

Питання на колоквіум з математичного аналізу для студентів 2 курсу ФІОТ

1. Звичайні ДР: основні поняття; задачі, що зводяться до них. ДР 1-го порядку. Ізокліни. Теорема Коші існування та єдиності розв'язку ДР 1-го порядку.
2. Диференціальні рівняння 1-го порядку з відокремленими та відокремлюваними змінними; однорідні ДР; лінійні ДР; рівняння Бернуллі.
3. ДР вищих порядків: загальний вигляд; задача Коші; загальний розв'язок; теорема Коші. ДР вищих порядків, що допускають зниження порядку.
4. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи функцій. Визначник Веронського для лінійно залежних систем функцій.
5. ЛДР n-го порядку: загальний вигляд; існування розв'язку задачі Коші; однорідні і неоднорідні ЛДР n-го порядку; властивості розв'язків ОЛДР n-го порядку.
6. Однорідні та неоднорідні ЛДР n-го порядку. Властивості розв'язків ОЛДР n-го порядку та структура загального розв'язку ОЛДР.
7. ОЛДР n-го порядку: ФСР, структура загального розв'язку, формула Остроградського-Ліувілля.
8. НЛДР n-го порядку. Принцип суперпозиції для ЛНДР. Метод варіації знаходження частинного розв'язку НЛДР (на прикладі n=2).
9. Числові ряди. Загальні поняття: означення числового ряду, частинної суми; збіжні числові ряди та їх властивості, необхідна ознака збіжності, наслідок. Геометричний ряд. Критерій Коші збіжності числових рядів. Гармонічний ряд.
10. Додатні числові ряди. Ознаки порівняння та Даламбера збіжності числових рядів. Наслідки. Обчислення границі $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!}$.
11. Радикальна ознака Коші. Інтегральна ознака збіжності додатного числового ряду. Збіжність узагальненого гармонічного ряду.
12. Знакозмінні числові ряди. Теорема Лейбніца, наслідок.
13. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди та їх властивості. Теорема Рімана.
14. Функціональні послідовності. Область збіжності. Гранична функція послідовності. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Функціональні ряди. Область збіжності, сума ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Необхідна і достатня умови.
15. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Означення рівномірної збіжності. Критерій Коші. Теорема Вейєрштрасса.
16. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Теорема про неперервність суми.
17. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Теореми про диференціювання та інтегрування рівномірно збіжних функціональних рядів.
18. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності. Властивості степеневих рядів.
19. Ряд Тейлора. Розклад функції в степеневий ряд. Єдиність розкладу. Необхідна та достатня умови розкладу функції в ряд Тейлора.
20. Ряди Маклорена для основних елементарних функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\sin x$, $\cos x$ та їх застосування до наближених обчислень.
21. Ряд Маклорена для логарифмічної функції $\ln(1+x)$, її застосування до наближених обчислень. Обчислення $\ln 2$ з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$.
22. Ряди Маклорена для $(1+x)^\alpha$, $\arcsin x$, $\arctg x$ та їх застосування до наближених обчислень значень функції. Обчислення числа π з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.