

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 2.

ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

ВАРІАНТ № 1

1. Ряд розподілу випадкової величини ξ заданий таблицею 2.1:

Табл. 2.1.

x_i	-4	-2	-1	0	1	3
p_i	0,10	0,20	0,15	0,30	0,15	0,10

Для випадкової величини ξ необхідно:

- записати і побудувати $F_\xi(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- знайти ймовірність того, що ξ знаходиться в інтервалі $(-2; 3)$.

2. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини ξ задано графічно на рис. 2.1:

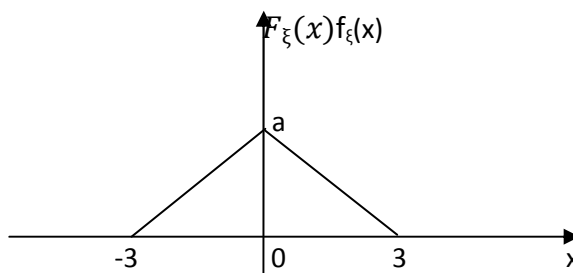


Рис. 2.1.

Для випадкової величини ξ необхідно:

- знайти значення a ;
- записати аналітичний вираз $f_\xi(x)$;
- знайти і побудувати $F_\xi(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- знайти ймовірність події A , якщо $A = (-1 \leq \xi \leq 2)$.

3. Помилка радіодальновимірювача підпорядкована нормальному закону розподілу. Математичне сподівання цієї помилки дорівнює 5 м, а ймовірне відхилення – 10 м. Знайти ймовірність того, що виміряне значення дальності буде відхилитися від істинного не більш ніж на 20 м.

ВАРІАНТ № 2

1. Ймовірність того, що прилад при випробуванні виявляється несправним дорівнює $\frac{1}{3}$. Знайти ряд розподілу, функцію розподілу, математичне сподівання і дисперсію випадкової величини ξ , якщо ξ - число виявлених несправних приладів в чотирьох незалежних випробуваннях.

2. Щільність розподілу випадкової величини ξ задана виразом:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} a \cdot \cos x, & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} ; \\ 0, & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2} \text{ або } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

- знайти значення коефіцієнта a ;
- побудувати графік $f_{\xi}(x)$;
- знайти і побудувати графік $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- знайти ймовірність події A , якщо $A = (-\frac{\pi}{4} \leq \xi \leq \frac{\pi}{3})$.

3. Апаратура складається з 4000 однаково надійних елементів, ймовірність відмови для кожного з них дорівнює $p=0,0005$. Яка ймовірність відмови апаратури, якщо вона настає при відмові хоча б одного з елементів.

ВАРІАНТ № 3

1. Серед 8 деталей знаходяться 3 бракованих. Навмання взято 2 деталі. Для випадкової величини ξ - кількості бракованих деталей серед взятих, необхідно:

- скласти ряд розподілу;
- записати і побудувати функцію розподілу $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ .

2. Інтегральний закон розподілу випадкової величини заданий графічно на рис. 2.2:

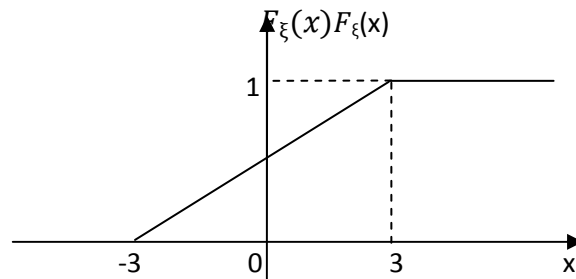


Рис. 2.2.

Для випадкової величини ξ необхідно:

- написати вираз інтегрального і диференціального законів розподілу: $F_{\xi}(x)$ і $f_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- знайти ймовірність того, що випадкова величина ξ відхилиться від свого математичного сподівання за абсолютною величиною не більш ніж на 0,5.

3. Вимірювальний пристрій має систематичну помилку 5 м і серединну помилку 50 м. Яка ймовірність того, що випадкова помилка вимірювання не перевищить за абсолютною величиною 5 м. Написати функцію щільності розподілу ймовірностей випадкової величини ξ , якщо ξ – випадкова помилка вимірювання.

ВАРІАНТ № 4

1. Гармата стріляє по військовому об'єкту 4 рази. Відомо, що ймовірність влучення в об'єкт при одному пострілі дорівнює $\frac{1}{3}$. Розглядається випадкова величина ξ - число влучень в об'єкт. Знайти:

- ряд розподілу і функцію розподілу випадкової величини ξ ;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ .

2. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини ξ задано графічно на рис. 2.3:

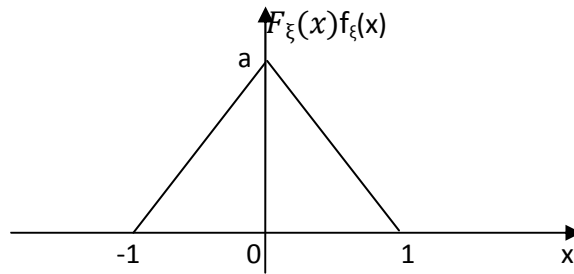


Рис. 2.3.

Для випадкової величини ξ :

- записати аналітичний вираз $f_{\xi}(x)$;
- знайти і побудувати $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- знайти ймовірність події А, якщо $A = (-\frac{1}{2} \leq \xi \leq 1)$.

3. Щільність розподілу випадкової величини ξ задана виразом:

$$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}.$$

Визначити ймовірність події А, якщо $A = (0 \leq \xi \leq 3)$.

ВАРІАНТ № 5

1. Ймовірність того, що прилад при випробуванні виявиться несправним, дорівнює $\frac{1}{4}$. Розглядається випадкова величина ξ - число несправних приладів, які виявлені в чотирьох незалежних випробуваннях. Для випадкової величини ξ необхідно:

- скласти ряд розподілу;
- записати і побудувати функцію розподілу $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики.

2. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини задано графічно на рис. 2.4:

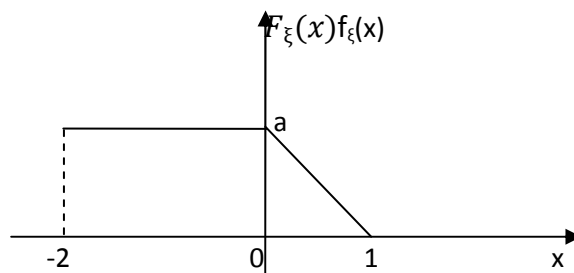


Рис. 2.4.

Для випадкової величини ξ необхідно:

- записати аналітичний вираз $f_{\xi}(x)$;
- знайти і побудувати $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики;
- знайти ймовірність події А, якщо $A = (-1 \leq \xi \leq \frac{1}{2})$.

3. Випадкова величина ξ розподілена нормально з математичним сподіванням $m_{\xi}=25$. Ймовірність знаходження ξ в інтервалі $[10; 15]$ дорівнює 0,2. Чому дорівнює ймовірність знаходження ξ в інтервалі $[35; 40]$.

ВАРІАНТ № 6

1. З урни, що містить 3 білі і 3 чорних кулі витягли 2 кулі. Випадкова величина ξ - число витягнутих білих куль. Знайти:

- ряд розподілу і функцію розподілу випадкової величини ξ ;
- числові характеристики ξ .

2. Щільність розподілу випадкової величини задана виразом:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} a \cdot x, & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{при } x < 0, \text{ або } x > 1. \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

- знайти значення коефіцієнта a ;
- побудувати графік $f_{\xi}(x)$;
- знайти і побудувати $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики ξ .

3. Радіоапаратура за 10000 годин роботи виходить з ладу в середньому 10 разів. Яка ймовірність виходу з ладу радіоапаратури за 100 годин роботи?

ВАРІАНТ № 7

1. Літак бомбардує залізничну станцію, роблячи 5 заходів, скидаючи при кожному заході по одній бомбі з ймовірністю влучення в ціль $\frac{1}{3}$. Розглядається випадкова величина ξ - число влучень у станцію. Знайти середнє значення і дисперсію, ряд і функцію розподілу ξ .

2. Функція розподілу випадкової величини задана виразом:

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 2 \\ (x - 2)^2, & \text{при } 2 \leq x \leq 3. \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

- побудувати графік $F_{\xi}(x)$;
- знайти і побудувати $f_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики ξ ;
- знайти ймовірність події A , якщо $A = (2 \leq \xi \leq 2,5)$.

3. Літак проводить поодинокі бомбардування дамби, ширина якої 15 м. Напрямок заходу – вздовж дамби. Прицілювання – по краю дамби. Систематичної похибки прицілу немає. Ймовірне відхилення в напрямку, перпендикулярному польоту дорівнює 40 м. Для зруйнування дамби досить одного влучення. Літак кидає 3 бомби. Знайти ймовірність того, що дамба буде зруйнована.

ВАРІАНТ № 8

1. Проводиться випробування пристрою, який містить 3 незалежно працюючих приладів. Ймовірність відмови приладів такі: $p_1=0,3$; $p_2=0,3$; $p_3=0,5$. Знайти математичне сподівання і дисперсію числа приладів які відмовили, ряд і функцію розподілу.

2. Щільність розподілу випадкової величини ξ задана виразом:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} a e^{-\frac{x}{2}}, & \text{при } x \geq 0 \\ 0, & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ :

- знайти значення коефіцієнта a ;
- побудувати графік $f_{\xi}(x)$;

- в) знайти і побудувати $F_{\xi}(x)$;
г) знайти числові характеристики ξ .

3. На диспетчерський пункт таксомоторного парку надходить у середньому 40 викликів автомобілів за годину. Обчислити ймовірність того, що за 3 хвилини надійде:

- а) 5 викликів;
б) не менше ніж 5 викликів.

ВАРІАНТ № 9

1. Зенітна гармата може стріляти по літаку 4 рази. Ймовірність влучень при кожному пострілі: $p_1=0,6$; $p_2=0,5$; $p_3=0,7$; $p_4=0,8$. Скласти ряд розподілу, функцію розподілу випадкової величини ξ – кількості влучень в літак. Знайти числові характеристики ξ .

2. Щільність розподілу випадкової величини ξ на всій осі $(-\infty; +\infty)$ має вигляд:

$$f_{\xi}(x) = \frac{A}{1+x^2}.$$

Необхідно: а) визначити коефіцієнт A ;

б) побудувати графік $f_{\xi}(x)$;

в) знайти вираз відповідної функції розподілу, побудувати її графік;

г) знайти ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $[-1; 1]$.

3. Випадкова помилка вимірювального пристрою підкоряється нормальному закону розподілу з дисперсією 16 мм^2 . Систематична помилка відсутня. Визначити ймовірність того, що в п'яти незалежних вимірюваннях випадкова помилка 2 рази перевищить за модулем 5 мм. Записати закон розподілу цієї випадкової величини.

ВАРІАНТ № 10

1. З партії, яка складається зі 100 деталей, серед яких є 18 бракованих, вибрано випадково 5 виробів для перевірки їх якості. Побудувати ряд і функцію розподілу, знайти числові характеристики випадкової величини ξ – кількості бракованих виробів в контрольній виборці.

2. Функція розподілу випадкової величини ξ має вигляд:

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{2}{3}x - \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3; \\ 1, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Необхідно: а) знайти і побудувати $f_{\xi}(x)$;

б) знайти числові характеристики ξ ;

в) визначити ймовірність події A , якщо $A = (1 \leq \xi \leq 2)$.

3. Випадкові помилки тепlopеленгатора підкоряються нормальному закону. Яке повинно бути середнє відхилення помилки пеленгатора, щоб з ймовірністю 0,9 можна було стверджувати, що виміряний пеленг на об'єкт не відрізняється від істинного більш ніж на 2%? Записати закон розподілу випадкової величини ξ - випадкова помилка тепlopеленгатора при відсутності систематичних помилок.

ВАРІАНТ № 11

1. Є п'ять пускових установок, кожна з яких, незалежно від інших, може вийти з ладу з ймовірністю 0,2. Побудувати ряд розподілу, знайти і побудувати функцію розподілу, знайти числові характеристики випадкової величини ξ – кількості справних пускових установок.

2. Щільність розподілу випадкової величини ξ має вигляд:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0; \\ 3x^2, & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Необхідно:

- знайти ймовірність того, що випадкова величина опиниться в інтервалі $(0,5; 0,7)$;
- записати вираз і побудувати відповідну функцію розподілу $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики ξ .

3. Кутовиміррювальний пристрій систематичних помилок не має. Випадкові помилки підпорядковані нормальному закону розподілу і з ймовірністю 0,82266 не виходять за межі ± 10 . Визначити середню помилку пристрою і записати відповідний закон розподілення випадкової величини ξ - випадкової помилки пристрою.

ВАРІАНТ № 12

1. Вироби випробовуються в режимі перенавантаження. Для кожного з 10 виробів, ймовірність пройти випробування становить $\frac{4}{5}$. Випробування закінчується після першого ж несправного виробу. Скласти ряд розподілу і функцію розподілу, знайти числові характеристики випадкової величини ξ – кількості якісних виробів.

2. Випадкова величина ξ підпорядковується закону з щільністю розподілу:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ A \cdot e^{-3x}, & x > 0. \end{cases}$$

Необхідно:

- знайти значення коефіцієнта A ;
- побудувати графік $f_{\xi}(x)$;
- знайти вираз і побудувати графік $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ .

3. Випадкова величина ξ має нормальний розподіл з $m_{\xi} = -10$ і $E_{\xi} = 20$. Необхідно:

- знайти вираз функції щільності і функції розподілу ймовірностей випадкової величини ξ ;
- визначити ймовірність того, що ξ буде знаходитись в інтервалі $(-5; 25)$.

ВАРІАНТ № 13

1. Група з 5 літаків виходить на об'єкт, який охороняє система ППО, яка може знищити кожен з літаків з ймовірністю $p_1=0,3$. Кожен з літаків, який пройшов зону ППО, може знищити ціль з ймовірністю $p_2=0,6$. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість літаків, які знищили ціль: знайти ряд розподілу, функцію розподілу, числові характеристики ξ .

2. Дана функція:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ 1/2 \sin x, & \text{при } 0 < x \leq \pi. \\ 0, & \text{при } x > \pi \end{cases}$$

Необхідно:

- показати, що $f_{\xi}(x)$ може служити в якості функції щільності ймовірності деякої випадкової величини ξ ;
- побудувати $f_{\xi}(x)$;

- в) знайти і побудувати функцію розподілу $\xi - F_{\xi}(x)$;
г) знайти числові характеристики ξ .

3. Випадкові помилки вольтметра підпорядковуються нормальному закону розподілу. Яке повинно бути імовірнісне відхилення помилки вольтметра, щоб в 90% випадків помилки вимірювання не перевищували 100 мВ?

Записати закон розподілу випадкової величини ξ - випадкової помилки вольтметра, якщо систематична помилка вольтметра відсутня.

ВАРІАНТ № 14

1. Табло командира містить три сигнальні лампи. Через N годин роботи лампа №1 виходить з ладу з ймовірністю $p_1=0,2$; лампа №2 – з $p_2=0,5$; лампа №3 – з $p_3=0,1$. Побудувати ряд, функцію розподілу, знайти числові характеристики випадкової величини ξ – кількості несправних ламп.

2. Задано щільність ймовірності випадкової величини ξ :

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 2 \\ A(x-2)(4-x), & \text{якщо } 2 < x \leq 4. \\ 0, & \text{якщо } x > 4 \end{cases}$$

Необхідно:

- а) знайти значення коефіцієнта A ;
б) побудувати графік $f_{\xi}(x)$;
в) знайти функцію розподілу $F_{\xi}(x)$ і побудувати її графік;
г) знайти числові характеристики ξ .

3. Заданий закон розподілу помилки ємкості конденсаторів при їх масовому виготовленні:

$$f_{\xi}(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{50}}.$$

Яка ймовірність того, що ємкість двох з чотирьох навмання вибраних конденсаторів буде відрізняться від номіналу більш ніж на 10 мкФ ?

ВАРІАНТ № 15

1. Побудувати ймовірнісну модель прогнозування кількості ракет, які відмовили при проведенні передстартового контролю у вигляді ряду і функції розподілу, якщо перевіряється 4 ракети і ймовірність відмови кожної ракети $p=0,05$. Знайти числові характеристики випадкової величини.

2. Задана функція розподілу випадкової величини ξ :

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 2 \\ (x-2)^3, & \text{якщо } 2 < x \leq 3. \\ 1, & \text{якщо } x > 3 \end{cases}$$

Необхідно: а) побудувати $F_{\xi}(x)$;

б) знайти і побудувати $f_{\xi}(x)$;

в) знайти числові характеристики ξ ;

г) обчислити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в проміжку $[1; 2,5]$.

3. Тактичний винищувач проводить стрільбу по колоні військ, ширина якої 10 м. Напрямок польоту літака – вздовж колони, прицілювання по середній лінії. Внаслідок ковзання середня точка влучення зміщена вправо на 5 м. Ймовірне відхилення в боковому напрямку дорівнює 8 м. Необхідно:

а) знайти ймовірність влучення в колону при одному пострілі;

б) записати відповідний закон розподілу випадкової величини ξ .

ВАРІАНТ № 16

1. На шляху руху автомашини 4 світлофори. Кожен з них з ймовірністю $\frac{1}{2}$ або дозволяє подальший рух, або забороняє. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість світлофорів, які пройшла машина без зупинки: знайти ряд, функцію розподілу, числові характеристики.

2. Щільність ймовірності випадкової величини ξ задана виразом:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ a \cdot (4x - x^2), & \text{при } 0 < x \leq 2; \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Знайти:

- значення коефіцієнта a ;
- функцію розподілу $F_{\xi}(x)$;
- числові характеристики ξ ;
- визначити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $[\frac{1}{2}; 2]$.

3. Межа дії РЛС при пеленгації цілі характеризується нормальним розподілом з $m_{\xi} = 150$ км. Ймовірність пеленгації цілі на відстані $R \geq 250$ км дорівнює 0,025. Знайти ймовірність пеленгації цілі в інтервалі від 150 до 200 км.

ВАРІАНТ № 17

1. По цілі планується провести 3 незалежних постріли. Ймовірність влучень при першому пострілі - $p_1=0,4$; при другому - $p_2=0,3$; при третьому - $p_3=0,5$. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість влучень в ціль: знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики.

2. Задано функцію розподілу випадкової величини ξ :

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2}; \\ \cos x, & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0; \\ 1, & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Необхідно:

- побудувати графік $F_{\xi}(x)$;
- знайти вираз і побудувати $f_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- знайти ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}]$.

3. Розглядається випадкова величина ξ - помилка вимірювального приладу, яка розподілена за нормальним законом з середньоквадратичним відхиленням 3 мкм. Систематична похибка у вимірювального приладу відсутня. Знайти ймовірність того, що в трьох вимірюваннях 2 рази з'явиться похибка в інтервалі (0; 2,4).

ВАРІАНТ № 18

1. В учбовій групі 25 курантів, з яких 4 не можуть виконати вправу зі стрільби. На вогневому рубежі 6 курсантів. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість курсантів, які зможуть виконати вправу: побудувати ряд розподілу і функцію розподілу та знайти числові характеристики.

2. Випадкова величина ξ підпорядкована наступному закону розподілу:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } |x| \leq \frac{\pi}{4}; \\ \frac{B}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - x^2}}, & \text{при } |x| > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Необхідно: а) знайти значення сталої B ;

б) знайти функцію розподілу $F_{\xi}(x)$ і побудувати її;

в) обчислити числові характеристики випадкової величини ξ ;

г) знайти ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}\right]$.

3. Виріб вважається якісним, якщо відхилення його контрольованого розміру не перебільшує 10 мм. Ці випадкові відхилення підпорядковані нормальному закону з параметрами $m_{\xi} = 0$ і $\sigma_{\xi} = 3$. Необхідно:

а) записати відповідну функцію щільності ймовірності $f_{\xi}(x)$;

б) визначити, скільки відсотків якісних деталей буде виготовлено?

ВАРІАНТ № 19

1. Ймовірність того, що прилад при випробуванні виявляється несправним дорівнює $p=0,3$. Розглядається випадкова величина ξ – кількість справних приладів в 6 незалежних випробуваннях. Необхідно скласти ряд і функцію розподілу, знайти числові характеристики випадкової величини ξ .

2. Щільність ймовірності випадкової величини ξ задана формулою:

$$f_{\xi}(x) = \frac{A}{e^x + e^{-x}}; \quad x \in (-\infty; +\infty).$$

Знайти:

а) значення коефіцієнта A ;

б) ймовірність того, що в двох незалежних спостереженнях величина ξ набуде значення менше ніж одиниця.

3. Середня кількість електронів, які випромінює розжарений катод за 1 секунду, дорівнює $6 \cdot 10^{15}$, а дисперсія $D_{\xi} = m_{\xi}$. Знайти ймовірність того, що кількість електронів, які випромінюються за 1 секунду, відхиляється від середнього не більш, як на 10^8 .

ВАРІАНТ № 20

1. Оптова база постачає товар в 6 магазинів. Від кожного з магазинів може поступити заявка на наступний день з ймовірністю $p=0,4$ незалежно від інших. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість заявок, які надійшли на базу. Знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики випадкової величини ξ .

2. Задано функцію розподілу випадкової величини:

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq \frac{3\pi}{4}; \\ \cos 2x, & \text{при } \frac{3\pi}{4} < x \leq \pi; \\ 1, & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

а) побудувати $F_{\xi}(x)$;

б) знайти вираз і побудувати $f_{\xi}(x)$;

в) знайти числові характеристики ξ ;

г) обчислити ймовірність попадання випадкової величини ξ в інтервал $\left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$.

3. Завод виробляє кульки для підшипників. Номінальний діаметр кульок $d_0=5$ мм. Внаслідок неточності виготовлення кульки, фактичний її діаметр є випадковою величиною ξ , яка розподілена за нормальним законом з $\sigma_\xi = 0,05$ мм. При контролі бракуються всі кульки, діаметр яких відрізняється від номінального більш ніж на 0,1 мм. Визначити, який процент бракованих кульок в середньому виробляє завод.

ВАРІАНТ № 21

1. Два стрільці незалежно один від одного стріляють один раз по одній мішені. Ймовірність влучення для першого стрільця - $p_1=0,7$, для другого - $p_2=0,8$. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість влучень в мішень: побудувати ряд розподілу, функцію розподілу та знайти числові характеристики.

2. Випадкова величина ξ підкоряється закону розподілу з щільністю ймовірності:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{A}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{при } -1 < x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

а) знайти значення коефіцієнта A ;

б) знайти і побудувати $F_\xi(x)$;

в) обчислити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $[0; 0,5]$;

г) обчислити числові характеристики ξ .

3. Верстак-автомат виробляє валики, причому контрольний їх діаметр – випадкова величина ξ . Відомо, що ξ - нормально розподілена випадкова величина, у якої $m_\xi = 10$ мм і $\sigma_\xi = 0,1$ мм. Знайти інтервал, в якому з ймовірністю 0,9973 будуть знаходитись діаметри виготовлених валиків.

Записати вираз відповідної функції щільності ймовірності випадкової величини ξ .

ВАРІАНТ № 22

1. Радіотехнічний пристрій складається з 4-х незалежно працюючих блоків. Ймовірності відмови цих блоків відповідно $p_1=0,1$; $p_2=0,2$; $p_3=0,3$; $p_4=0,1$. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість працюючих блоків: визначити ряд розподілу і функцію розподілу та знайти числові характеристики.

2. Задано функцію розподілу випадкової величини ξ :

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{при } 2 < x \leq 4. \\ 1, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

а) побудувати графік $F_\xi(x)$;

б) знайти і побудувати $f_\xi(x)$;

в) знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;

г) визначити ймовірність того, що ξ буде знаходитись в інтервалі $[2; 3]$.

3. Проводиться зважування деякої речовини без систематичних помилок. Випадкові помилки зважування підкоряються нормальному закону з середньоквадратичним відхиленням, яке дорівнює 20 г. Знайти ймовірність того, що зважування буде проведене з

помилкою, яка не перевищує за абсолютною величиною значення 10 г. Записати відповідну функцію щільності розподілу випадкової величини ξ .

ВАРІАНТ № 23

1. Після виконання бойового завдання на базу повертаються 8 бомбардувальників, з яких 3 повністю втратили свій боєкомплект. Протягом виконання бойового завдання РЛС противника виявила 3 літаки. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість літаків з невитраченим боєкомплектom в виявлених: побудувати ряд розподілу і функцію розподілу та знайти числові характеристики.

2. Функція розподілу неперервної випадкової величини виражається формулою:

$$F\xi(x) = \begin{cases} 0, & (x < 1) \\ 1 - \frac{1}{x^2}; & (x \geq 1) \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

а) знайти вираз для $f_\xi(x)$;

б) знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;

в) знайти ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі [2; 3).

3. Помилка при виготовленні деталі з заданою номінальною довжиною 20 см є випадкова величина ξ , яка підпорядковується нормальному закону з $\sigma_\xi = 0,2$ мм. Для випадкової величини ξ необхідно:

а) записати функцію щільності ймовірності для цієї випадкової величини;

б) визначити ймовірність того, що довжина виготовленої деталі буде відрізнятися від заданої менш ніж на 0,3 см.

ВАРІАНТ № 24

1. Літак бомбардує залізничну станцію роблячи 5 заходів, скидаючи при кожному заході по одній бомбі з ймовірністю промаху $\frac{1}{6}$. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість влучень у станцію: визначити ряд розподілу і функцію розподілу та знайти числові характеристики.

2. Випадкова величина ξ підпорядкована наступному закону розподілу:

$$f\xi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ A \cdot e^{-5x}, & x > 0 \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

а) знайти значення коефіцієнта А;

б) знайти і побудувати $F_\xi(x)$;

в) обчислити числові характеристики випадкової величини ξ ;

г) знайти ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $(-\infty; m_\xi)$.

3. Коливання напруги змінного струму в електричній мережі підпорядковано нормальному закону. Визначити середньоквадратичне відхилення цього коливання, якщо ймовірність виходу напруги за межі номіналу на ± 20 В не більше за 0,0455?

ВАРІАНТ № 25

1. Проводиться стрільба боєкомплектom з 8 снарядів до першого влучення. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість витрачених снарядів, якщо ймовірність промаху при одному пострілі $p=0,3$. Знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики випадкової величини ξ .

2. Задана функція розподілу випадкової величини ξ :

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3. \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

- побудувати графік $F_{\xi}(x)$;
- знайти вираз $f_{\xi}(x)$ і побудувати її графік;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- обчислити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $[1; 4]$.

3. Випадкова величина ξ має щільність розподілу: $f_{\xi}(x) = \frac{1}{15\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m_{\xi})^2}{225}}$.

Обчислити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $(m_{\xi} - 20\sqrt{2}; m_{\xi} + 15\sqrt{2})$.

ВАРІАНТ № 26

1. Проводиться 4 незалежних пострілі по цілі з різних відстаней. Ймовірності влучень при кожному з них дорівнюють відповідно: 0,4; 0,5; 0,6; 0,9. Охарактеризувати випадкову величину ξ - кількість промахів: знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики випадкової величини ξ .

2. Щільність ймовірності випадкової величини задана формулою:

$$f_{\xi}(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, \quad x \in (-\infty; +\infty).$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

- знайти відповідну функцію розподілу;
- побудувати $f_{\xi}(x)$ і $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини ξ ;
- обчислити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі $[0; 3]$.

3. Характеристики розсіювання координати X - точки падіння бомби по дальності відносно центру цілі: $m_{\xi} = -5$ м і $\sigma_{\xi} = 40$ м. Яка ймовірність того, що хоча б одна із трьох скинутих бомб впаде не діставшись до центру цілі.

ВАРІАНТ № 27

1. Об'єкт ППО атакують 8 керованих реактивних снарядів, серед яких 5 типу «земля - земля». Система знищує 4 снаряди. Охарактеризувати випадкову величину ξ - кількість снарядів типу «земля - земля» серед знищених.

2. Випадкова величина ξ розподілена рівномірно в інтервалі $[-10; 10]$. Необхідно:

- знайти вираз і побудувати графік функції щільності розподілу $f_{\xi}(x)$ випадкової величини ξ ;
- обчислити числові характеристики випадкової величини ξ ;
- написати вираз і побудувати графік функції розподілу випадкової величини ξ ;
- обчислити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в кожному з відрізків: $[-10; 4]$, $[0; 6]$, $[-3; 3]$. Зробіть висновок.

3. В результаті експерименту встановлено, що практично всі можливі значення випадкової величини ξ , яка підпорядкована нормальному розподілу, укладаються в інтервалі від 0,5 до 9,5 м.

Записати відповідну функцію щільності ймовірності випадкової величини ξ .

Визначити ймовірність знаходження випадкової величини ξ в інтервалі від 4 м до 8 м.

ВАРІАНТ № 28

1. Пристрій складається з двох блоків, які працюють незалежно один від одного. Надійність першого блоку – 0,9; другого – 0,8. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість справних блоків протягом заданого проміжку часу: знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики.

2. Функція розподілу випадкової величини ξ має вигляд:

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1; \\ a + b \cdot \arcsin x, & \text{при } -1 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Для випадкової величини ξ необхідно:

- визначити значення сталих a , b ;
- написати вираз і побудувати $f_{\xi}(x)$;
- побудувати $F_{\xi}(x)$;
- знайти числові характеристики випадкової величини;
- знайти ймовірність події A , якщо $A = (-0,5 \leq \xi \leq 0,5)$.

3. Відомий закон розподілу випадкової величини ξ - абсциси точки падіння снаряда

$$f_{\xi}(x) = \frac{0,119}{\sqrt{\pi}} e^{-0,0142(x-3)^2}.$$

Визначити ймовірність влучення снаряда в смугу від $x_1 = -8$ до $x_2 = -2$.

ВАРІАНТ № 29

1. Пристрій складається з 7 незалежно працюючих однакових елементів. Ймовірності відмови кожного з них за час $T=0,2$ год. дорівнюють 0,3. Охарактеризувати випадкову величину ξ – кількість елементів, які відмовили: знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики.

2. Щільність ймовірності випадкових амплітуд A бічного качання корабля визначається формулою (закон Релея):

$$f_{\xi}(x) = \frac{x}{\sigma_{\xi}^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\xi}^2}}.$$

Визначити ймовірність наявності амплітуди A менше за середню, якщо $\sigma_{\xi} = \sqrt{3}$.

3. Випадкові помилки висотоміра розподілені за нормальним законом. Систематичні похибки відсутні. Яку середню помилку повинен мати прилад, щоб з ймовірністю 0,9 помилки вимірювання висоти за абсолютним значенням були меншими 100 м ?

ВАРІАНТ № 30

1. В районі знаходиться 4 винищувача і 6 бомбардувальників. Демаскуючі ознаки літаків однакові. За допомогою РЛС виявлено 5 цілей. Охарактеризувати випадкову величину ξ - кількість винищувачів серед виявлених літаків: знайти ряд розподілу, функцію розподілу та числові характеристики.

2. Швидкість молекул газу має щільність розподілу ймовірностей: $f_{\xi}(x) = A \cdot x^2 \cdot e^{-h^2 x^2}$ (закон Максвелла). Необхідно знайти:

- значення коефіцієнта A ;
- математичне сподівання і дисперсію швидкості молекул.

3. Висотомір має систематичну помилку 20м і серединну помилку 50м. Для польоту літака відведений коридор висотою 100м. Яка ймовірність того, що літак буде летіти:

- а) нижче коридору;
- б) вище коридору;
- в) в коридорі.