси

13. <https://www.actuaries.org.uk/studying/curriculum/actuarial-mathematics/resources-subject-cm1-actuarial-mathematics>
14. <https://www.actuaries.org.uk/studying/curriculum/actuarial-mathematics/resources-subject-cm2-financial-engineering-and-loss-reserving>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очна/дистанційна форма

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Вступ до актуарної математики. Математика складних відсотків. Основні поняття страхування. Галузі, форми і види страхування. Основні завдання та перспективи актуарної математики. Математика складних відсотків. Фактичні і

	<p>номінальні відсоткові ставки. Коефіцієнти нарощення та дисконтування. Ануїтети. Класифікація ануїтетів. Розрахунки у математичних моделях на основі складних відсотків. Математичні моделі повернення кредитів. Використання техніки дисконтування для порівняння інвестиційних проєктів. Внутрішня норма прибутку.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 3]</p>
2	<p>Математичні моделі тривалості життя. Тривалість майбутнього життя індивіда. Математична модель. Обмежена тривалість подальшого життя. Сила смертності. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Методи оцінювання сили смертності. Побудова таблиць тривалості життя. Розрахунки у математичних моделях тривалості життя.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 5,]</p>
3	<p>Страховання життя.</p> <p>Елементарні типи страхування життя. Загальні типи страхування життя. Типові розрахунки у математичних моделях основних типів страхування. Стандартні типи змінних страхувань.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .</p>
4	<p>Довічні ануїтети. Елементарні типи ануїтетів. Чисте дожиття, довічний та відстрочений довічний ануїтети: разові нетто-премії. Співвідношення між звичайними та авансовими довічними ануїтетами. Дробові ануїтети. Змінні ануїтети. Виплати, що починаються з дробового віку.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .</p>
5	<p>Нетто-премії. Поняття нетто-премії. Нетто-премії для елементарних типів страхування життя з виплатами в момент смерті. Нетто-премії для стандартних типів змінного страхування життя. Принцип еквівалентності. Співвідношення між змінними страхуванням та змінними ануїтетами. Дробові нетто-премії. Нетто-премії для елементарних видів страхування.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .</p>
6	<p>Резерви нетто-премій. Поняття резерву нетто-премій. Перспективний та ретроспективний методи розрахунку резерву нетто-премій. Рекурентні співвідношення для резервів нетто-премій. Премія ризику та премія заощаджень. Ризик виживання. Резерви нетто-премій при дробових термінах. Резерви для полісів з дробовими преміями, резерви нетто-премій в неперервних моделях. Резерви нетто-премій при дробових строках.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .</p>
7	<p>Кратні декременти. Модель кратних декрементів. Резерви у випадку кратних декрементів.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .</p>
8	<p>Страховання життя декількох осіб. Математичні моделі страхування життя двох осіб. Моделі страхування життя групи осіб. Стани спільного життя та виживання останнього. Загальні симетричні стани. Стан сумісного життя.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .</p>
9	<p>Навантаження і витрати. Класифікація витрат страхової компанії. Розподіл витрат та збитків за роками договору страхування. Навантаження на витрати.</p>

	<p>Премія, навантажена на витрати. Математичні моделі, що враховують витрати страхової компанії.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6].</p>
--	---

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1-2	<p>Математика складних відсотків. Основні поняття страхування. Галузі, форми і види страхування. Основні завдання та перспективи актуарної математики. Математика складних відсотків. Фактичні і номінальні відсоткові ставки. Коефіцієнти нарощення та дисконтування. Ануїтети. Класифікація ануїтетів. Розрахунки у математичних моделях на основі складних відсотків. Математичні моделі повернення кредитів. Використання техніки дисконтування для порівняння інвестиційних проектів. Внутрішня норма прибутку.</p> <p><i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12]</p>
3-4	<p>Математичні моделі тривалості життя. Тривалість майбутнього життя індивіда. Математична модель. Обмежена тривалість подальшого життя. Сила смертності.</p> <p>Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Методи оцінювання сили смертності. Побудова таблиць тривалості життя. Розрахунки у математичних моделях тривалості життя.</p> <p><i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12]</p>
5-6	<p>Страхування життя.</p> <p>Елементарні типи страхування життя. Загальні типи страхування життя. Типові розрахунки у математичних моделях основних типів страхування. Стандартні типи змінних страхувань.</p> <p><i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12].</p>
7-8	<p>Довічні ануїтети. Елементарні типи ануїтетів. Чисте дожиття, довічний та відстрочений довічний ануїтети: разові нетто-премії. Співвідношення між звичайними та авансовими довічними ануїтетами. Дробові ануїтети. Змінні ануїтети. Виплати, що починаються з дробового віку.</p> <p><i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12].</p>
9-10	<p>Нетто-премії. Поняття нетто-премії. Нетто-премії для елементарних типів страхування життя з виплатами в момент смерті. Нетто-премії для стандартних типів змінного страхування життя. Принцип еквівалентності. Співвідношення між змінними страхуванням та змінними ануїтетами. Дробові нетто-премії. Нетто-премії для елементарних видів страхування.</p> <p><i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12].</p>
11-12	<p>Резерви нетто-премій. Поняття резерву нетто-премій. Перспективний та ретроспективний методи розрахунку резерву нетто-премій. Рекурентні співвідношення для резервів нетто-премій. Премія ризику та премія заощаджень.</p>

	Ризик виживання. Резерви нетто-премій при дробових термінах. Резерви для полісів з дробовими преміями, резерви нетто-премій в неперервних моделях. Резерви нетто-премій при дробових строках. <i>Рекомендована література:</i> [1, 2, 4, 5, 6] .
13-14	Кратні декременти. Модель кратних декрементів. Резерви у випадку кратних декрементів. <i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12]
15	Страховання життя декількох осіб. Математичні моделі страхування життя двох осіб. Моделі страхування життя групи осіб. Стани спільного життя та виживання останнього. Загальні симетричні стани. Стан сумісного життя. <i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12]
16	Навантаження і витрати. Класифікація витрат страхової компанії. Розподіл витрат та збитків за роками договору страхування. Навантаження на витрати. Премія, навантажена на витрати. Математичні моделі, що враховують витрати страхової компанії. <i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12]
17	Модульна контрольна робота. <i>Завдання для СРС:</i> [2, 3, 12]
18	Залік

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;*
- виконання домашньої контрольної роботи;*
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;*
- підготовка презентацій доповідей;*
- підготовка до заліку.*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та заліку.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	ДКР	Семестр. атест.
2	4	120	18	36	66	1	1	залік

На першому занятті студенти ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf

Зокрема, рейтинг студента з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально 50 балів) та залікових балів (максимально 50 балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Рейтингова система оцінювання включає такі види тестування: домашня контрольна робота, модульна контрольна робота,

Рейтинг аспіранта з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- написання модульної контрольної роботи;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- відповіді на заліку.

Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання:

Метод оцінювання	Кількість	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Домашня контрольна робота	1	18	30
Модульна контрольна робота	1	12	20
Стартовий рейтинг		30	50
Залік	1	30	50
Підсумковий рейтинг		60	100

Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

<i>100...95</i>	<i>Відмінно</i>
<i>94...85</i>	<i>Дуже добре</i>
<i>84...75</i>	<i>Добре</i>
<i>74...65</i>	<i>Задовільно</i>
<i>64...60</i>	<i>Достатньо</i>
<i>Менше 60</i>	<i>Незадовільно</i>
<i>Стартовий рейтинг менше 30 балів</i>	<i>Не допущено</i>

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

Доцент кафедри МАтаТЙ, д-р. фіз.-мат. наук, Василик О.І.

Ухвалено кафедрою МАтаТЙ (протокол № 11 від 4.06.2021 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 13 від 22.06.2021 р.)