



# ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Математика</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>II курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЕКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>іспит</i>
Розклад занять	<i><a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ViewSchedule.aspx?v=a426f883-a7e7-43ff-b968-758d4a5b9f7d">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ViewSchedule.aspx?v=a426f883-a7e7-43ff-b968-758d4a5b9f7d</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: д.ф.-м.н., професор Михайлець Володимир Андрійович <a href="mailto:mikhailets@imath.kiev.ua">mikhailets@imath.kiev.ua</a> д.ф.-м.н., професор Клесов Олег Іванович, <a href="mailto:klesov@matan.kpi.ua">klesov@matan.kpi.ua</a> Практичні / Семінарські: Михайлець Володимир Андрійович <a href="mailto:mikhailets@imath.kiev.ua">mikhailets@imath.kiev.ua</a> д.ф.-м.н., професор Клесов Олег Іванович, <a href="mailto:klesov@matan.kpi.ua">klesov@matan.kpi.ua</a></i>
Розміщення курсу	

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<b>Цілі дисципліни</b>	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у аспірантів прикладної математичної культури;</li> <li>– використовувати методи лінійної алгебри, математичного аналізу, теорії ймовірностей у задачах мікроекономіки;</li> <li>– уміння аналізувати одержані результати, здатності до узагальнення, постановки цілі та вибору шляхів її розв'язання, володіння культурою мислення;</li> <li>– самостійно використовувати і вивчати літературу з математики та мікроекономіки, здатності до розвитку гнучкості мислення, творчої самостійності та дій.</li> </ul>
<b>Предмет навчальної дисципліни</b>	<p>Основні класи випадкових процесів: відповідно до часового аргументу (дискретний, неперервний, багатовимірний); а також відповідно до кореляційних властивостей (стаціонарні, з ортогональними значеннями, мартингали).</p>
<b>Компетентності</b>	<p>ЗК1: Здатність проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових та складних ідей</p> <p>ЗК3: Здатність креативно (творчо) мислити, розробляти та реалізовувати проекти, включаючи власні дослідження</p> <p>ФК1: Здатність самостійно виконувати науково-дослідну діяльність у галузі математики та статистики з використанням сучасних теорій, методів та інформаційно-комунікаційних технологій і дотриманням належної академічної доброчесності</p> <p>ФК2: Здатність адаптувати і узагальнювати результати сучасних досліджень в галузі математики та статистики для вирішення наукових і практичних проблем</p> <p>ФК3: Здатність проводити теоретичні й експериментальні дослідження, математичне й комп'ютерне моделювання для перевірки математичних гіпотез та отримання результатів</p> <p>ФК4: Здатність до оцінки адекватності математичної моделі об'єкту за допомогою аналітичного дослідження та імітаційного моделювання;</p>
<b>Програмні результати навчання</b>	<p>РН1 Знати сучасні тенденції, напрямки, наукові концепції та закономірності розвитку світової та вітчизняної науки, основні математичні та статистичні наукові школи, їх теоретичні та прикладні розробки</p> <p>РН10 Уміти застосовувати знання основ аналізу та синтезу в різних предметних областях, критичного осмислення й розв'язання науково-дослідних проблем</p> <p>РН13 Уміти організовувати і проводити науково-дослідну, інноваційну та освітню діяльність в обраній науковій спеціальності – математиці та статистиці</p> <p>РН14 Уміти розв'язувати теоретичні та прикладні математичні проблеми з використанням базових знань математики та статистики та базових загальних знань з різних природничих та соціальних наук</p> <p>РН15 Уміти приймати рішення у своїй професійній діяльності, демонструвати авторитетність, високий ступінь самостійності</p> <p>РН16 Вдосконалюватися шляхом навчання упродовж всього життя для професійного зростання, підтримки й розвитку</p>

загальних та спеціальних фахових компетентностей PH17 Уміти адаптувати, інтерпретувати та узагальнювати результати сучасних математичних та статистичних досліджень для розв'язання теоретичних та прикладних проблем
--

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Освітній компонент “ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ” є одним із завершальних курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності “Математика”.

## 3. Зміст навчальної дисципліни

*Кредитний модуль включає наступні теми*

### **Розділ 1. Процеси з дискретним часом.**

Тема 1.1. Суми незалежних випадкових величин.

Тема 1.2. Граничні розподіли сум незалежних випадкових величин.

Тема 1.3. Граничні теореми, які виконуються майже напевно.

### **Розділ 2. Процеси з дискретним багатовимірним параметром**

Тема 2.4. Умови збіжності кратних рядів.

Тема 2.5. Підсилений закон великих чисел для кратних сум випадкових величин.

Тема 2.6. Теорема відновлення для багатовимірного часу.

### **Розділ 3. Процеси з неперервним часом.**

Тема 3.7. Процеси Леві.

Тема 3.8. Верхні та нижні функції для процесів Леві.

### **Розділ 4. Випадкові процеси з залежністю**

Тема 4.9. Слабка збіжність у метричних просторах

Тема 4.10. Теорема Прохорова та застосування

Тема 4.11. Слабка збіжність у просторі неперервних функцій

Тема 4.12. Теорема Донскера та застосування

Тема 4.13. Флуктуації часткових сум та емпіричні процеси

Тема 4.14. Слабка збіжність у просторі функцій без розривів другого роду

Тема 4.15. Топологія Скорохода та граничні теореми

Тема 4.16. Граничні теореми для процесів з перемішуванням

Заплановано **практичні заняття** для поглибленого вивчення окремих розділів курсу. На практичних заняттях аспіранти навчаються розв'язувати задачі з відповідних тем курсу.

## 4. Навчальні матеріали та ресурси

1. Петров В.В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. // Петров В.В. – М., Наука, 1987. – 252 с. (переклад англійською: V.V.Petrov, Limit theorems of probability theory, Clarendon Press, Oxford, 1995, 300 pp.)

2. Клесов О.І. Граничні теореми для кратних сум випадкових величин // Клесов О.І., ТВіМС, Київ, 2014. – 404 стор. (переклад англійською: O.I.Klesov, Limit Theorems for Multi-Indexed Sums of Random Variables, Springer, Cham, 2014, 430 pp.)

3. Kyprianou A.E. Introductory lectures on fluctuations of Levy processes with applications // Kyprianou A.E., Springer, Berlin, 2006. – 386с.

4. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер // М., Наук, 1977, 352 стр. (англ. оригинал: P. Billingley, Convergence of probability measures, second edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1977, 285 pp.)

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
1.1	Суми незалежних випадкових величин <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 3.
1.2.	Граничні розподіли сум незалежних випадкових величин <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 4.
1.3.	Граничні теореми, які виконуються майже напевно <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 6.
2.4.	Умови збіжності кратних рядів <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 5.
2.5.	Підсилений закон великих чисел для кратних сум випадкових величин <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 4.
2.6.	Теорема відновлення для багатовимірною часу <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 11.
3.7.	Процеси Леві <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ 1.
3.8.	Верхні та нижні функції для процесів Леві <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ 5.
4.9.	Слабка збіжність у меричних просторах <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 1, розділи 3-6.
4.10.	Теорема Прохорова та застосування <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 1, розділи 4-7.
4.11.	Слабка збіжність у просторі неперервних функцій <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 2, розділи 8-9.
4.12.	Теорема Донскера та застосування <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 2, розділи 10-11.
4.13.	Флуктуації часткових сум та емпіричні процеси <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 2, розділи 12-13.
4.14.	Слабка збіжність у просторі функцій без розривів другого роду <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 3, розділи 14-15.
4.15.	Топологія Скорохода та граничні теореми <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 3, розділи 16-18.
4.16.	Граничні теореми для процесів з перемішуванням <i>Рекомендована література:</i> [4], глава 4, розділи 19-20.

#### 5. Практичні заняття.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.1-1.3	Граничні теореми для сум незалежних випадкових величин.

	Завдання СРС: [1], розділ 1, стор. 12-16, [9], розділ 1, стор. 17-28
2.4-2.6	Граничні теореми для сум кратних випадкових величин. Завдання СРС: [9], розділ 5, стор. 174-175.
3.7-3.8	Граничні теореми для процесів відновлення Завдання СРС: [9], розділ 5, стор. 176-178.
4.9-4.10	Слабка збіжність у метричних просторах Завдання СРС: [4], глава 1.
4.11-4.13	Слабка збіжність у просторі неперервних функцій Завдання СРС: [4], глава 2.
4.14-4.15	Топологія Скорохода та граничні теореми Завдання СРС: [4], глава 3.
4.16	Граничні теореми для процесів з перемішуванням Завдання СРС: [4], глава 4
	МКР

## 6. Самостійна робота аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять
- виконання розрахунково-графічної роботи,
- виконання модульної контрольної роботи.
- підготовка до МКР та екзамену

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

**Рекомендовані методи навчання:** вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт

Аспіранту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять та до іспиту.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf)

Зокрема, рейтинг здобувача з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально **50** балів) та екзаменаційних балів (максимально **50** балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний\письмовий), МКР; індивідуальне завдання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, виконання індивідуального завдання, відповідь на екзамені. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання індивідуального завдання (РГР);
- відповіді на екзамені (письмової екзаменаційної роботи).

#### Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 1 (може бути відкорегований в залежності від кількості запланованих занять)

- якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
- якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів;

Максимальний бал 10.

#### Модульна контрольна робота

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Максимальний бал 20

#### Індивідуальне завдання (Розрахунково-графічна робота)

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Виконання РГР може бути замінено на підготовку тез на наукову конференцію.

Максимальний бал 20

#### Умови допуску до екзамену.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів. Здобувач, який в кінці навчального семестру мають менше балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перекладання.

#### Форма семестрового контролю – іспит

На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних запитання (завдання) і одне практичне. Кожне теоретичне запитання (завдання) оцінюється у 15 балів, а практичне у 20 балів за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання) – 14-15; 18-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями) – 11-13; 16-17 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками) – 9-10; 10-15 балів
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційної форми навчання у РСО відбуваються наступні зміни:

- Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle, зокрема у вигляді тестових контрольних робіт.
- Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру  $R_C$  встановлюється на рівні 50 балів.
- Допусковий бал до екзамену  $R_D$  встановлюється на рівні 30 балів.
- Сума балів  $R_I$ , набрана протягом семестру згідно затвердженого РСО, повідомляється на останньому практичному занятті.
- У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити  $R_I$  шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового
- Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю.
- Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}.$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено проф. Клесовим О.І., Михайлецем В.А.

Ухвалено кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 1 від 27.08.2020 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету ФМФ (протокол № 1 від 02.09.2020 р.)