



ОПЕРАТОРНІ ПІВГРУПИ ТА ОСНОВИ НЕСКІНЧЕННОВИМІРНОГО АНАЛІЗУ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Математика</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>I курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>6 кредитів ЕКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>іспит</i>
Розклад занять	<i>http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ViewSchedule.aspx?v=9ac5351c-7fc4-402f-adbb-5bc5673dd961</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: д.ф.-м.н., професор Богданський Юрій Вікторович, bogd__@ukr.net Практичні / Семінарські: д.ф.-м.н., професор Богданський Юрій Вікторович, bogd__@ukr.net</i>
Розміщення курсу	

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:</p> <ul style="list-style-type: none"> – до необхідної інтуїції та ерудиції в сучасній теорії однопараметричних операторних півгруп та їх застосувань; – використовувати методи теорії операторних півгруп та нескінченновимірного аналізу в теоретичних дослідженнях; – аналізувати одержані результати, здатності до узагальнення, постановки цілі та вибору шляхів її розв'язання, володіння культурою мислення; – самостійно використовувати і вивчати літературу з математики, здатності до розвитку гнучкості мислення, творчої самостійності та дій.
Предмет навчальної дисципліни	<p>Базові поняття та конструкції теорії однопараметричних операторних півгруп в банаховому просторі, приклади застосувань. Особливості диференціального числення для функцій нескінченновимірного аргументу та деякі аспекти інтегрального числення за неінваріантними мірами.</p>
Компетентності	<p>ЗК1 Здатність проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових та складних ідей</p> <p>ЗК2 Здатність до абстрактного мислення, аналізу, синтезу та оцінки сучасних наукових досягнень, генерування нових знань при вирішенні дослідницьких і практичних завдань</p> <p>ЗК5 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел</p> <p>ЗК10 Здатність працювати в колективі, формувати позитивні відношення з колегами</p> <p>ФК1 Здатність самостійно виконувати науково-дослідну діяльність у галузі математики та статистики з використанням сучасних теорій, методів та інформаційно-комунікаційних технологій</p> <p>ФК2 Здатність адаптувати і узагальнювати результати сучасних досліджень в галузі математики та статистики для вирішення наукових і практичних проблем</p> <p>ФК3 Здатність проводити теоретичні й експериментальні дослідження, математичне й комп'ютерне моделювання для перевірки математичних гіпотез та отримання результатів</p> <p>ФК4 Здатність до оцінки адекватності математичної моделі об'єкту за допомогою аналітичного дослідження та імітаційного моделювання</p> <p>ФК5 Здатність застосовувати теоретико-ймовірнісні методи і методи фінансової математики, топологічні, алгебраїчні, комбінаторні, категорні методи та методи теорії узагальнених функцій, стохастичного аналізу, інтегральних та диференціальних рівнянь і математичного аналізу для досліджень в сучасній математиці</p>
Програмні результати навчання	<p>РН1 Знати сучасні тенденції, напрямки, наукові концепції та закономірності розвитку світової та вітчизняної науки, основні математичні та статистичні наукові школи, їх теоретичні та прикладні розробки</p> <p>РН3 Знати та дотримуватися основних засад академічної доброчесності у науковій і освітній (педагогічній) діяльності</p> <p>РН5 Читати та розуміти іншомовні тексти за спеціальністю</p>

	<p>РН9 Знати психолого-дидактичні основи навчального процесу, особливості методики проведення практичних, семінарських занять, лабораторних занять і комп'ютерного практикуму, принципи контролю навчальних досягнень студентів та аналізу його результатів, сутність нових та інформаційних технологій навчання у вищій школі</p> <p>РН10 Уміти застосовувати знання основ аналізу та синтезу в різних предметних областях, критичного осмислення й розв'язання науково-дослідних проблем</p> <p>РН12 Уміти формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані</p> <p>РН14 Уміти розв'язувати теоретичні та прикладні математичні проблеми з використанням базових знань математики та статистики та базових загальних знань з різних природничих та соціальних наук</p> <p>РН16 Вдосконалюватися шляхом навчання упродовж всього життя для професійного зростання, підтримки й розвитку загальних та спеціальних фахових компетентностей</p> <p>РН17 Уміти адаптувати, інтерпретувати та узагальнювати результати сучасних математичних та статистичних досліджень для розв'язання теоретичних та прикладних проблем</p>
--	---

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Освітній компонент “ Операторні півгрупи та основи нескінченновимірного аналізу»” є одним із початкових курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності “Математика”. Є пререквізитом науково-дослідної роботи за темою дисертації

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль включає наступні теми

Розділ 1. Операторні півгрупи

Тема 1.1. Необмежені лінійні оператори в нормованих просторах.

Тема 1.2. Однопараметричні C_0 - півгрупи в банаховому просторі.

Тема 1.3. Спеціальні питання теорії однопараметричних півгруп.

Розділ 2. Основи нескінченновимірного аналізу.

Тема 2.1. Диференціальне числення в нескінченновимірних просторах.

Тема 2.2. Елементи загальної теорії міри. .

Тема 2.3. Неперервні та диференційовні міри.

Заплановано **практичні заняття** для поглибленого вивчення окремих розділів курсу. На практичних заняттях аспіранти навчаються розв'язувати задачі з відповідних тем курсу. Крім того, поводитьься 1 контрольна робота. Заплановано проведення РГР, або виконання може бути замінено доповіддю (підготовкою) на конференції.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова

1. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс //- М.-Ижевск: НИЦ «РХД», 2009. – 724с.

2. Engel K.-J., Nagel R. One – Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations // - New York, Springer – Verlag, 2000.–586p.
3. Голдстейн Дж. Полугруппы линейных операторов и их приложения // - Киев – «Выща школа», 1989. – 348с.
4. Картан Анри Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы //– М.: «Мир», 1971. –392с.
5. Богачев В.И. Основы теории меры // М.-Ижевск: НИЦ «РХД», 2006. т.1– 584 с., т.2 – 680 с.
- Допоміжна
6. Богачев В.И. Дифференцируемые меры и исчисление Маллявэна //- М.-Ижевск: НИЦ «РХД», 2008. – 544с.
7. Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве //- М. : «Наука», 1967. – 464 с.
8. Като Т. Теория возмущений линейных операторов // - М. : «Мир», 1972.–740с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних матеріалів, посилання на літературу)
1.1	Замкнені лінійні оператори. Теорема про замкнений графік. Оператори, що допускають замикання. Спектр та резольвента замкненого оператора. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 10.
1.1; 1.2	Спряжені та самоспряжені необмежені оператори в гільбертовому просторі. Властивості спряженого оператора. Альтернативне доведення теореми про замкнений графік. Однопараметричні C_0 -півгрупи операторів в банаховому просторі. Оцінка зростання норми. Генератор та його властивості. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 10; [2], розділ 1,2; [3], розділ 1.
1.2.	Рівномірно неперервні півгрупи. Критерій. Резольвента генератора півгрупи та її зв'язок з перетворенням Лапласа. Теорема Хілліє–Іосіди. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 10; [2], розділ 2; [3], розділ 1.
1.2.	Приклади півгруп: півгрупа зсувів та гауссівська півгрупа. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 2; [3], розділ 1.
1.2	<i>Півгрупи та задача Коші. Дисипативні оператори та теорема Люмера–Філіпса. Застосування.</i> <i>Рекомендована література:</i> [2], розділи 2,6; [3], розділ 2; [7], розділ 1.
1.2.	Однопараметричні півгрупи в гільбертовому просторі: теорема про генератор спряженої півгрупи. Однопараметричні унітарні C_0 -групи в гільбертовому просторі та теорема Стоуна. Узагальнена теорема Хілліє–Іосіди (теорема ХІМФФ). <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 10; [2], розділ 2, [3], розділ 1.
1.3.	Теорема про збурення C_0 -півгрупи обмеженим оператором. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 3; [3], розділ 1.
1.3.	<i>Апроксимація півгруп. Теорема Троттера–Нев'є–Като.</i> <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 3; [3], розділ 1.
1.3.	Мультиплікативна формула Чернова та її наслідки. <i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 3; [3], розділ 1.
1.3.	Ергодична теорема (для середніх рівномірно обмежених C_0 -півгруп). Ергодичність рівномірно обмежених C_0 -півгруп в гільбертовому просторі.

	<i>Рекомендована література:</i> [2], розділ 5; [3], розділ 1.
2.1.	Порівняння похідних за Фреше та Гато в нормованих просторах. Основні властивості. Достатня умова існування сильної похідної. Похідні вищого порядку. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 12; [4], розділ 1.
2.2.	Рівномірна інтегровність сім'ї функцій. Зв'язок з рівномірною абсолютною неперервністю інтегралів. Критерій Лебега–Віталі. Теорема Віталі–Гана–Сакса. <i>Рекомендована література:</i> [5], розділ 4.
2.2.	Збіжність по варіації послідовності мір. Збіжність послідовності мір на множинах. Теорема Нікодима. Борелеві та радонові міри. Регулярність борелевої міри на метричному просторі. Достатня умова радоновості борелевої міри. <i>Рекомендована література:</i> [5], розділи 4,7.
2.2..	Слабка збіжність послідовності борелевих мір. Теореми Ю.В.Прохорова та О.Д.Олександрова. <i>Рекомендована література:</i> [5], розділ 8.
2.3..	Неперервність та диференційовність борелевих мір уздовж векторних полів. Сильна та слабка похідні міри. Критерії існування похідних. Критерій співпадіння сильної та слабкої похідної. <i>Рекомендована література:</i> [6], розділ 3.

5. Практичні заняття.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.1	Необмежені лінійні оператори в нормованих просторах. Завдання СРС: [1], розділ 10, стор. 539-545, [8], розділ 3, стор. 207-212.
1.1	Спряжені та самоспряжені необмежені оператори в гільбертовому просторі. Завдання СРС: [1], розділ 10, стор. 545-549, [8], розділ 5, стор. 335-339.
1.2	Однопараметричні C_0-півгрупи операторів та їх генератори. Завдання СРС: [1], розділ 10, стор. 561-568, [2], розділ 2, стор. 48-59.
1.2	Приклади операторних півгруп. Завдання СРС: [2], розділ 2, стор. 59-70.
1.2	Операторні півгрупи та задача Коші.. Завдання СРС: [2], розділ 2, стор. 145-152, [7], розділ 1, стор. 38-42, 58-64.
1.3	Застосування збурення та апроксимації півгруп. Завдання СРС: [2], розділ 3, стор. 157-162, 205-236, [3], розділ 1, стор. 76-84.
1.3.	Ергодичність півгруп. Завдання СРС: [2], розділ 5, стор. 337-345, [3], розділ 1, стор. 89-93.
2.1	Сильна та слабка похідна в нормованих просторах. Завдання СРС: [1], розділ 12, стор. 633-658, [4], розділ 1, стор. 28-41, 43-86.
2.2	Збіжність послідовностей мір. Завдання СРС: [5], розділ 4, стор. 334-339, 354-359, розділ 8, т. 2, стор. 225-230, 245-249.
2.3	Диференційовні міри. Завдання СРС: [6], розділ 3, стор. 93-119.
	Контрольна робота

6. Самостійна робота аспіранта

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять,
- виконання РГР або підготовка до доповіді на конференції
- підготовка до контрольної роботи та екзамену.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт. Аспіранту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять та до іспиту.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf

Зокрема, рейтинг здобувача з освітнього компонента формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу (максимально **50** балів) та екзаменаційних балів (максимально **50** балів).

Поточний контроль: фронтальний (усний\письмовий), МКР; індивідуальне заддання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, виконання індивідуального завдання, відповідь на екзамені. Кожний здобувач отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

Рейтинг здобувача з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання індивідуального завдання (РГР);
- відповіді на екзамені (письмової екзаменаційної роботи).

Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 1 (може бути відкорегований в залежності від кількості запланованих занять)

- якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
- якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів;

Максимальний бал 10.

Модульна контрольна робота

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Максимальний бал 20

Індивідуальне завдання (Розрахунково-графічна робота)

Ваговий бал 20

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 18 – 20 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) - 10 – 17 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації – 0-9 балів;

Виконання РГР може бути замінено на підготовку тез на наукову конференцію.

Максимальний бал 20

Умови допуску до екзамену.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів. Здобувач, який в кінці навчального семестру мають менше балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перскладання.

Форма семестрового контролю – іспит

На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних запитання (завдання) і одне практичне. Кожне теоретичне запитання (завдання) оцінюється у 15 балів, а практичне у 20 балів за такими критеріями:

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання) – 14-15; 18-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями) – 11-13; 16-17 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками) – 9-10; 10-15 балів
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Сума стартових балів та балів за екзамен переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційної форми навчання у РСО відбуваються наступні зміни:

- Контрольні заходи проводяться дистанційно із застосуванням електронної пошти, Telegram, Zoom та освітньої платформи Moodle, зокрема у вигляді тестових контрольних робіт.
- Максимальну суму вагових балів контрольних заходів протягом семестру R_C встановлюється на рівні 50 балів.
- Допусковий бал до екзамену R_D встановлюється на рівні 30 балів.
- Сума балів R_I , набрана протягом семестру згідно затвердженого РСО, повідомляється на останньому практичному занятті.
- У разі не отримання студентом допускового балу, йому надається можливість підвищити

R_I шляхом проведення додаткових контрольних заходів до допускового

- Рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей визначається на підставі проведених заходів поточного контролю.
- Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}.$$

Переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею

100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено проф. Богданський Ю.В..

Ухвалено кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 1 від 27.08.2020 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 1 від 02.09.2020 р.)